

КРИТИЧЕН ПРЕГЛЕД НА ТЕЗАТА ЗА ДЪЛГИТЕ ВЪЛНИ НА КОНДРАТИЕВ

В статията е разгледана подробно тезата на Н. Д. Кондратиев за наличието на големи цикли ("дълги вълни") в икономическото развитие. Основно внимание е отделено на методите, използвани от Кондратиев за елиминирание на тенденцията и отделяне на цикличните компоненти. Анализирани са последствията от присъствието на стохастичен тренд ("единичен корен" или "случаен ход"), както и резултатите от неправилно елиминирание на тенденцията. Допълнително е показано влиянието на използвания филтър "деветгодишни верижни средни" върху спектъра на един динамичен ред. Теоретичните изводи за неправилно елиминирание на тенденцията са подкрепени от детайлно изследване на тенденцията в 14-те икономически показателя, анализирани от Кондратиев. Показано е, че всички динамични редове са интегрирани от първи порядък и за отстраняване на тенденцията трябва да се използват първите последователни разлики, което превръща редовете в стационарни. По-нататък е извършен спектрален анализ на трансформираните редове, който позволява отчетливо да се излявят периодични компоненти от типа на "цикли на запасите" (цикли на Китчин) и циклите на Юглар. Цикли с дължина над 30 години не присъстват в данните, поради което и основната теза на Кондратиев трябва да се счита за недоказана.

Понятието "дълги вълни" или "големи цикли" навлиза в икономическата литература с разработката на Кондратиев "Големите цикли на икономическата конюнктура".² В нея авторът подлага на анализ известен брой натурални и стойностни показатели за икономическото развитие на големите индустриални държави преди Първата световна война – Англия, САЩ, Франция, за един сравнително дълъг период – 100 – 120 години. Основното заключение на Кондратиев е, че в динамиката на тези показатели се наблюдават циклични колебания с период 30 – 50 и дори повече години. При откриването на цикличността авторът се основава на класическите методи за декомпозиране на един динамичен ред и отделяне на скритите компоненти. Използваните методи са плъзгащи се средни и методът на най-малките квадрати. Авторът обаче не изследва дали са налице условията, позволяващи използването на тези методи, респ. дали резултатите са състоятелни. При анализа се приема, че редовете съдържат единствено детерминистичен тренд, който се отстранява. Възможността за наличие на стохастичен тренд или на комбинация от двата не е изследвана от автора.

¹ Любомир Иванов е ст. ас. в СА "Д.А. Ценов" Свищов, катедра "Математика и статистика", тел: (0631) 279201, факс: (0631) 23472, 24719, e-mail: lubomir@uni-svishtov.bg.

² Кондратиев, Н. Д. Большие циклы экономической конъюнктуры, М., 1926, Кондратиев, Н. Д. Проблемы экономической динамики, М., 1984.

Последното обстоятелство поставя под съмнение някои от изводите, особено относно наличието на цикличните колебания.

Проблемът за наличието на дълги вълни е изследван нееднократно, като това най-често е свързано с анализ на причините за възникването на циклите и построяването на модели и механизми, които да ги генерират на основата на определени икономически постановки. В чисто статистически аспект могат да се посочат по-малко на брой изследвания, например на Кучински, Бокар, Кузнец и др. Кучински³ използва спектралния анализ при изследване на динамични редове от икономически показатели на развитите индустриални държави. Заключениеето му е за наличие на цикли с продължителност около 60 години, но рискът от грешка при определянето на значимостта им е над 50%. Бокара⁴ използва съвсем прост статистически апарат – средни за периоди от 5, 10 или 20 години, и в крайна сметка получава колебания с период до 20 години. Кузнец⁵ в своите изследвания показва присъствието на т. нар. “строителни цикли”, но не вижда основание за съществуването на дълги вълни – нито теоретично, нито статистически. Ван Дайн⁶ сам признава, че не е успял да подкрепи тезата си със статистически материал. Делбеке⁷ използва данните, без да елиминира тенденцията и без да осреднява, за да не внесе изкуствен елемент. Дори и в този случай тезата за дългите вълни не получава потвърждение. Не случайно многократните опити в тази посока карат Голдберг⁸ да заяви, че статистическият материал е недостатъчен, за да се потвърди тезата за дългите вълни. Интерес представляват изследванията на Клайнкнехт⁹ и на Меншиков и Клименко,¹⁰ които подкрепят тезата за наличие на дълги вълни. В първия случай обаче авторът елиминира тенденцията единствено чрез използване темповете на развитие, а Меншиков и Клименко – чрез линейни експоненциални функции, след което прилагат отново 9-годишни верижни средни. По същество това е методът, използван и от Кондратиев, с леки модификации.

От другата страна трябва да посочим изследванията, които критикуват не толкова икономическите аспекти на теорията за дългите вълни, колкото тяхното откриване в емпиричния материал. Още Опарин¹¹ в своя контра-доклад изразява несъгласие с използването на метода на най-малките квадрати за елиминиране на тенденцията. Приблизително по същото време

³ Kuczynsky, T. Spectral Analysis and Cluster Analysis as Mathematical Methods for Periodisation of Historical Processes. Economic Historical Congress. Edinburgh, 1978.

⁴ Boccara, P. Originalite de la longue phase en cours dans une analyse systematique et historique des cycles longues. Montpellier, 1987.

⁵ Kuznets, S. Schumpeter Business Cycle. – *American Economic Review*, 1940, N 30.

⁶ Van Duijn, J. The Long Wave in Economic Life. London, 1983.

⁷ Delbeke, J. Long-Term Trends in the Belgian Money Supply, 1874-1984= The Long-Wave Debate. West Berlin, 1983.

⁸ Голдберг, Й. Концепция длинных волн в экономике – критика теоретических аспектов. ФИМИ, Франкфурт, 1985.

⁹ Kleinknecht, A. Innovation Pattern in Crisis and Prosperity. London, 1987.

¹⁰ Меншиков, С. М., Л. А. Клименко. Длинные волны в экономике, М., 1989.

¹¹ Опарин, Д. И. Большие циклы конъюнктуры: Доклады и их обсуждение в Институте экономики. М., 1928.

Слуцки¹² показва, че натрупването на случайни елементи води до появата на отклонения, наподобяващи циклични колебания (ефект на Слуцки). Феноменът получава своето обяснение с развитието на теорията на спектралния анализ. Гренджър и Хатанака¹³ изясняват, че използването на последователност от разликови или сумиращи филтри води до появата на единичен максимум в спектъра на динамичния ред. В същото време Хенън,¹⁴ анализирайки използването на различни процедури за елиминиране на тенденцията, стига до извода, че при някои се получава сериозно изкривяване в спектъра на реда, а Хатанака и Хорей¹⁵ показват, че е възможно да се получат значими, но фалшиви пикове в спектралната плътност на остатъците около регресионните модели.

В този аспект Чан, Хайа и Орд¹⁶ извеждат автокорелационната функция на процес от типа "случаен ход", когато тенденцията се елиминира чрез права линия. Техните резултати са доразвити от Нелсън и Кенг,¹⁷ които показват, че ако при наличие на процес от вида "случаен ход" се приложи линейна регресия, в остатъците ще се появят цикли с период между 0,6 и 0,8 от дължината на динамичния ред. Мадала¹⁸ пък показва, че подобна фалшива цикличност, но с по-къс период, се появява и при наличие на необратим процес от типа "грешка на плъзгащи се средни".

Всичко това поставя под съмнение резултатите от анализа на Кондратиев, а и на използваните от него методи. Същото може да се каже и за останалите автори, тъй като и те са използвали модели с детерминистичен тренд, при положение, че съществуват основания да се предполага наличието на стохастичен такъв.

Основната цел на разработката е да се провери дали данните, използвани от Кондратиев, подкрепят хипотезата за наличието на големи цикли, или не. Във връзка с това ще отделим внимание на използваните от автора методи и модели, както и на предположенията, на които те се основават. Ще покажем, че данните не съдържат дълги вълни и получените от Кондратиев изводи са плод на неправилно елиминиране на тенденцията. За тази цел ще преминем последователно през няколко етапа. В първата част ще се спрем по-обстойно на използваните от Кондратиев методи, като ясно посочим условията, необходими за прилагането им. Във втората част ще докажем, че изследваните икономически променливи са интегрирани и съдържат стохастичен тренд. В третата част ще изследваме

¹² Слуцкий, Е. Е. Сложение случайных величин как источник циклических процессов. *Вопросы конъюнктуры*, М., 1927, N 3, 34-64.

¹³ Гренджер, К., М. Хатанака. Спектральный анализ временных рядов в экономике, Статистика, М., 1972.

¹⁴ Hannan, E. J. The Estimation of the Spectral Density After Trend Removal. – *Journal of the Royal Statistical Society (B)*, 1958, 20, 323-333.

¹⁵ Hatanaka, M, E. P. Howrey. Low Frequency Variation in Economic Time Series. *Kyklos*, (1969), N 22, 752-766.

¹⁶ Chan, K. H., J. C. Hayya, J. K. Ord. A Note on Trend Removal Methods: The Case of Polynomial Regression Versus Variate Differencing. – *Econometrica*, 1977, N 45, 737-744.

¹⁷ Nelson, C. R., H. Kang. Spurious Periodicity in Inappropriately Detrended Time Series. – *Journal of the Econometric Society*, 1981, N 49, 741-751.

¹⁸ Maddala, G. S., I. M. Kim. Unit Roots, Cointegration and Sturctural Change. Cambridge Univercity Press, Cambridge, 1998.

цикличността след елиминиране на тренда и ще покажем, че данните потвърждават наличието единствено на малки цикли.

Анализ на използваните от Кондратиев методи и условията за прилагането им

При анализа на икономическите показатели Н. Д. Кондратиев изхожда от постановката, че те се състоят от два основни компонента: обща тенденция (*Secular trend*) и ускорения на общата тенденция. Общата тенденция се приема за лишена от цикличност, следователно цикличността трябва да се търси в ускоренията на тенденцията. Последната се елиминира от динамичните редове чрез следната процедура:

$$(1.1) \quad \tilde{Y}_t = Y_t - \hat{Y}_t,$$

където величината на показателя за периода t е означена с Y_t , тенденцията (изгладените значения) с $\hat{Y}_t$, а ускоренията от тенденцията – с $\tilde{Y}_t$. Самата тенденция се оценява по метода на най-малките квадрати, като се използват полиноми от първи, втори и трети порядък:

$$(1.2) \quad \hat{Y}_t = f(t).$$

По-нататък Кондратиев обръща внимание, че получените отклонения съдържат освен дългите вълни, още малки и средни цикли, както и случайни колебания. За да елиминира средните цикли, той прилага плъзгащи се средни с период 9 години, което автоматично елиминира малките цикли и случайните колебания:

$$(1.3) \quad \tilde{Y}_t^* = \frac{1}{9} \sum_{i=-4}^4 \tilde{Y}_{t+i}.$$

Полученият в крайна сметка динамичен ред $\tilde{Y}_t^*$ съдържа само колебания с продължителност над 9 години. В тези редове авторът открива наличието на дълги вълни с период между 45 и 60 години.

Следователно процедурата, използвана от Кондратиев, се състои от две части, които ще изследваме по-подробно:

- (1) елиминиране на тенденцията;
- (2) елиминиране на нискочестотните колебания.

Елиминиране на тенденцията

Основното предположение на автора е, че редовете съдържат два компонента: тенденция и отклонения около нея (наречени още ускорения). В тази своя постановка Кондратиев приема, че тенденцията е чисто детерминистична, което проличава и от начина, който е подбран за оценката и елиминирането ѝ.

