

ПРИЛОЖЕНИЕ НА МЕТОД МОНТЕ КАРЛО ЗА СИМУЛАТИВНО ПРОГНОЗИРАНЕ НА ПАЗАРНИТЕ ЦЕНИ

Една от най-важните задачи на стратегическия мениджмънт на фирмите е прогнозирането на необходимите финансови потоци за тяхното ефективно функциониране. Става въпрос за разходите за закупуване на суровини и материали и приходите от реализацията на произведената продукция. И в двата случая в основата на прогнозите стоят цените на суровините и материалите и цените на продуктите за реализация. При прехода от централизирана към пазарна икономика се наблюдава особено силно вариране на цените. Следователно една фиксирана прогноза за стойностния показател на определена цена е нещо много несигурно. Ясно е, че по този начин са възможни груби грешки в планирането на дейността на фирмата, а оттам и фатални икономически последици за нея.

Поради стохастичния характер на пазарните цени проблемът за тяхното прогнозиране може да се сведе до решаването на въпроса за адекватно моделиране на поведението им. По този начин се дава възможност на управленския персонал да проиграе различни варианти на фирмени стратегии при възможните комбинации от стойности на съответните цени. Това позволява да се избере онази стратегия, която най-добре се адаптира при всички възможни ценови комбинации на пазара и дава най-добри икономически резултати.

Въпросът за коректното моделиране поведението на пазарните цени може да бъде решен с метода на имитационното моделиране, чрез който да се създаде модел за адекватно симулиране на техните колебания. Най-общо идеята се състои в следното:

Математическата статистика позволява да се определят числовите характеристики на дадена случайна величина при известен интервал на вариране и закон на разпределение.¹ Приемайки пазарните цени на стоките за случайни величини, знаейки интервала, в който те могат да варират и закона на разпределението им, е възможно с помощта на метод Монте Карло, реализиран на ЕИМ, да се генерират случайни числа.² Тези числа могат да се разглеждат като пазарни цени на съответните стоки. Наборът от еднократното имитиране на цените на стоките, включени във фирмената номенклатура, образува ценови вектор.

Конкретното решаване на задачата за имитиране колебанията на пазарните цени на стоките изисква да се отчетат:

¹ Гурский, Е. Теория вероятностей с элементами математической статистики. М., Высшая школа, 1971.

² Ермаков, С. Метод Монте Карло и смежные вопросы. М., Наука, 1971.

- законът на разпределение на пазарните цени;
- долната и горната граница на вариране (колебание) на пазарната цена на всяка стока и тенденцията за асиметрия в една от двете посоки;
- връзката между цените на отделните варианти по качество на една и съща стока;
- еднопосочността на растежа или падането на цените на суровините и на съответните продукти (стоки);
- общите тенденции за растеж или падане на цените на групи от стоки;
- връзката между цените на едро и на дребно на стоките.

В зависимост от това дали фирмата е производствена или търговска се моделират съответно следните двойки ценови вектори:

1. В случая на производствена фирма първият ценови вектор представлява еднократна имитация на пазарните цени на номенклатурата от суровини, които тя ползва в своето производство. Вторият ценови вектор е еднократна имитация на пазарните цени на набора от стоки, които произвежда. При имитацията на всяка двойка вектори се отразява еднопосочността на растежа или падането на цените на суровините и на съответните продукти.

2. В случай на търговска фирма първият ценови вектор представлява еднократна имитация на пазарните цени на едро на номенклатурата на стоки, с които тя търгува, а вторият на пазарните цени на дребно на същата номенклатура от стоки. При имитацията на всяка двойка ценови вектори е отразена връзката между цените на едро и съответните цени на дребно.

И в двата случая - на производствена и на търговска фирма, с многократното имитиране на двойките ценови вектори се получават съответно по две множества от тези вектори, които отразяват възможните комбинации на пазарните цени на съответните номенклатури от суровини и стоки.