Освен детерминистичен данните могат да съдържат и стохастичен тренд. Да разгледаме модела:

$$(1.4) \quad Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + e_t,$$

където за остатъците e_t се приема да са гаусов процес (независими и идентично нормално разпределени с еднаква дисперсия σ^2). Той представлява авторегресионен модел от първи порядък. В частния случай, когато $\phi_1 = 1$, моделът приема вида:

$$(1.5) \quad Y_t = Y_{t-1} + e_t,$$

известен като **“случаен ход”** (*random walk*)¹⁹. Ако извършим последователно рекурсивно заместване се получава:

$$(1.6) \quad Y_t = Y_{t-1} + e_t = Y_{t-2} + e_{t-1} + e_t = \dots = Y_0 + \sum_{j=1}^t e_j.$$

Основните характеристики²⁰ на този процес са както следва:
математическо очакване:

$$(1.7) \quad E(Y_t) = E\left(Y_0 + \sum_{j=1}^t e_j\right) = E(Y_0) + E\left(\sum_{j=1}^t e_j\right) = Y_0 + \sum_{j=1}^t E(e_j) = Y_0.$$

дисперсия:

$$(1.8) \quad V(Y_t) = V\left(Y_0 + \sum_{j=1}^t e_j\right) = V(Y_0) + V\left(\sum_{j=1}^t e_j\right) = \sum_{j=1}^t V(e_j) = \sum_{j=1}^t \sigma^2 = t \cdot \sigma^2$$

Както може да се види, динамичният ред, генериран от подобен модел, съдържа тенденция не в първите, а във вторите си моменти – няма тенденция в средното равнище, но има тенденция в дисперсията, която зависи линейно от времето. Подобен тренд се нарича стохастичен, тъй като се поражда от случайните елементи e_j . Отстраняването на тенденцията става чрез използване на първите последователни разлики:

$$(1.9) \quad \Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1} = Y_{t-1} + e_t - Y_{t-1} = e_t.$$

Полученият нов ред ΔY_t не съдържа стохастичен тренд.

Положението е различно от това при наличие на тренд в средното равнище, но не и в дисперсията, например в модел от типа:

$$(1.10) \quad Y_t = \alpha + \beta \cdot t + u_t,$$

където остатъците са приети за гаусов процес с постоянна дисперсия σ_u^2 .

Характеристиките на този модел са:
математическо очакване:

$$(1.11) \quad E(Y_t) = E(\alpha + \beta \cdot t + u_t) = E(\alpha) + E(\beta \cdot t) + E(u_t) = \alpha + \beta \cdot t.$$

дисперсия:

$$(1.12) \quad V(Y_t) = V(\alpha + \beta \cdot t + u_t) = V(\alpha) + V(\beta \cdot t) + V(u_t) = \sigma_u^2.$$

Наличието на тенденция в средното равнище, която е линейна спрямо времето, позволява елиминирането ѝ чрез:

¹⁹ Употребяват се още наименованията единичен корен – “*unit root*”, както и интегриран процес от първи порядък. По-нататък в изложението тези термини се използват като синоними.

²⁰ Тук и по-нататък в изложението основно внимание се обръща на първите и вторите моменти, тъй като те описват напълно нормалното разпределение.

$$(1.13) \quad \tilde{Y}_t = Y_t - \hat{Y}_t = Y_t - (\alpha + \beta.t) = \alpha + \beta.t + u_t - \alpha - \beta.t = u_t.$$

Това е и процедурата, използвана от Кондратиев.

Двата модела (1.5) и (1.10) са коренно различни по отношение на тренда и съответно – на процедурите, с които последният се елиминира. Те са известни още като “разликов стационарен процес” (*difference stationary process* или за кратко *DSP*) – модел (1.5), и “трендов стационарен процес” (*trend stationary process* или съкратено *TSP*) – модел (1.10).

Освен в чист вид вида тренда могат да съществуват и в комбинация помежду си. Такъв е моделът:

$$(1.14) \quad Y_t = \mu + Y_{t-1} + v_t,$$

където за остатъците v_t е прието да са гаусов процес с постоянна дисперсия σ_v^2 . След рекурсивно заместване моделът придобива вида:

$$(1.15) \quad Y_t = \mu + Y_{t-1} + v_t = \mu + \mu + Y_{t-2} + v_{t-1} + v_t = \dots = Y_0 + \mu.t + \sum_{j=1}^t v_j.$$

Характеристиките на модела са:
математическо очакване:

$$(1.16) \quad E(Y_t) = E\left(Y_0 + \mu.t + \sum_{j=1}^t v_j\right) = E(Y_0) + E(\mu.t) + E\left(\sum_{j=1}^t v_j\right) = Y_0 + \mu.t$$

дисперсия:

$$(1.17) \quad V(Y_t) = V\left(Y_0 + \mu.t + \sum_{j=1}^t v_j\right) = V(Y_0) + V(\mu.t) + V\left(\sum_{j=1}^t v_j\right) = t.\sigma_v^2.$$

Както се вижда, и първите, и вторите моменти зависят линейно от времето – моделът съдържа тренд както в средното си равнище, така и в дисперсията си. За да се елиминират и двата тренда, отново се използват първите последователни разлики:

$$(1.18) \quad \Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1} = \mu + Y_{t-1} + v_t - Y_{t-1} = \mu + v_t.$$

Следователно процесът (1.14) е от класа на разликовите стационарни процеси (*DSP*). Тези процеси се наричат още интегрирани, като порядъкът им се определя от броя на последователните разлики, необходими за елиминирание на тенденцията и получаване на стационарен процес.²¹

Интерес представлява въпросът какви са последствията, ако за модел от единия клас се приложи метод за елиминирание на тенденцията, подходящ за другия.

Нека разгледаме случая с модел (1.14), който е от клас *DSP*, но при който наличието на детерминистичен тренд може да замаскира реалния процес – най-често детерминистичния тренд доминира в нестационарността, въпреки че в общия случай от значение са величините на параметъра μ и дисперсията на случайните отклонения σ_v^2 .

Оценките на параметрите на уравнение от вида:

²¹ Навсякъде в изложението под стационарен се разбира процес, чиито първи и втори моменти не зависят от времето.

$$(1.19) \quad Y_t = a + b.t + e_t,$$

където остатъците e_t съответстват на $\sum_{j=1}^t v_j$ става по метода на най-малките квадрати. Получените стойности са асимптотично неизместени оценки: $E(\hat{a}) = Y_0$ и $E(\hat{b}) = \mu$, въпреки наличието на хетероскедастичност (дисперсията нараства линейно в динамичния ред и в остатъчните елементи) и на автокорелация (остатъците на всеки две съседни наблюдения e_t и e_{t-1} се различават само с v_t и следователно имат обща част).

Но оценките не са нито ефективни, нито състоятелни и тъй като вариацията в общия случай (при неограничено нарастване дължината на динамичния ред) няма крайна стойност ($V(Y_t) = t.\sigma_v^2 \rightarrow \infty$ при $t \rightarrow \infty$), стандартните грешки на параметрите са изместени и несъстоятелни. Използването на процедура от типа (1.13) води до получаване на следния динамичен ред:

$$(1.20) \quad Y_t - \hat{Y}_t = Y_0 + \mu.t + \sum_{j=1}^t v_j - Y_0 - \mu.t = \sum_{j=1}^t v_j.$$

Както се забелязва, неизместеността на оценките позволява да се елиминира детерминистичният тренд, но не и стохастичният.

В обратния случай – когато е налице модел от вида *TSP*:

$$(1.21) \quad Y_t = \alpha + \beta.t + u_t,$$

използването на първите последователни разлики води до:

$$(1.22) \quad \Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1} = \alpha + \beta.t + u_t - \alpha - \beta(t-1) - u_{t-1} = \beta + u_t - u_{t-1}.$$

Тенденцията е елиминирана, но резултатът е процес на плъзгащи се средни от първи порядък. Този процес е стационарен.²²

В обобщение може да се отбележи, че използването на първите последователни разлики води до получаването на стационарен процес и в трите случая, докато елиминирането на тенденцията чрез (1.13) отстранява само детерминистичния тренд и е подходящо при отсъствие на стохастичен тренд.

На следващо място възниква въпросът дали присъствието на стохастичен тренд влияе по някакъв начин на поведението на динамичните редове. За да се определи това, е необходимо да се разгледа спектралната плътност на подобен процес. Нека е налице следният процес:

$$(1.23) \quad Y_t = Y_{t-1} + v_t = Y_0 + \sum_{j=1}^t v_j,$$

където остатъците v_j са гаусов процес. Спектралната функция на авторегресионен процес от първи порядък се дава от израза:²³

²² Hamilton, J. D. Time Series Analysis. Princeton, 1994.

²³ Пак там.

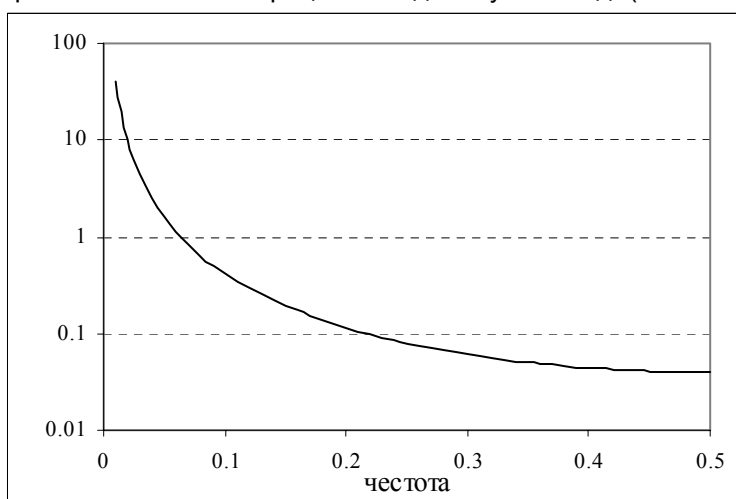
$$(1.24) \quad S(\omega) = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\sigma^2}{[1 + \phi^2 - 2\phi \cdot \cos(\omega)]}.$$

Тъй като $\phi = 1$, се получава:

$$(1.25) \quad S(\omega) = \frac{1}{4\pi} \frac{\sigma_v^2}{1 - \cos(\omega)},$$

където с σ_v^2 е означена дисперсията на остатъците v_t .

Фигура 1
Спектрална плътност на процес от вида “случаен ход” (“random walk”)



Графичният образ на спектъра (прието е $\sigma_v^2 = 1$) може да се проследи на фиг. 1. При доближаване на честотата ω до нула спектралната плътност нараства неограничено ($S(\omega) \rightarrow \infty$ при $\omega \rightarrow 0$). Това означава, че при единична реализация на такъв процес в спектъра му ще съществува натрупване при ниските честоти, което води до “откриването” на циклични колебания с голяма продължителност. Поради доминиращата роля на тренда дори и да съществуват циклични колебания при други честоти, те ще са неразличими. Последното обстоятелство е основа за изискването при анализ на цикличността (и по-специално при използване на спектралния анализ) тенденцията да бъде предварително елиминирана. Става дума както за детерминистичния, така и особено за стохастичния тренд.

Използваната от Кондратиев процедура за елиминиране на тенденцията отстранява детерминистичния тренд, но ако в данните е съществувал стохастичен тренд, той ще продължи да присъства и в остатъчните значения и ще генерира в реда отклонения, наподобяващи циклични колебания.

Следователно редовете трябва да се проверят за наличие на стохастичен тренд и ако такъв съществува, той трябва да се отстрани и едва тогава да се пристъпи към анализ на цикличните колебания.

Елиминирание на нискочестотните компоненти

За елиминирание на циклите с ниска продължителност, Кондратиев използва деветгодишни верижни средни. Процедурата е равносилна на приложението на филтър към динамичния ред. Използването на филтър води до получаване на нов ред, чиято спектрална плътност е произведение от спектралната плътност на първоначалния ред и специална функция, наречена предаваща функция (*transition function*). В зависимост от вида на предаващата функция в новия ред могат да се елиминират едни или други честоти, както и да се усили определена честотна полоса, например, ако е необходимо по-детайлното ѝ изследване. При всички случаи обаче трябва да се държи сметка за две неща: формата на предаващата функция и въздействието ѝ върху динамичните редове.

Използването на линеен филтър от типа:

$$(1.26) \quad x_t = G(y_t) = \sum_{j=k}^m \alpha_j y_{t+j}$$

води до предаваща функция:²⁴

$$(1.27) \quad g(\omega) = a(\omega) \cdot \overline{a(\omega)},$$

където:

$$(1.28) \quad a(\omega) = \sum_{j=k}^m \alpha_j e^{ij\omega}.$$

В конкретния случай са използвани деветгодишни верижни средни, следователно филтърът е:

$$(1.29) \quad x_t = \frac{1}{9} \sum_{j=-4}^4 y_{t+j}.$$

Функцията $a(\omega)$ има вида:

$$(1.30) \quad a(\omega) = \sum_{j=-4}^4 \frac{1}{9} \cdot e^{ij\omega}.$$

След преработка се получава:

$$(1.31) \quad a(\omega) = \frac{1}{9} (1 + 2 \cos \omega + 2 \cos 2\omega + 2 \cos 3\omega + 2 \cos 4\omega)$$

или

$$(1.32) \quad a(\omega) = \frac{1}{9} \left(1 + 8 \cos \frac{5}{2} \omega \cdot \cos \omega \cdot \cos \frac{\omega}{2} \right).$$

²⁴ Гренджер, К., М. Хатанака. Спектральный анализ временных рядов в экономике. Статистика, М., 1972.

Предаващата функция е:

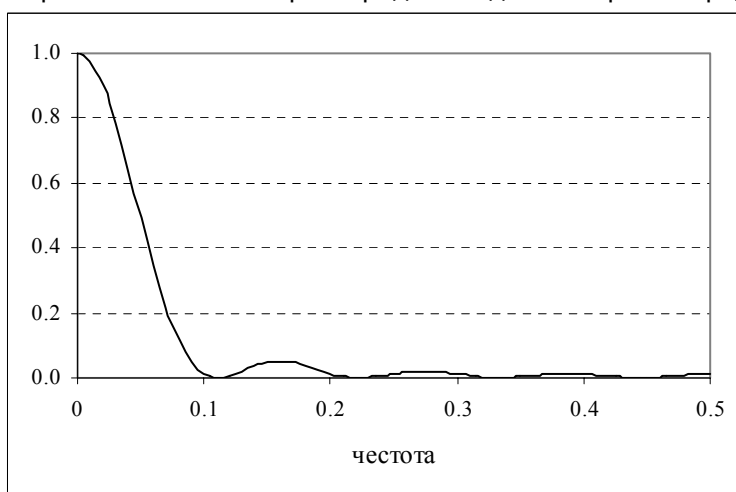
$$(1.33) \quad g(\omega) = a(\omega) \cdot \overline{a(\omega)} = \frac{1}{81} \left(1 + 8 \cos \frac{5}{2} \omega \cdot \cos \omega \cdot \cos \frac{\omega}{2} \right)^2,$$

а спектралната функция на новополучения ред (изгладените стойности):

$$(1.34) \quad S^*(\omega) = \frac{1}{81} \left(1 + 8 \cos \frac{5}{2} \omega \cdot \cos \omega \cdot \cos \frac{\omega}{2} \right)^2 \cdot S(\omega),$$

където с $S(\omega)$ е означена спектралната плътност на нефилтрирания ред.

Фигура 2
Спектрална плътност на филтър “деветгодишни верижни средни”



Видът на функцията $g(\omega)$ е показан на фиг. 2. Както се забелязва, филтърът усилва значително честотния интервал $(0; 0,05)$, докато по-високите честоти са на практика елиминирани. На този честотен интервал съответстват колебания с период $(20; +\infty)$. Опасността при използването му е, че ако изследваният ред е случаен, спектралната му плътност е равномерно разпределена и приложението на такъв филтър ще даде спектър, идентичен с $g(\omega)$. Ако не се вземе под внимание последното обстоятелство, е възможно да се заключи, че в реда съществуват циклични колебания с ниска честота (респ. продължителен период). Следователно използването на този филтър е оправдано само ако полученият спектър се изследва внимателно. Ако общият му вид съвпада с вида на функцията $g(\omega)$, получените максимуми са плод на филтъра, а не на реални цикли в динамичните редове.

Общото заключение относно използваните от Кондратиев методи е, че както използваният филтър, така и отстраняването единствено на детерминистичния тренд са в състояние да породят цикличност в изследваните данни, като периодите на цикличността ще са големи.

За да се провери наличието на дълги вълни, трябва да се анализират динамичните редове за наличие на стохастичен тренд.

Анализ и определяне вида на тенденцията

Разграничаването на двата типа модели (*DSP* и *TSP*) има за основа определени тестове, най-често използваните от които са разработени от Дики и Фулър.²⁵ Същността им се състои в следното:

1) Оценява се по метода на най-малките квадрати модел от типа:

$$(2.1) \quad Y_t = \rho \cdot Y_{t-1} + c(L) \Delta Y_{t-1} + e_t,$$

$$(2.2) \quad Y_t = \mu + \rho \cdot Y_{t-1} + c(L) \Delta Y_{t-1} + e_t$$

или

$$(2.3) \quad Y_t = \mu + \rho \cdot Y_{t-1} + \beta \cdot t + c(L) \Delta Y_{t-1} + e_t.$$

в зависимост от това дали се предполага наличие на детерминистичен тренд, или не. С $c(L)$ е означен полиномът на лаговия оператор. Лаговете на зависимата променлива ΔY_{t-1} се включват в модела с цел да се елиминира автокорелацията в остатъците.

2) На базата на оценката на параметъра ρ се проверява хипотезата за интегрираност ($H_0 : \hat{\rho} = 1$), като се изчислява характеристиката:

$$(2.4) \quad \tau = \frac{\hat{\rho} - 1}{SE(\hat{\rho})},$$

където $SE(\hat{\rho})$ е стандартната грешка на оценката на параметъра ρ .

Критичните стойности са табулирани от Дики и Фулър. При сравнението нулевата хипотеза се отхвърля, ако $t_e < t_t$ и следователно моделът, генерирал данните, е от вида *TSP*. Ако обаче $t_e > t_t$, нулевата хипотеза не може да се отхвърли и моделът е от клас *DSP*. От важно значение в случая е правилно да се специфицира видът на детерминистичния тренд. Ако данните предполагат наличие на такъв, се използва третият модел. Ако редът се колебае около някакво средно равнище без ясно изразено увеличение или намаление, трябва да се подбере вторият модел, а ако това средно равнище е нулата – първият. Критичните стойности също се променят в зависимост както от вида на модела, така и от броя на включените лагове и стойностите на параметрите, определящи тренда (μ и β).

През описаната по-горе процедура ще се премине последователно за изследваните от Кондратиев динамични редове.

Индекси на цените

На разположение са индексите на цените за три държави: Великобритания, Съединените щати и Франция.²⁶ Периодите на

²⁵ Dickey, D.A., W. A. Fuller. Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root. – *Journal of the American Statistical Association*, 1979, 74, 427 – 431; Dickey, D.A., W. A. Fuller. Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series with a Unit Root, *Econometrica*, 1981, N 49, 1057 - 1072.

изследването са различни. За осигуряване на адитивност индексите се логаритмуват.

Фигура 3

Индекси на цените във Великобритания, Франция и Съединените щати
(логаритми)



Графичните образи и на трите реда (p_{uk} , p_{us} и p_f) дават основание да се предположи, че редовете не съдържат детерминистичен тренд, а се колебаят около някакво средно равнище, различно от нулата (фиг. 3). Следователно ще се подбере вторият модел на Дики и Фулър:

$$(2.5) \quad p_t = \mu + \rho \cdot p_{t-1} + c(L) \Delta p_{t-1} + e_t.$$

За по-голямо удобство моделът се решава във вида:

$$(2.6) \quad \Delta p_t = \mu + \theta \cdot p_{t-1} + c(L) \Delta p_{t-1} + e_t,$$

където: $\theta = \rho - 1$. Това позволява тестването на хипотезата за наличие на стохастичен тренд ($H_0 : \hat{\rho} = 1$) да се замени с теста ($H_0 : \hat{\theta} = 0$), който се основава на t -отношенията, давани от стандартните пакети за регресионен анализ. При решаването на моделите се налага включването на един лаг за реда p_{uk} , и три лага – за реда p_f ²⁷. Получават се следните резултати:

Великобритания:

$$(2.7) \quad \Delta p_t = 0,2696 - 0,0548 \cdot p_{t-1} + 0,2195 \Delta p_{t-1},$$

(2,15) (-2,146) (2,664)

²⁶ Тук и нататък се използват оригиналните данни, анализирани от Кондратиев, поместени в приложенията към разработката му. Спазена е и последователността на показателите.

²⁷ Използван е тестът за автокорелация на Бокс и Лjung (Ljung, G. M., G. E. P. Box, On the Measure of Lack of Fit in Time Series Models. – *Biometrika*, 1978, N 65, 297 - 303), тъй като стандартният тест на Дърбин-Уотсън е несъстоятелен при наличие на зависими факторни променливи.

Съединени щати:

$$(2.8) \quad \Delta p_t = 0,3366 - 0,0703.p_{t-1};$$

(2,158) (-2,165)

Франция:

$$(2.9) \quad \Delta p_t = 0,2759 - 0,0572.p_{t-1} + 0,6168.\Delta p_{t-1} - 0,0439.\Delta p_{t-2} - 0,2403.\Delta p_{t-3}.$$

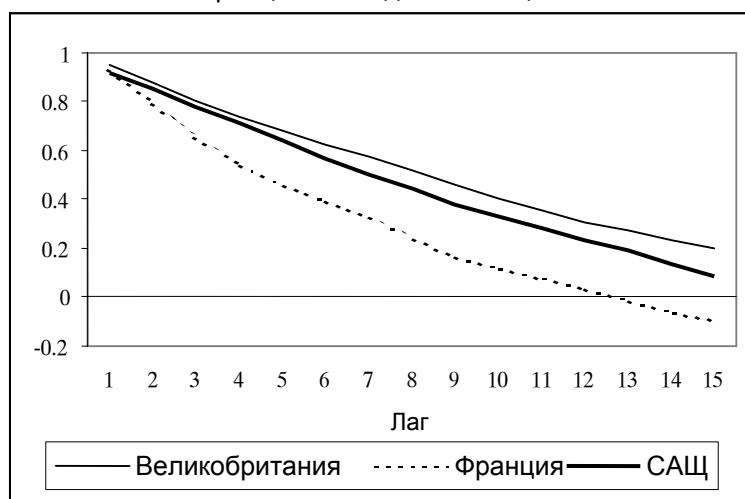
(1,458) (-1,45) (5,048) (-0,302) (-1,885)

В скобите са дадени t -отношенията.

Критичните стойности за проверката на хипотезата $H_0 : \hat{\theta} = 0$ са, както следва: за Великобритания и Съединените щати: $-3,520$; $-2,897$ и $-2,591$,²⁸ за Франция: $-3,501$; $-2,897$ и $-2,583$, съответно при 1, 5 и 10% риск от грешка. Хипотезата за присъствие на стохастичен тренд в динамиката на цените и в трите модела не може да бъде отхвърлена дори и при 10% риск от грешка.