А. Аналитично и алгоритмично осигуряване на модела

Знае се, че пазарната цена се колебае около средната (обществената) стойност на произведения продукт (стока) и варира в определени граници за даден интервал от време. На практика за повечето стоки търсенето и предлагането определят асиметрия на разпределението на пазарните им цени. Конкретно при прехода от централизирана към пазарна икономика се наблюдава силно колебание на стойностния показател на цената на отделната стока около една средна спекулативна стойност.

При аналитичното осигуряване на модела се приема, че Условно - нормалният закон на вероятностно разпределение в даден интервал на вариране, с възможни асиметрии в двете страни, най-добре апроксимира разпределението на пазарните цени.

Определянето на долната и горната граници на вариране на пазарната цена и тенденцията за асиметрия в една от двете посоки за всяка стока се извършва чрез наблюдения и експертни оценки.³ Границите на вариране и съответната асиметрия на пазарните цени се определят за даден период от време, за който е планирана дейността на фирмата.

³ Методиката на експертните оценки за определяне на границите на вариране и съответната асиметрия на пазарната цена на стоката, не е обект на настоящата разработка.

Б. Имитация на пазарната цена на стоката (продукт, суровина) на базата на нормалния закон на разпределение, посредством метод Монте-Карло⁴

Пазарната цена се разглежда като случайна величина, апроксимативно, нормално разпределена в интервала, определен от долната и горната граници на цената. Тогава вероятността всички значения на цената да се намират в този интервал е почти равна на 1.

$$(1) \quad P(c_{1j} \leq c_j \leq c_{2j}) = \int_{c_{1j}}^{c_{2j}} p(x) dx \approx 1,$$

където:

c_{1j} е долната граница на цената на j -та стока;

c_{2j} - горната граница на цената на j -та стока;

c_j - случайна величина, цена на j -та стока;

$p(x)$ - плътност на нормалното (гаусово) разпределение.

От теорията на вероятностите е известно, че ако случайната величина c_j е нормално разпределена, е в сила правилото за "трите сигми".

$$(2) \quad P(\mu_j - 3\sigma_j \leq c_j \leq \mu_j + 3\sigma_j) = \int_{\mu_j - 3\sigma_j}^{\mu_j + 3\sigma_j} p(x) dx \approx 0.997,$$

където:

μ_j е математическото очакване на случайната величина c_j ;

σ_j^2 - дисперсията на случайната величина c_j .

От (1) и (2) следва:

$$(3) \quad \mu_j = \frac{c_{1j} + c_{2j}}{2}.$$

$$(4) \quad \sigma_j = \frac{c_{2j} - c_{1j}}{6}.$$

Така се определят числовите характеристики на случайната величина c_j като функции от нейните долна и горна граници.

При определени числови характеристики на случайната величина c_j прилагането на метод Монте Карло за имитация на нейните значения става по следния начин:

Всяка ЕИМ има възможност да генерира значения на нормално разпределена случайна величина $\eta \in N(0,1)$ с числови характеристики $\mu_\eta = 0$

⁴ Тасев, Ал. Моделиране поведението на пазарните цени. Сборник доклади от четвъртата конференция по "Приложение на математиката в икономиката и проблеми на обучението по математика и информатика", Свищов, 6-8.04.1995 г.

и $\sigma_{\eta}^2 = 1$. На друга произволно взета нормално разпределена случайна величина, каквато е c_j , с математическо очакване μ_j и дисперсия σ_j^2 могат да се генерират (имитират) значенията ѝ по следния начин:

$$(5) \quad c_j = \mu_j + \sigma_j \eta.$$

Така чрез формула (5) могат да се имитират произволен брой значения на нормално разпределената случайна величина c_j . Доказано е, че за коректно апроксимиране на нормалното разпределение на една случайна величина е необходимо да се имитират поне 30 значения и не повече от 120.