Фигура 4

Автокорелационни функции на индексите на цените във Великобритания, Франция и Съединените щати

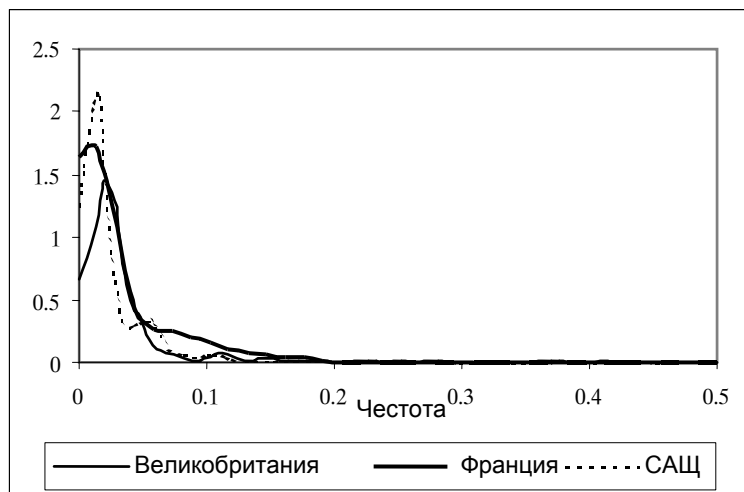


Тъй като и графичният образ, и автокорелационната функция (фиг. 4) са с форма, присъща на нестационарни процеси, ще се възприеме становището, че и трите реда съдържат тренд, който явно е стохастичен, тъй като не се наблюдава устойчиво нарастване или намаление.

²⁸ Всички критични стойности за разновидностите на процеси от типа "случаен ход" са по Патерсън (Patterson, K. An Introduction to Applied Econometrics, London, Macmillan, 2000.).

Фигура 5

Спектрална плътност на индексите на цените във Великобритания, Франция и Съединените щати



Заклучението се потвърждава и от спектралните оценки, които имат форма (фиг. 5), близка до показаната на фиг. 1. За да се елиминира тенденцията, е необходимо да се използват първите последователни разлики.

Проверката за стационарност на новополучените редове става чрез същия метод, приложен към разликите:

$$(2.10) \quad \Delta^2 p_t = \mu + \theta \Delta p_{t-1} + c(L) \Delta^2 p_{t-1} + v_t.$$

Решението на модела дава следните резултати:

Великобритания:

$$(2.11) \quad \Delta^2 p_t = 0,0011 - 0,8088 \Delta p_{t-1};$$

(0,163) (-9,759)

Франция:

$$(2.12) \quad \Delta^2 p_t = 0,0016 - 0,7276 \Delta p_{t-1} + 0,347 \Delta^2 p_{t-1} + 0,2766 \Delta^2 p_{t-2} - 0,0384 \Delta^2 p_{t-3};$$

(0,152) (-4,29) (2,46) (2,04) (-0,29)

Съединени щати:

$$(2.13) \quad \Delta^2 p_t = 0,0009 - 1,0959 \Delta p_{t-1};$$

(0,098) (-12,29)

В скобите са дадени t -отношенията.

Получените величини: -9,759; -4,29 и -12,29, позволяват хипотезата за присъствие на стохастичен тренд да се отхвърли и в трите случая с риск, по-малък от 1% (критичните стойности са -4,066; -3,482 и -3,167 за Франция и -4,073; -3,464 и -3,162 за Съединените щати и Великобритания, съответно при 1, 5 и 10% риск от грешка). Следователно използването на първите

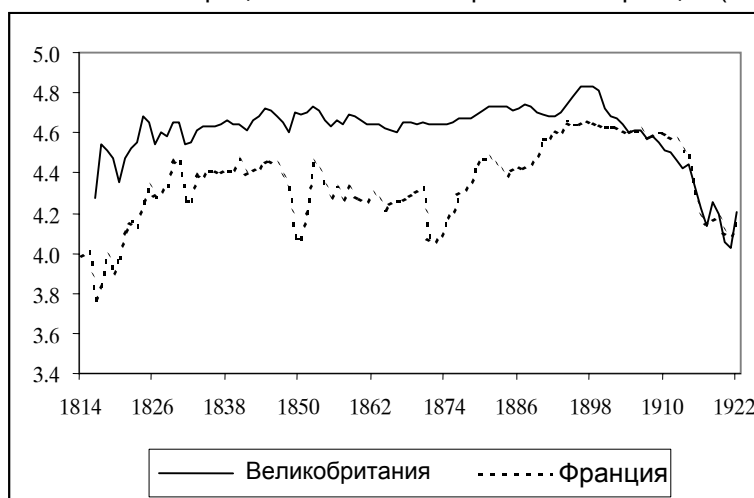
последователни разлики успешно елиминира тенденцията в динамичните редове на цените.

Лихвени проценти

Данните са индекси на “английската консола” и “френската рента” (натурални логаритми).

Фигура 6

Индекси на лихвените проценти във Великобритания и Франция (логаритми)



Графичният образ и на двата реда (фиг. 6) предполага наличието на тренд, поради което ще се използва третият модел на Дики и Фулър във вида:

$$(2.14) \quad \Delta r_t = \mu + \theta \cdot r_{t-1} + \beta \cdot t + c(L) \Delta r_{t-1} + e_t,$$

където с r_t е означен лихвеният процент. Моделът за френската рента дава:

$$(2.15) \quad \Delta r_t = 0,3423 - 0,0778 \cdot r_{t-1} - 0,000039 \cdot t$$

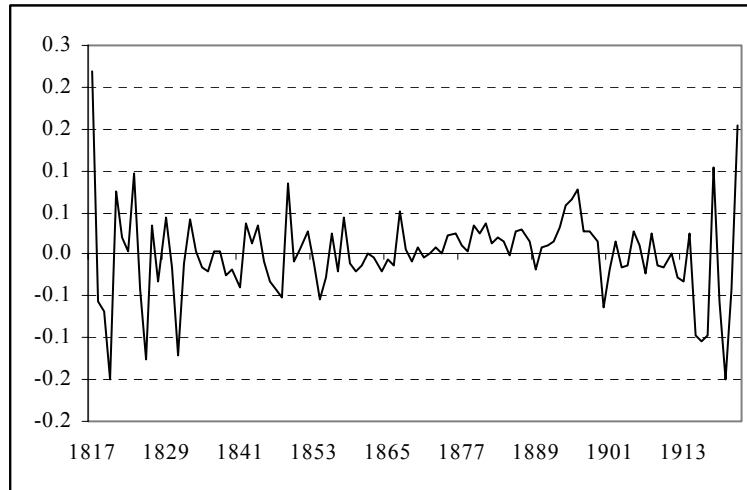
(1,997) (-1,90) (-0,152)

В скобите са посочени t -отношенията.

Моделът за английската консола дава остатъци, които са хетероскедастични. За успешното оценяване на параметъра θ ще се използва претеглен метод на най-малките квадрати.

Фигура 7

Остатъци при модел за лихвените проценти във Великобритания



Тъй като остатъците в двата края на реда показват увеличена вариация (фиг. 7), теглата z_t за тези два периода се подбират като 3, а за централните стойности – като 1. Всички променливи (както и константата 1) в началния модел се разделят на z_t и моделът се решава по метода на най-малките квадрати. Получава се:

$$(2.16) \quad \frac{\Delta r_t}{z_t} = -0,1714 \cdot \frac{1}{z_t} + 0,0411 \cdot \frac{r_{t-1}}{z_t} - 0,00042 \cdot \frac{t}{z_t} .$$

$(-1,08) \quad (1,22) \quad (-3,01)$

В скобите са посочени t -отношенията. Остатъците от този модел могат да се приемат за “бял шум” (липсва автокорелация) и не са хетероскедастични. Оценките на параметрите и тестовете за значимост могат да се използват за анализа. Критичните стойности са $-4,073$; $-3,464$; $-3,162$ съответно при 1, 5 и 10% риск от грешка. Получените t -характеристики: 1,22 за Великобритания и $-1,90$ за Франция, не дават основание да се отхвърли предположението за стохастичен тренд дори и при 10% риск от грешка.

За елиминиране на тенденцията се използват първите последователни разлики. Анализът на новополучените редове става на основата на моделите:

$$(2.17) \quad \Delta^2 r_t = -0,003 - 0,966 \Delta r_{t-1}$$

$(-0,66) (-10,63)$

за Великобритания и

$$(2.18) \quad \Delta^2 r_t = 0,0014 - 0,857 \Delta r_{t-1}$$

$(0,194) (-8,83)$

за Франция (в скобите са посочени t -отношенията).

Величините $-10,63$ и $-8,83$ позволяват хипотезата за нестационарност да се отхвърли при риск от грешка, по-малък от 1% , и за двата модела (критичните стойности са $-3,520$, $-2,897$ и $-2,591$). Следователно използването на първите разлики е достатъчно, за да превърне динамичните редове на лихвените проценти в стационарни.

Работна заплата

Изследвани са работните заплати в текстилната промишленост и селското стопанство на Великобритания (натурални логаритми на индексите).

Фигура 8

Индекси на номиналните работни заплати в Великобритания (логаритми)



Графичният образ (фиг. 8) на динамичния ред за работната заплата в селското стопанство показва висока вариация и присъствие на детерминистичен тренд. Ще се използва третият модел на Дики и Фулър:

$$(2.19) \quad \Delta w_t = \mu + \theta \cdot w_{t-1} + \beta \cdot t + c(L) \Delta w_{t-1} + e_t.$$

Елиминирането на автокорелацията в остатъците изисква включването на един лаг, след което моделът дава следните резултати:

$$(2.20) \quad \Delta w_t = 0,464 - 0,1077 \cdot w_{t-1} + 0,0003 \cdot t + 0,4218 \cdot \Delta w_{t-1}.$$

(3,76) (-3,7) (2,39) (5,24)

В скобите са посочени t -отношенията.

Величината $-3,7$ позволява хипотезата за наличие на стохастичен тренд да се отхвърли при 5% , но не и при 1% риск от грешка (критичните стойности са $-4,073$, $-3,485$ и $-3,162$ съответно при 1 , 5 и 10% риск от грешка). Освен това графичният образ на динамичния ред поразително напомня общия вид на процес от типа "случаен ход" с неговите непредсказуеми отклонения в посока към увеличение или намаление и редки

завръщания към средното равнище (или към присъстващия детерминистичен тренд).

При динамичния ред на номиналните заплати в промишлеността се налага включването на девет лага, за да се елиминира автокорелацията в остатъците.

Решението на модела е:

$$\begin{aligned}
 \Delta w_t = & 0,3384 - 0,0939.w_{t-1} + 0,0012.t + 0,2356.\Delta w_{t-1} - \\
 & (3,21) \quad (-3,22) \quad (3,33) \quad (2,31) \\
 & - 0,0946.\Delta w_{t-2} - 0,0985.\Delta w_{t-3} - 0,0124.\Delta w_{t-4} + 0,0127.\Delta w_{t-5} + \\
 (2.21) \quad & (-0,95) \quad (-1,12) \quad (-0,15) \quad (0,16) \\
 & + 0,0244.\Delta w_{t-6} + 0,0527.\Delta w_{t-7} + 0,0306.\Delta w_{t-8} + 0,0203.\Delta w_{t-9} \\
 & (0,32) \quad (0,73) \quad (0,43) \quad (0,31)
 \end{aligned}$$

В скобите са посочени t -отношенията.

Величината $-3,22$ позволява хипотезата за наличие на стохастичен тренд да бъде отхвърлена при 10% риск от грешка, но не и при 5 или 1%.

Трансформацията на редовете чрез първите разлики води до стационарност, което лесно се показва с решението на моделите:

$$\begin{aligned}
 \Delta^2 w_t = & 0,0090 - 1,2529.\Delta w_{t-1} + 0,2774.\Delta^2 w_{t-1} + \\
 & (2,47) \quad (-7,54) \quad (1,95) \\
 (2.22) \quad & + 0,3584.\Delta^2 w_{t-2} + 0,0440.\Delta^2 w_{t-3} \\
 & (3,11) \quad (0,58)
 \end{aligned}$$

за номиналните заплати в текстилната промишленост (налага се включването на три лага) и

$$\begin{aligned}
 \Delta^2 w_t = & 0,0038 - 0,6053.\Delta w_{t-1} \\
 (2.23) \quad & (1,08) \quad (-7,22)
 \end{aligned}$$

за заплатите в селското стопанство (остатъците могат да се приемат за "бял шум" и без включването на лагове).

Получените емпирични характеристики от $-7,54$ и $-7,22$ позволяват хипотезата за нестационарност да се отхвърли и при 5%, и при 1% риск от грешка, тъй като критичните стойности са $-3,520$, $-2,897$ и $-2,591$.

Заключението е, че динамичните редове на номиналните заплати в селското стопанство и текстилната промишленост са от класа на разликите стационарни модели.

Външнотърговски оборот

Данните за външнотърговския оборот (внос и износ без реекспорт) са изчислени на човек от населението. Тъй като получените величини не са индекси и сумирането е възможно, няма да се извършва логаритмична трансформация.

Фигура 9



Графичните образи (фиг. 9) показват ясно изразена тенденция към увеличение, както и силно нарастване на вариацията в самия край на редовете, което съответства на Първата световна война. Ще се използва третият модел на Дики и Фулър:

$$(2.24) \quad \Delta TR_t = \mu + \theta \cdot TR_{t-1} + \beta \cdot t + c(L) \Delta TR_{t-1} + e_t.$$

За Великобритания се налага включването на 2 лага, а в модела за Франция – на 5 лага, за да се елиминира успешно автокорелацията в остатъците.

Решенията на моделите са, както следва:

Великобритания:

$$(2.25) \quad \Delta TR_t = -0,397 - 0,122 \cdot TR_{t-1} + 0,0395 \cdot t + 0,0186 \cdot \Delta TR_{t-1} - 0,234 \cdot \Delta TR_{t-2}$$

$(-0,825) \quad (-2,05) \quad (2,40) \quad (0,196) \quad (-2,48)$

Франция:

$$(2.26) \quad \Delta TR_t = -5,563 + 0,064 \cdot TR_{t-1} + 0,212 \cdot t - 0,036 \cdot \Delta TR_{t-1} - 0,312 \cdot \Delta TR_{t-2} +$$

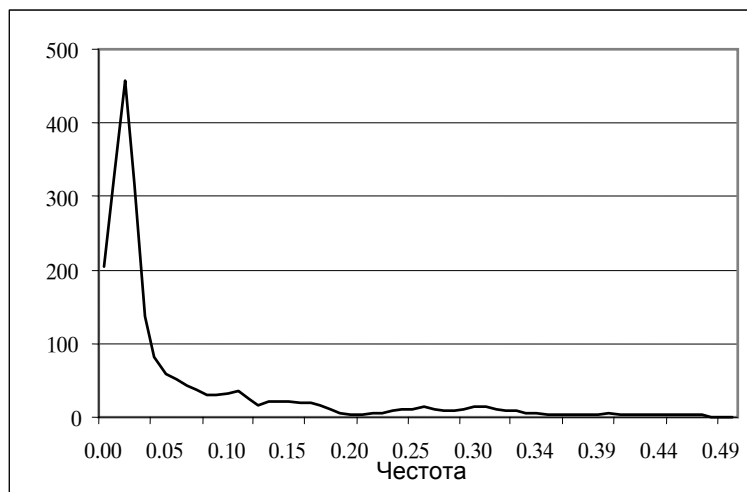
$(-0,565) \quad (0,824) \quad (0,538) \quad (-0,309) \quad (-3,088)$

$$+ 0,043 \cdot \Delta TR_{t-3} - 0,645 \cdot \Delta TR_{t-4} - 0,572 \cdot \Delta TR_{t-5}$$

$(0,398) \quad (-4,965) \quad (-3,66)$

В скобите са посочени t -отношенията. Критичните стойности за Франция са $-4,073$, $-3,464$ и $-3,162$, съответно при 1, 5 и 10% риск от грешка. Получената емпирична стойност $0,824$ не позволява да бъде отхвърлена хипотезата за присъствие на стохастичен тренд. За Великобритания критичните стойности са $-2,670$, $-1,918$ и $-1,538$. Емпиричната стойност е $-2,05$, което позволява хипотезата за наличие на стохастичен тренд да се отхвърли при 10 и 5% риск от грешка, но не и при 1%.

Фигура 10
Спектрална плътност на външнотърговския оборот на Великобритания



Видът на спектралната плътност на динамичния ред за Великобритания (фиг. 10) има вид, подобен на показания на фиг. 1, и следователно трябва да се използват първите последователни разлики за елиминиране на тенденцията.

Проверката за стационарност на новополучените редове става на основата на втория модел на Дики и Фулър. Налага се включване на 2 лага за Великобритания и 6 лага за Франция.

Получените резултати са, както следва:

Великобритания:

$$(2.27) \quad \Delta^2 TR_t = 0,467 - 1,544 \Delta TR_{t-1} + 0,457 \Delta^2 TR_{t-1} + 0,158 \Delta^2 TR_{t-2};$$

(2,01) (-8,35) (3,30) (1,64)

Франция:

$$(2.28) \quad \Delta^2 TR_t = 10,58 - 1,56 \Delta TR_{t-1} + 0,592 \Delta^2 TR_{t-1} + 0,416 \Delta^2 TR_{t-2} +$$

(1,81) (-3,74) (1,54) (1,26)

$$+ 0,579 \Delta^2 TR_{t-3} + 0,067 \Delta^2 TR_{t-4} - 0,319 \Delta^2 TR_{t-5} - 0,299 \Delta^2 TR_{t-6}$$

(2,03) (0,269) (-1,57) (-1,69)

В скобите са посочени t -отношенията. Критичните стойности за Великобритания са $-2,903$, $-2,171$ и $-1,800$ и получената емпирична стойност $-8,35$ позволява да се отхвърли хипотезата за нестационарност дори и при 1% риск от грешка. За Франция критичните стойности са $-2,367$, $-1,685$ и $-1,310$. Получената емпирична характеристика $-3,74$ също позволява да се отхвърли хипотезата за стохастичен тренд в първите последователни разлики дори и при 1% риск от грешка. Общото заключение е, че и двата динамични реда са от класа на разликите стационарни модели и за

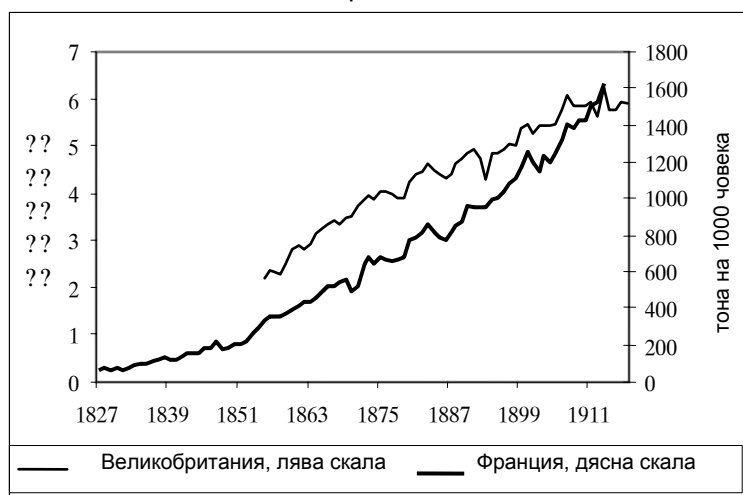
елиминирани на тенденцията е необходимо да се използват първите последователни разлики.

Добив и потребление на въглища

Изследвано е производството на въглища в Великобритания и потреблението на въглища във Франция. Данните не са подложени на логаритмична трансформация, понеже, като натурални показатели, са адитивни.

Фигура 11

Производство на въглища в Великобритания и потребление на въглища във Франция



Тъй като графичният образ (фиг. 11) показва постоянно увеличение на величините на показателите, ще се подбере третият модел на Дики и Фулър:

$$(2.29) \quad \Delta C_t = \mu + \theta \cdot C_{t-1} + \beta \cdot t + d(L) \Delta C_{t-1} + e_t.$$

Налага се включването на 5 лага в модела за Франция, докато при Великобритания остатъците имат поведение на "бял шум" и без включването на допълнителни лагови променливи. Решението на моделите дава:

$$(2.30) \quad \Delta C_t = 1,108 - 0,404 \cdot C_{t-1} + 0,023 \cdot t$$

(4,15) (-3,84) (3,58)

за Великобритания и

$$(2.31) \quad \Delta C_t = 9,689 + 0,017 \cdot C_{t-1} + 0,4632 \cdot t - 0,177 \cdot \Delta C_{t-1} - 0,292 \cdot \Delta C_{t-2} -$$

(0,768) (0,313) (0,482) (-1,49) (-2,55)

$$- 0,223 \cdot \Delta C_{t-3} - 0,229 \cdot \Delta C_{t-4} - 0,441 \cdot \Delta C_{t-5}$$

(-1,89) (-2,04) (-3,86)

за Франция. В скобите са посочени t -отношенията.

Получената емпирична стойност от $-3,84$ за Великобритания позволява хипотезата за интегрираност да се отхвърли при 5 и 10% риск от грешка, въпреки че не позволява отхвърлянето ѝ при 1% риск от грешка (критичните стойности са съответно $-4,143$, $-3,485$ и $-3,157$).

За Франция критичните стойности са $-4,066$, $-3,482$ и $-3,167$ и получената емпирична характеристика от $0,313$ не позволява да се отхвърли хипотезата за наличие на стохастичен тренд дори и при 10% риск от грешка.

Същевременно общият вид на динамичния ред за потреблението на въглища във Франция дава основание да се предположи не постоянно линейно, а увеличаващо се нарастване (фиг. 11). Самият Кондратиев използва в случая модел, в който данните са подложени на логаритмична трансформация. С оглед да се провери дали резултатите не са плод на неправилна спецификация на детерминистичния тренд, ще използваме и модел, в който данните са логаритмувани. Решението на модела дава следните резултати (не се налага включването на лагове, а в скобите са посочени t -отношенията):

$$(2.32) \quad \Delta c_t = 0,292 - 0,053.c_{t-1} + 0,0015.t$$

$$(1,89)(-1,54) \quad (1,166)$$

където $c_t = \ln(C_t)$. Получената емпирична характеристика $-1,54$ не позволява да се отхвърли хипотезата за наличие на стохастичен тренд. За елиминирането му трябва да се използват първите последователни разлики. Проверката за стационарност на новополучените редове става на основата на моделите:

Франция:

$$(2.33) \quad \Delta^2 C_t = 27,81 - 1,499.\Delta C_{t-1} + 0,500.\Delta^2 C_{t-1} + 0,354.\Delta^2 C_{t-2} +$$

$$(3,85)(-4,23) \quad (1,65) \quad (1,34)$$

$$+ 0,293.\Delta^2 C_{t-3} + 0,212.\Delta^2 C_{t-4} - 0,078.\Delta^2 C_{t-5}$$

$$(1,32) \quad (1,24) \quad (-0,625)$$

за първоначалните данни и

$$(2.34) \quad \Delta^2 c_t = 0,037 - 1,022.\Delta c_{t-1}$$

$$(4,60) (-9,30)$$

за логаритмично трансформирания показател;

Великобритания:

$$(2.35) \quad \Delta^2 C_t = 0,0761 - 1,3053.\Delta C_{t-1}$$

$$(3,06) (-10,51)$$

В скобите са посочени t -отношенията. Получените емпирични характеристики $-4,23$, $-9,30$ и $-10,51$ позволяват хипотезата за нестационарност да се отхвърли и при 5% , и при 1% риск от грешка (критичните стойности са $-2,406$, $-1,677$ и $-1,316$ за първия модел, $-3,508$, $-2,885$ и $-2,565$ за втория и $-3,572$, $-2,291$ и $-2,592$ за третия, съответно при 1 , 5 и 10% риск от грешка).