В интерес на прецизирането на решавания въпрос тук ще разгледаме задачата за аналитично оценяване на математическото очакване и дисперсията на случайна величина с предполагаем нормален закон на разпределение, за която по експертен път са определени интервал на вариране и съответните числови характеристики. Този момент вече е разработен.⁵ В настоящата работа, за по-прецизно оценяване на числовите характеристики на нормално разпределената случайна величина-цена е приложен същият метод.

Нека за дадена предполагаемо нормално разпределена случайна величина τ ⁶ по експертен път са определени интервал на вариране $[a, b]$, математическо очакване μ и дисперсия σ^2 . Задава се въпросът каква е вероятността τ да бъде нормално разпределена с математическо очакване m и дисперсия θ^2 , при условие (хипотеза), че $\tau \in [a, b]$. От формулата за пълната вероятност следва:

$$(6) \quad P(\tau_G / \tau_G \in [a, b])$$

където:

τ_G е нормално (гаусово) разпределена случайна величина.

Замествайки в (6) с нормалната функция на разпределение и полагайки $\tau = x$, се получава:

$$(7) \quad F(x, \mu, \sigma) = \int_{-\infty}^x f(x, \mu, \sigma) dx \approx \frac{\int_{-\infty}^{\infty} f(x, \mu, \theta) dx}{\int_{-\infty}^b f(x, \mu, \theta) dx - \int_{-\infty}^a f(x, \mu, \theta) dx},$$

където:

$F(x, \mu, \sigma)$ е условната гаусова функция на разпределение на случайната величина $\tau_G \in [a, b]$;

⁵ Цветанов, Ил. Вероятност, достоверност и правдоподобност на макроикономическите прогнози. Международен симпозиум по методологични проблеми на моделирането, Варна, 4-9.06.1990 г.

⁶ Тук случайната величина цена е означена с τ .

$f(x, \mu, \sigma)$ - условната гаусова плътност на разпределението на τ с числови характеристики μ и σ^2 ;

$f(x, m, \theta)$ - безусловната гаусова плътност на разпределението на τ с числови характеристики m и θ^2 .

За намирането на m и θ^2 се използват функцията на разпределение $F(x, \mu, \sigma)$, дефинирана във формула (7), и формулите за първи и втори момент. Получава се следната трансцедентна система от две уравнения с две неизвестни, която е решима.

$$(8) \quad \begin{aligned} \mu &= \frac{m}{F(b, m, \theta) - F(a, m, \theta)} \\ \sigma^2 &= \frac{(m - \mu)^2 + \theta^3}{F(b, m, \theta) - F(a, m, \theta)}, \end{aligned}$$

където:

$F(a, m, \theta)$ е гаусовата функция на разпределение на τ с числови характеристики m и θ^2 и $x \in [-\infty, a]$;

$F(b, m, \theta)$ - гаусовата функция на разпределение на τ с числови характеристики m и θ^2 и $x \in [-\infty, b]$.

Така намерените m и θ са по-добра оценка на числовите характеристики. Те могат да се поставят съответно на местата на μ и σ във формула (5) за по-прецизно имитиране значенията на съответната цена.

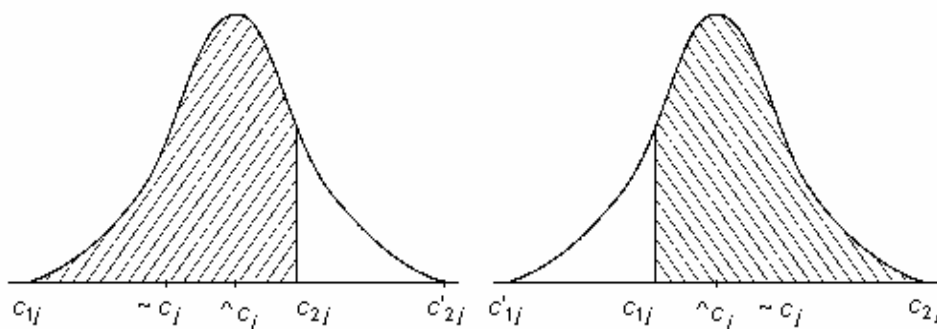
Вследствие търсенето и предлагането на пазара разпределението на цените на стоките почти винаги има определена асиметрия в едната или другата посока. В такива случаи се предлага цените на стоките да се имитират с помощта на следната процедура:

Нека за дадена стока j е определен интервал на вариране на цената y_{c_j} , $c_j \in [c_{1j}, c_{2j}]$, където c_{1j} е долната граница на ценовия интервал, а c_{2j} - горната граница. Средната стойност на цената $\sim c_j = (c_{1j} + c_{2j}) / 2$. Експертно е определено математическо очакване $\hat{c}_j$ на случайната величина c_j , което определя асиметрията надясно, т.е. $\hat{c}_j > \sim c_j$. Тогава математическото очакване $\hat{c}_j$ се разглежда като средна стойност на ценови интервал c : долна граница, равна на долната граница на разглежданата цена, и горна граница c'_{2j} , определена по формулата $c'_{2j} = 2 \cdot \hat{c}_j - c_{1j}$. Новополученият ценови интервал $[c_{1j}, c'_{2j}]$ съдържа интервала на вариране

$[c_{1j}, c_{2j}]$, тъй като $c'_{2j} > c_{2j}$. Следователно стойностите на случайната величина $c_j \in [c_{1j}, c'_{2j}]$.

Извършва се многократно имитиране на нормално разпределената случайна величина c_j в интервала $[c_{1j}, c'_{2j}]$. При всяка имитация се проверява релацията $c_j > c_{2j}$. Стойностите на c_j , за които тя се изпълнява, се изключват и се продължава със следващата имитация. По този начин се имитира асиметрия надясно на случайната величина c_j в интервала $[c_{1j}, c'_{2j}]$ (вж. фиг. 1).

Аналогично се имитира асиметрия наляво на случайната величина c_j в интервала $[c_{1j}, c_{2j}]$, където математическото очакване $\hat{c}_j < c_j$ (вж. фиг. 2).



Фиг. 1 Асиметрия надясно

Фиг. 2 Асиметрия наляво

В случаите, когато една стока се произвежда в няколко варианта по качество и това дава съответни разлики в пазарната цена, тогава в еднократната имитация на ценовия вектор различните варианти по качество се имитират с едно и също случайно гаусово число $\eta \in N(0,1)$. Това става по формулата:

$$(9) \quad c_{kj} = \mu_{kj} + \sigma_{kj} \cdot \eta, \quad k = 1, m,$$

където:

c_{kj} - имитираната цена на k -то качество на j -та стока;

μ_{kj} - математическото очакване на цената на k -то качество на j -та стока;

σ_{kj}^2 - дисперсията на k -то качество на j -та стока;

m - броят на вариантите по качество на j -та стока.

Връзката между цените на суровина и продукт се въвежда аналогично на връзката между вариантите по качество на дадена стока. В случая суровината и продуктът се разглеждат като две качества на една и съща

стока. За имитирането на цените на суровина и съответен продукт се използва формула (9).

Когато един продукт (стока) се произвежда от няколко суровини, се предлага следният начин за имитиране тенденцията на сумарното движение на цените на суровините и съответната цена на произведения продукт.

Нека j -ят продукт (стока) се произвежда от n на брой суровини. Всяка суровина се включва с относителен дял p_{ji} в производството на j -я продукт и $\sum_i p_{ji} = 1$. Имитирането на цената на всяка суровина става по формула (5),

където участват случайните гаусови числа η_i , $i=1, n$ и $\eta_i \in N(0,1)$. Сумарното движение на цените на суровините се отразява чрез следното случайно число $\sim \eta_j = \sum_i p_{ji} \cdot \eta_i$. Ясно е, че случайната величина $\sim \eta_j$ е гаусова и $\sim \eta_j \in N(0,1)$, като следствие от централната пределна теорема. Така полученото гаусово случайно число $\sim \eta_j$ служи за имитация на цената на j -я продукт (стока) във формула (5).