Заклучението е, че производството на въглища във Великобритания и потреблението на въглища във Франция съдържат стохастичен тренд, за чието елиминироване трябва да се използват първите последователни разлики.

Производство на чугун и олово

Динамичните редове са за производството на чугун и олово във Великобритания.

Фигура 12

Производство на чугун и олово във Великобритания



Докато при производството на олово е налице тенденция към намаление (фиг. 12), която е линейна по своя характер, при производството на чугун се наблюдава увеличение, последвано от намаление – общият вид на тенденцията предполага използване на полином от втори порядък. Следователно за оловото ще се използва третият модел на Дики и Фулър:

$$(2.36) \quad \Delta q_t = \mu + \theta \cdot q_{t-1} + \beta \cdot t + d(L) \Delta q_{t-1} + e_t,$$

а за чугуна – модел от вида:

$$(2.37) \quad \Delta q_t = \mu + \theta \cdot q_{t-1} + \beta \cdot t + \gamma \cdot t^2 + d(L) \Delta q_{t-1} + e_t.$$

Решението на моделите води до следните резултати (не се налага включването на лагови променливи):

$$(2.38) \quad \Delta q_t = 0,313 - 0,137 \cdot q_{t-1} - 0,0053 \cdot t$$

(1,79) (-2,03) (-1,91)

за оловото и

$$(2.39) \quad \Delta q_t = 12,62 - 0,48 \cdot q_{t-1} + 3,45 \cdot t - 0,032 \cdot t^2$$

(1,97) (-5,14) (4,57) (-4,50)

за чугуна. В скобите са посочени t -отношенията.

Критичните стойности за първия модел са $-4,066$, $-3,482$ и $-3,167$ и получената емпирична характеристика от $-2,03$ не позволява да се отхвърли хипотезата за присъствие на стохастичен тренд дори и при 10% риск от грешка. Елиминирането на тенденцията трябва да стане чрез първите последователни разлики. Новополученият ред е стационарен, което може да се проследи от модела:

$$(2.40) \quad \Delta^2 q_t = -0,045 - 1,223 \Delta q_{t-1} \\ (-3,64)(-10,60)$$

Изчислената емпирична t -характеристика $-10,60$ позволява хипотезата за нестационарност да бъде отхвърлена дори и при 1% риск от грешка (критичните стойности са $-3,508$, $-2,885$ и $-2,565$).

В модела за производството на чугун емпиричната характеристика е $-5,14$, но липсата на критични стойности за модел от този тип не позволява да се направи заключение. Величината е значима, съпоставена с критичните стойности $-2,381$, $-1,683$ и $-1,309$, но те са генерирани за модел без времето във втора степен, а включването на допълнителни регресори води до намаление на критичните стойности. Въпреки че величината е доста ниска, не може да се приеме, че редът съдържа само детерминистичен тренд с необходимата увереност.

От друга страна, използването на първите разлики води до модел:

$$(2.41) \quad \Delta^2 q_t = 6,5323 - 1,1432 \Delta q_{t-1} - 0,1180 t \\ (1,38)(-10,40) \quad (-1,22)$$

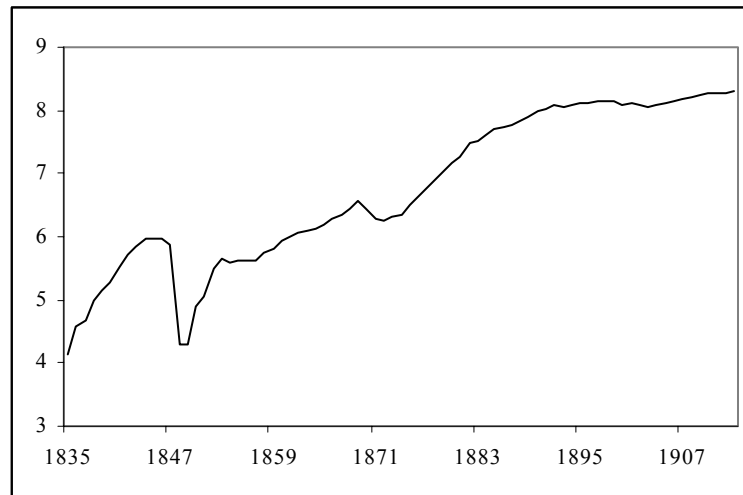
В скобите са посочени t -отношенията. На базата на емпиричната характеристика от $-10,40$ може да се отхвърли хипотезата за стохастичен тренд при риск от грешка, по-малък от 1% (критичните стойности са $-4,066$, $-3,482$ и $-3,167$). Същевременно, тъй като липсва стохастичен тренд, разпределението на t -характеристиката за променливата t , изразяваща времето, е стандартно t -разпределение с критични стойности $-2,637$, $-1,989$ и $-1,664$ при 1, 5 и 10% риск от грешка. Получената емпирична стойност от $-1,22$ не дава основание да се приеме, че параметърът $-0,1180$ се различава съществено от нулата, следователно присъствието на линеен тренд остава недоказано. Ако обаче първоначалният ред съдържаше единствено детерминистичен параболичен тренд, използването на първите разлики не би могло да елиминира този тренд, а просто щеше да го сведе до линеен. Тъй като това не е така, трябва да се приеме, че първоначалният ред съдържа стохастичен тренд, с възможно присъствие на детерминистичен. За елиминиране на тенденцията трябва да се използват първите последователни разлики, което води до стационарен модел.

Влогове в спестовните каси

Последният динамичен ред, подложен на анализ, е съставен от остатъците по вложенията в спестовните каси във Франция. Данните предварително се логаритмуват.

Фигура 13

Влогове в спестовните каси във Франция (логаритми)



Графичният образ (фиг. 13) показва ясна линейна тенденция, поради което се подбира третият модел на Дики и Фулър:

$$(2.42) \quad \Delta s_t = \mu + \theta \cdot s_{t-1} + \beta \cdot t + d(L) \Delta s_{t-1} + e_t.$$

Налага се включването на един лаг, за да се отстрани автокорелацията в остатъците, след което моделът придобива вида:

$$(2.43) \quad \Delta s_t = 1,092 - 0,221 \cdot s_{t-1} + 0,011 \cdot t + 0,289 \cdot \Delta s_{t-1}$$

(3,48) (-3,33) (3,04) (2,63)

Получената емпирична характеристика от $-3,33$ дава възможност хипотезата за присъствие на стохастичен тренд да се отхвърли при 10% риск от грешка, но не и при 1 и 5% (критичните стойности са $-4,066$, $-3,482$ и $-3,167$). Тъй като присъствието на подобен тренд в данните води до сериозни последици, трябва да се приеме елиминиране чрез първите последователни разлики. Новополученият ред се тества за стационарност чрез втория модел на Дики и Фулър, който дава:

$$(2.44) \quad \Delta^2 s_t = 0,045 - 0,924 \cdot \Delta s_{t-1} + 0,145 \cdot \Delta^2 s_{t-1}$$

(1,74) (-6,35) (1,28)

В скобите са посочени t -отношенията. Величината $-6,35$ дава възможност да се отхвърли хипотезата за нестационарност дори и при 1% риск от грешка, тъй като критичните стойности са $-3,508$, $-2,885$ и $-2,565$.

Обобщение

Анализът на тенденцията на изследваните показатели е обобщен в Таблица 1.

Таблица 1

Резултати от тестовете на Дики и Фулър

Показател	t_{EM} за $H_0: y_t \sim I(1)$	t_{EM} за $H_0: y_t \sim I(2)$
Индекс на цените – Великобритания	-2,146	-9,759***
Индекс на цените – Франция	-1,45	-4,29***
Индекс на цените – Съединени щати	-2,165	-12,29***
Индекс на английската консола	1,22	-10,63***
Индекс на френската рента	-1,90	-8,83***
Номинална заплата в текстилната промишленост – Великобритания	-3,22*	-7,54***
Номинална заплата в селското стопанство – Великобритания	-3,70**	-7,22***
Външнотърговски оборот – Великобритания	-2,05**	-8,35***
Външнотърговски оборот – Франция	0,824	-3,74***
Добив на въглища – Великобритания	-3,84**	-10,51***
Потребление на въглища – Франция	0,313	-4,23***
	-1,54 ¹⁾	-9,30*** ¹⁾
Производство на чугун – Великобритания	-2,03	-10,60***
Производство на олово – Великобритания	-5,14 ²⁾	-10,40***
Влогове в спестовните каси – Франция	-3,33*	-6,35***

¹⁾ логаритмично трансформиран модел;²⁾ критичните стойности не са известни;

* – значимо при 10% риск от грешка;

** – значимо при 5% риск от грешка;

*** – значимо при 1% риск от грешка.

Хипотезата за интегрираност поне от първи порядък (т.е. – за присъствие на стохастичен тренд) не може да се отхвърли при нито един от изследваните редове при риск от грешка 1%. При три от редовете – номинални работни заплати в селското стопанство на Великобритания, външнотърговски оборот на Великобритания и добив на въглища във Великобритания, хипотезата може да се отхвърли при 5% риск от грешка, а в още два реда – номинални работни заплати в текстилната промишленост на Великобритания и влогове в спестовните каси на Франция, може да се отхвърли при 10% риск от грешка. За разлика от някои ситуации обаче, където приемането на по-висок риск от грешка е допустимо, в случая трябва да се възприеме по-консервативният подход, тъй като присъствието на стохастичен тренд има сериозни следствия за анализа на цикличността. **Общото заключение е, че не може да бъде отхвърлено предположението за стохастичен тренд в нито един от изследваните динамични редове.**

Същевременно хипотезата за интегрираност от втори порядък лесно се отхвърля за всички показатели, при това с риск, по-малък от 1%. **Следователно използването на първите последователни разлики навсякъде е достатъчно, за да превърне динамичните редове в стационарни.**

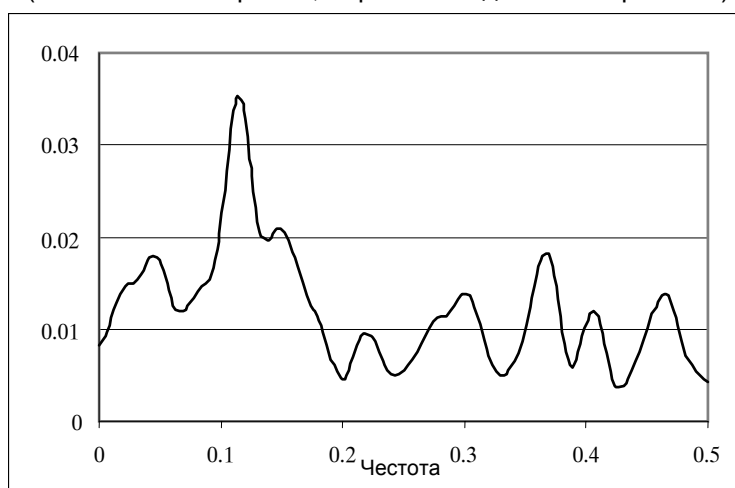
Спектрален анализ на променливите след елиминирание на тенденцията

За откриване на цикличните компоненти в изследваните динамични редове ще се използва спектралният анализ. Тъй като редовете са превърнати в стационарни, построява се спектърът на всеки от тях.