За група стоки, при които има общи тенденции към растеж или падане на цените, имитирането се извършва по формула (5), като при еднократното имитиране на ценовия вектор се ползва едно и също гаусово число $\eta \in N(0,1)$ за имитация на всички цени в групата стоки.

Имитирането на цените на едро и на дребно се извършва както при тези на различните варианти по качество на една стока.

В. Алгоритъм за многократно имитиране на ценови вектор на произволно взета номенклатура от стоки

Разглежда се произволна номенклатура от N на брой стоки (суровини, продукти). Определят се k на брой непресичащи се подноменклатури, всяка една съдържаща n_j на брой стоки, $N = \sum_j n_j$.

Всяка подноменклатура се състои от стоки, цените на които по някакви причини растат или падат едновременно. Нека броят на имитациите на ценовия вектор на взетата номенклатура означим с m . С $\eta_1^i \in N(0,1)$ се означават генерираните случайни числа, където $i=1, m$ е номерът на поредната имитация на ценовия вектор, а $l=1, k$ - номерът на съответната подноменклатура. Имитираната цена за всяка стока от номенклатурата се означава с c_{lnj}^i .

Общият вид на ценовия вектор в схемата за многократно имитиране $i=1, m$ изглежда така:

$$\begin{aligned} & c_{11}^i(\eta_1^i), c_{12}^i(\eta_1^i), \dots, c_{1n_1}^i(\eta_1^i), \\ & c_{21}^i(\eta_2^i), c_{22}^i(\eta_2^i), \dots, c_{2n_2}^i(\eta_2^i), \\ & c_{k1}^i(\eta_k^i), c_{k2}^i(\eta_k^i), \dots, c_{kn_k}^i(\eta_k^i), \end{aligned}$$

Г. Многократно имитиране на двойка ценови вектори за пазарната среда на производствена фирма

Двата ценови вектора се имитират съгласно описания алгоритъм в (В), като между тях се отразяват зависимостите между цените на суровина - продукт и няколко суровини - продукт.

Д. Многократно имитиране на двойка ценови вектори за пазарната среда на търговска фирма

Двата ценови вектора се имитират съгласно описания алгоритъм в (В), като между тях се отразява зависимостта между цените на едро и съответните цени на дребно на стоките.

ПРИЛОЖЕНИЕ НА МЕТОД “МОНТЕ-КАРЛО” ЗА СИМУЛАТИВНО ПРОГНОЗИРАНЕ НА ПАЗАРНИТЕ ЦЕНИ

Александър Тасев
(Резюме)

За пазарната икономика е известно, че цените варират. Този факт създава съществен проблем при прогнозирането на финансовите потоци свързани с ефективното функциониране на фирмите. В разработката се предлага подход на базата на метод Монте-Карло, чрез който симулативно се прогнозира колебанията на пазарните цени. С помощта на този подход се дава възможност на управленския персонал да проиграе различни варианти на фирмени стратегии при възможните комбинации от вариращите стойностни показатели на съответните цени. По този начин може да бъде избрана такава стратегия, която най-добре се адаптира при всички възможни ценови комбинации на пазара и дава най-добри икономически резултати.

APPLICATION OF “MONTE CARLO” METHOD FOR SIMULATING PROGNOSES OF THE MARKET PRICES

Alexander Tassev
(Summary)

It is well known that in the market economies the prices vary. This fact creates substantial problem when forecasting the necessary financial flows connected with firms' effective functioning. This research offers an approach based on “Monte Carlo” method with the help of which simulatively are prognosticated the market prices' variations. With the help of this approach the managing personnel have the possibility to use different variations of firm strategies at the possible combinations of varying value indexes of the corresponding prices. In the way such a strategy may be chosen which is well adapted to all possible market price combinations and which gives best economic results.