Използвана е точка на сечение $k = \text{int}\left(\frac{n}{2}\right)$, където n е означена дължината на изследвания ред.

Фигура 14

Спектрална плътност на индексите на цените във Великобритания
(естествени логаритми, първи последователни разлики)



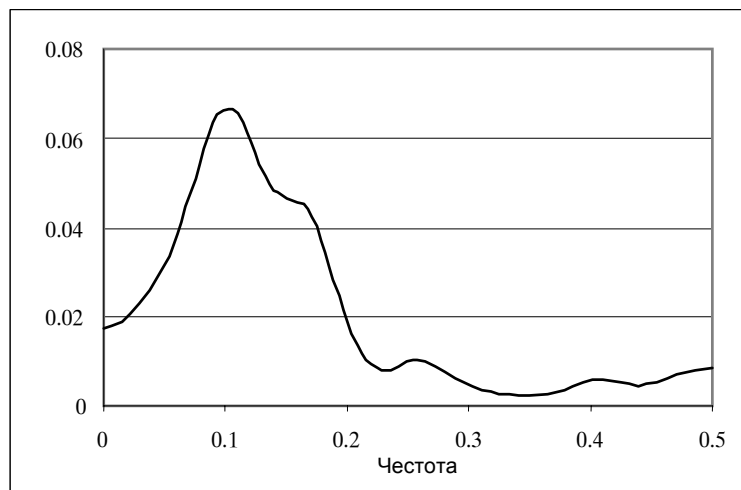
В спектралната плътност на индексите на цените във Великобритания се забелязва само един ясно изразен максимум (фиг. 14) при честоти $0,111^{29}$ – $0,118$. Това съответства на циклични колебания с период около $8,47 - 9$ години.

На фиг. 15 може да се проследи и спектралната плътност на индексите на цените във Франция, където също се забелязва само един ясно изразен максимум в честотния интервал $0,0909 - 0,1061$. На този интервал съответстват колебания с период около $9,43 - 11$ години.

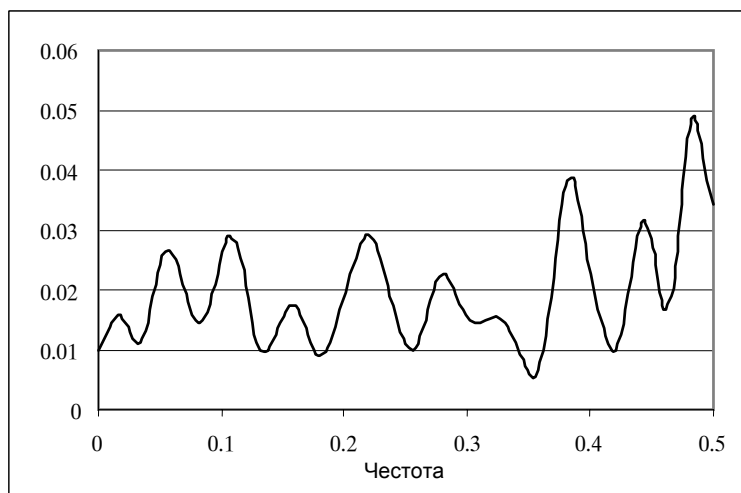
Що се отнася до индексите на цените в Съединените щати, на спектограмата (фиг. 16) не се забелязват така ясно изразени максимуми. Най-високите такива са при честоти близки до $0,5$: първият е при честотната полоса $0,379 - 0,387$, а вторият – при $0,484$, което съответства на колебания с периоди съответно около $2,6$ и $2,07$ години.

²⁹ Честотите са представени в интервала $[0;0,5]$ и съответстват на брой колебания за един период (една година).

Фигура 15
Спектрална плътност на индексите на цените във Франция (естествени
логаритми, първи последователни разлики)

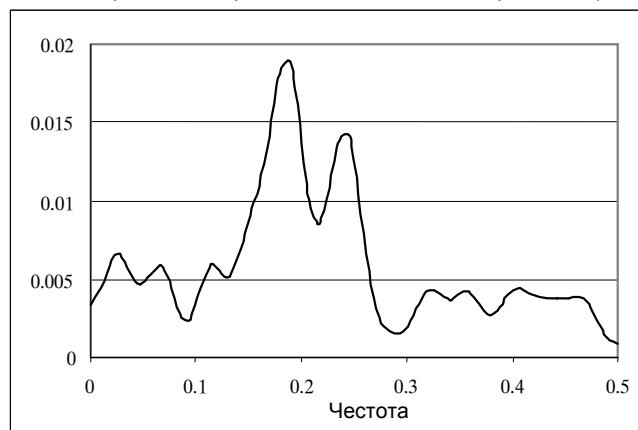


Фигура 16
Спектрална плътност на индексите на цените в Съединените щати
(естествени логаритми, първи последователни разлики)



Фигура 17

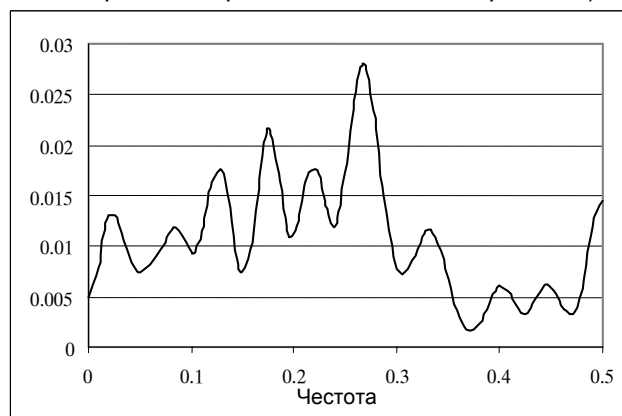
Спектрална плътност на индексите на английската консола (естествени
логаритми, първи последователни разлики)



Спектралната плътност на индексите на английската консола (фиг. 17) се характеризира с два големи максимума почти в средата на спектограмата, които са близо един до друг. Те се намират в честотните интервали $0,179 - 0,189$ за по-високия и $0,236 - 0,245$ за по-ниския. На тези интервали съответстват циклични колебания с периоди $5,05 - 5,3$ и $4,08 - 4,24$ години.

Фигура 18

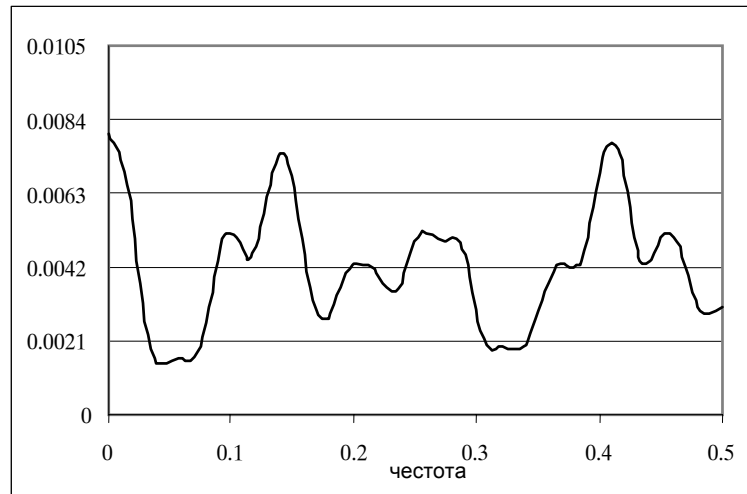
Спектрална плътност на индексите на френската рента (естествени
логаритми, първи последователни разлики)



Спектограмата за индексите на френската рента (фиг. 18) притежава повече максимуми, но двата най-добре изразени са при честоти $0,269$ и $0,176$, на които съответстват колебания с периоди $3,72$ и $5,68$ години.

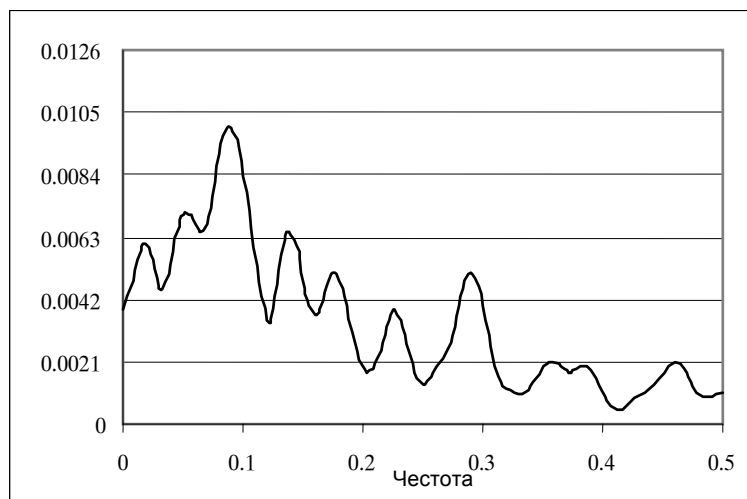
Фигура 19

Спектрална плътност на индексите на номиналните работни заплати в текстилната промишленост на Великобритания (естествени логаритми, първи последователни разлики)



Фигура 20

Спектрална плътност на индексите на номиналните работни заплати селското стопанство на Великобритания (естествени логаритми, първи последователни разлики)



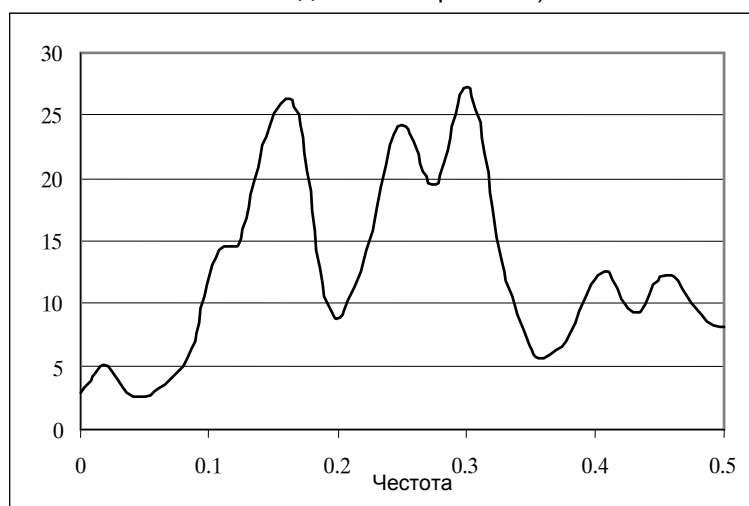
В спектралната плътност на индексите на номиналната работна заплата в текстилната промишленост на Великобритания (фиг. 19) се забелязва висока стойност при ниските честоти ($\omega \rightarrow 0$), както и два

сериозни максимума при честоти $0,142$ и $0,406 - 0,415$. На тези честоти съответстват колебания с периоди $7,07$ и $2,41 - 2,47$ години. За ниските честоти трябва да се има предвид, че оценките в крайните точки на спектограмата са по-неточни. Все пак има основание да се приеме, че в реда е вероятно присъствие на колебания с голям период. За точното оценяване на честотната полоса на това колебание обаче са необходими повече точки – т. е., по-дълъг ред. Тъй като е възможно колебанието да е с период над 35 години (честота по-малка от $0,0283$), за успешното му оценяване е необходим ред с дължина поне $n = 7 \cdot 35 = 245$ години.

Спектограмата на индексите на цените в селското стопанство на Великобритания (фиг. 20) има два максимума, от които единият е силно изразен – при честота $0,0887$, а вторият е по-слаб при честота $0,2903$. На първия съответства колебание с период $11,27$ години, а на втория – $3,44$ години.

Фигура 21

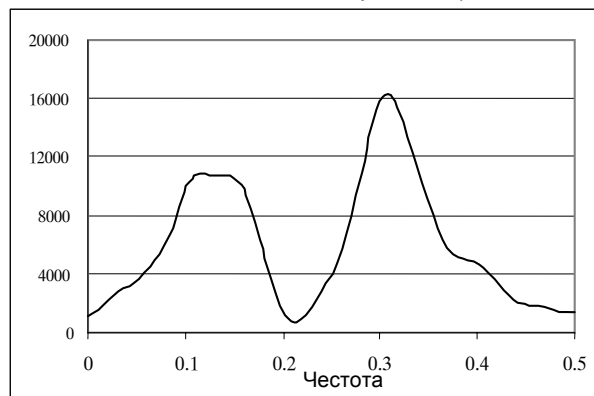
Спектрална плътност на външнотърговския оборот на Великобритания (първи последователни разлики)



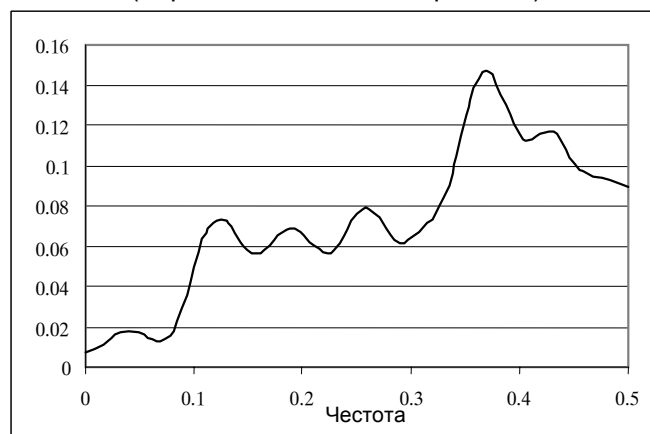
В динамиката на външнотърговския оборот на Великобритания също съществуват циклични колебания, както може да се проследи от спектралната плътност на фиг. 21. Налице са две натрупвания, едното от които при честота $0,1639$, а другото – при $0,3033$. На тези честотни полоси съответстват колебания с периоди $6,1$ и $3,3$ години.

В спектралната плътност на външнотърговския оборот на Франция (фиг. 22) също се забелязват два добре изразени максимума. По-високият е в честотната полоса $0,302 - 0,313$, а вторият е при $0,115 - 0,146$. Периодите, които съответстват на тези колебания, са $3,2 - 3,3$ и $6,86 - 8,73$ години.

Фигура 22
Спектрална плътност на външнотърговския оборот на Франция (първи последователни разлики)



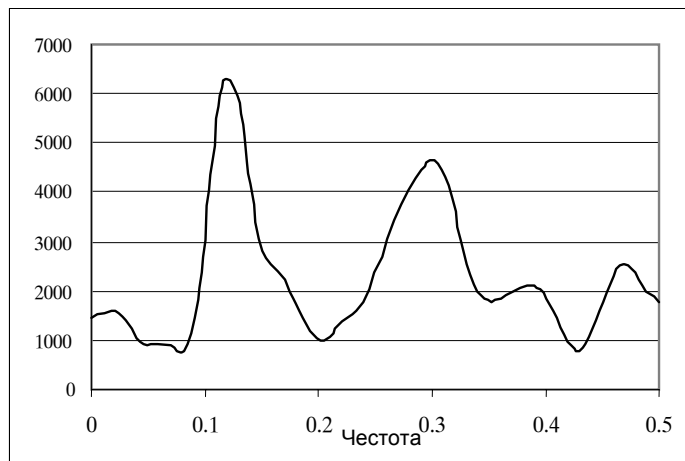
Фигура 23
Спектрална плътност на производството на въглища във Великобритания (първи последователни разлики)



Спектограмата на добива на въглища във Великобритания (фиг. 23) съдържа един ясно изразен максимум при честота 0,371, на който съответства колебание с период 2,7 години.

Фигура 24

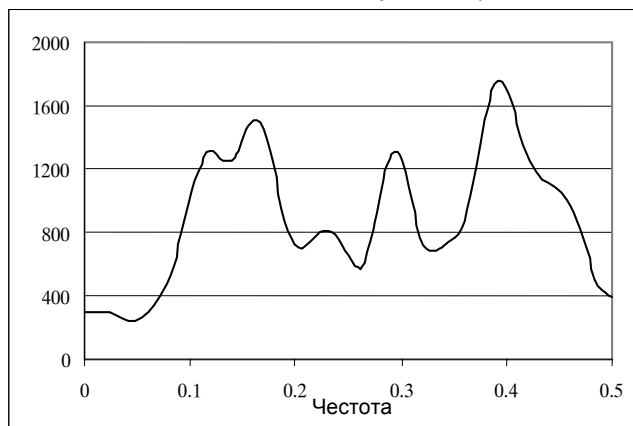
Спектрална плътност на потреблението на въглища във Франция (първи последователни разлики)



Потреблението на въглища във Франция се характеризира с два добре изразени максимума на спектралната плътност (фиг. 24). Те са при честотни полоси $0,116 - 0,128$ за първия и $0,302$ за втория. На тези честоти съответстват колебания с периоди $7,8 - 8,6$ и $3,3$ години.

Фигура 25

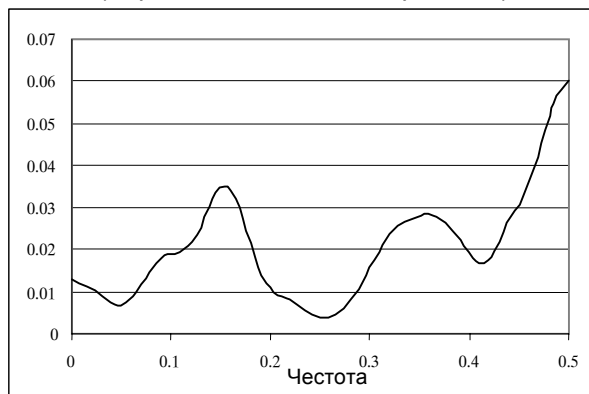
Спектрална плътност на производството на чугун във Великобритания (първи последователни разлики)



Спектралната плътност на производството на чугун във Великобритания (фиг. 25) притежава три ясно изразени максимума при честоти $0,167$, $0,298$ и $0,393 - 0,405$. На тях съответстват колебания с периоди $6 - 6,46$, $3,36$ и $2,47 - 2,55$ години.

Фигура 26

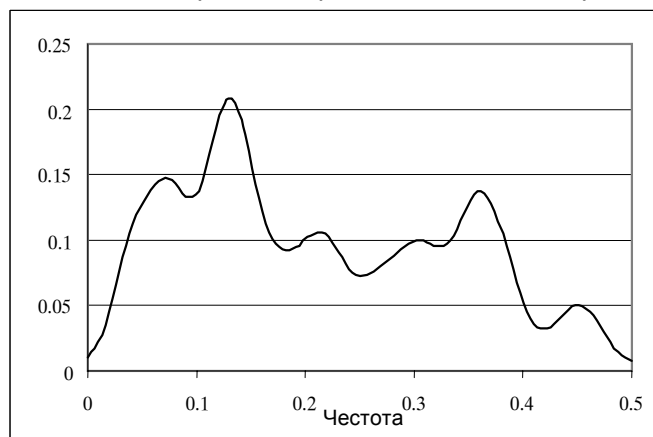
Спектрална плътност на производството на олово във Великобритания
(първи последователни разлики)



Спектограмата на производството на олово във Великобритания показва два максимума и силно нарастване на спектралната плътност при високите честоти (фиг. 26). Двата максимума са в честотните полоси $0,156$ и $0,344 - 0,359$. Колебанията, съответстващи на тези честоти са с периоди $6,4$ и $2,78 - 2,9$ години. Нарастването при честотите, близки до $0,5$, дава основание да се приеме за вероятно и съществуването на цикли с период 2 години.

Фигура 27

Спектрална плътност на влоговете в спестовните каси на Франция
(естествени логаритми, първи последователни разлики)



Последната спектрална плътност е на влоговете в спестовните каси във Франция (фиг. 27). Наблюдават се два добре изразени максимума при честоти $0,128 - 0,141$ и $0,359$. Съответните периоди на колебанията са $7,09 - 7,8$ и $2,79$ години.

Таблица 2

Резултати от спектралния анализ

Показател	Циклични компоненти (години)			
	Цикли на Китчин 3 – 5	Цикли на Юглар 7 – 10	Цикли на Кузнец 15 – 25	Дълги вълни Кондратиев 30 – 50
Индекс на цените – Великобритания		8,47 – 9		
Индекс на цените – Франция		9,43 – 11		
Индекс на цените – САЩ	2,07; 2,6			
Индекс на английската консола	4,08 – 4,24 5,05 – 5,3			
Индекс на френската рента	3,72; 5,68			
Работна заплата в текстилната промишленост – Великобритания	2,41 – 2,47	7,07		35+ ^(?)
Работна заплата в селското стопанство – Великобритания	3,44	11,27		
Външнотърговски оборот – Великобритания	3,3; 6,1			
Външнотърговски оборот – Франция	3,2 – 3,3	6,86 – 8,73		
Добив на въглища – Великобритания	2,7			
Потребление на въглища – Франция	3,3	7,8 – 8,6		
Производство на чугун – Великобритания	2,47 – 2,55 3,36 6 – 6,46			
Производство на олово – Великобритания	2 ^(?) 2,78 – 2,9 6,4			
Влогове в спестовните каси – Франция	2,79	7,09 – 7,8		

^(?) Оценките са в краищата на спектрограмата, с по-ниска надеждност.

Резултатите от приложението на спектралния анализ са обобщени в таблица 2, където са показани откритите периодични компоненти и е направена съпоставка с четирите основни вида циклични колебания, известни в икономическата практика.³⁰

Това, което може да се отбележи, е, че най-добре са представени кратките цикли с период от 2 до 6 години, които се вписват напълно в известните цикли на Китчин, наречени още цикли на запасите. Те присъстват в 12 от изследваните 14 реда, като изключение правят само индексите на цените във Великобритания и Франция. Следващите циклични компоненти, представени в половината (седем) от 14-те реда, са с периоди между 7 и 11 години и съответстват на циклите, изследвани от Юглар. Същевременно в нито един от редовете не беше открито наличие на строителни цикли (цикли на Кузнец), а само в един от тях – този на номиналните работни заплати в текстилната промишленост на Великобритания, има вероятност да присъстват циклични колебания с период над 35 години. Последното обаче не може да бъде доказано, както и не може да се уточни периодът на подобна цикличност поради липсата на достатъчно дълъг ред.

³⁰ Bronfenbrenner, M. Economics, Boston, 1987.

Изводи

1. Присъствието на стохастичен тренд несъмнено поражда цикличност с ниска честота в динамичните редове.
2. Използването на филтри от типа на плъзгащи се средни е опасно, ако не се вземе под внимание формата на предаващата функция, тъй като най-често тя не е линейна и може да породи максимуми в спектралната плътност на един напълно случаен процес.
3. Използваната от Кондратиев процедура елиминира детерминистичния тренд, ако в данните присъства такъв, но не елиминира стохастичния тренд.
4. Анализът на тренда в изследваните от Кондратиев 14 икономически показателя показва, че всички те съдържат стохастичен тренд, за чието отстраняване е необходимо да се използват първите последователни разлики.
5. Спектралният анализ на трансформираните редове открива единствено цикли с малък период (високочестотни колебания). Получените колебания се вменят изцяло в известните на икономическата практика цикли на запасите (цикли на Китчин) и циклите на Юглар.
6. С едно изключение, което се нуждае от допълнителна проверка, няма основание да се предполага, че изследваните от Кондратиев динамични редове съдържат циклични компоненти с период над 30 години (дълги вълни), нито пък строителни цикли (цикли на Кузнец).