

ПРОБЛЕМИ НА ТОЧНОСТТА НА СТАТИСТИЧЕСКАТА ОЦЕНКА В ДИХОТОМНИЯ СЛУЧАЙ НА ОДИТОРСКА ПРОВЕРКА

При изследването на спецификата на статистическото оценяване в рамките на дихотомна одиторска проверка е обърнато внимание на преобладаващия интерес към горна граница на доверителност, на очакваната силна асиметрия на разпределението на честотата на нередовните единици и на рисковете за допускане на невярно заключение относно проверяваната одиторска популация. Осъществен е анализа на факторите, оказващи влияние върху точността на оценката в специфичните за одита условия. Изследвани са възможностите за планиране на извадката на база хипергеометрично разпределение при предварително зададена точност на оценката. Във връзка с това се налага твърдението, че определянето на минимално необходим за дадена точност обем на извадката е възможно, но поради наличието на редица условия ползата от подобна процедура не е гарантирана.
JEL: C13, M42

Въведение

Според нормативните документи² при осъществяването на **независимия финансов одит** в Р.България се допуска използването на статистически и нестатистически извадки.

Одиторската извадка, може да бъде дефинирана³ като подмножество на одиторска популация, на базата на което се оценяват параметри или се проверяват предположения относно величината на същите с цел формиране на заключение относно достоверността на проверяваната популация.

Когато одиторската популация, подлежаща на извадкова проверка, отговаря на изискванията за образуване на статистическа съвкупност и очакваните нередности са от честотен тип, заключението може да се направи върху основата на анализ на излъчена случайна извадка. Един от възможните начини за изучаване на такава извадка е статистическото оценяване, чрез което се реализира индуктивният подход на теорията на статистическите заключения. Качеството на резултатите от статистическото оценяване на параметри на съвкупността се обуславя, от една страна, от тяхната надеждност, а от друга, от точността на оценката.

¹ Маргарита Ламбова е гл. ас. д-р в Икономически университет – Варна, тел: (056) 743701.

² Международни одиторски стандарти (International Standards on Auditing – ISAs), <http://www.ifac.org/>.

³ Ламбова, М. Статистическите извадки в дихотомния случай на проверка при независимия финансов одит, дисертация, Варна, 2002, 24-25.

За подобряване на това качество може да допринесе намаляването на разликата между изискуема и реализирана точност на оценката. Степента на съответствие между тях зависи от начина за определяне на минимално необходимия обем на извадката. Методите за определянето му, които водят до съставянето на доверителни интервали, по-тесни от предварителните предвиждания, т.е. реализиращи излишък на точност при равни други условия, са консервативни. Други методи системно водят до установяване на обеми на извадката, които не са достатъчно големи, за да се достигне необходимата точност, т.е. те са свързани със загуба на точност. Изборът на подходящ метод трябва да се постави в зависимост от вида на оценявания параметър на съвкупността и от вида на разпределението на извадковата характеристика като случайна величина.

Видът на оценявания параметър при одиторските проверки се определя от характера на отклоненията между фактическото и нормативното състояние на елементите на проверяваната одиторска популация и от непосредствените цели на проверката. Когато на контрол подлежат качествени признаци, отклонението от своя страна може да се определи като дихотомен признак, според значенията на който елементите на популацията се разделят на редовни и нередовни. При проверка на количествен признак, отклонението също е такъв признак, който при необходимост може да бъде трансформиран в дихотомен, когато е въведена граница за допустимост на отклоненията.

Дихотомен случай на одиторска проверка е налице, когато отклонението между фактическо и нормативно състояние на проверяваните обекти се разглежда като дихотомен признак и заключението относно достоверността на проверяваната одиторска популация се формира въз основа на честотата на откритите или предполагами в нея нередовни елементи.

В дихотомния случай на проверка статистическото оценяване се използва с цел установяване на честотата, т.е. броя или относителния дял на нередовните елементи в проверяваната популация.

Основна цел на разработката е изследването на проблемите, свързани с точността на статистическата оценка в дихотомния случай на проверка при независимия финансов одит. За постигането и се поставят три конкретни задачи:

1. разкриване на особеностите на статистическото оценяване в условията на дихотомна одиторска проверка;
2. анализ на факторите, оказващи въздействие върху точността на оценката;
3. разработване на методика за установяване на минимално необходим обем на извадката, гарантираща максимално приближение между изисквана и реализирана точност на оценката.

Изследването е осъществено с помощта на експерименти на база примерни ситуации, характерни за независимия финансов одит. За изчисленията, свързани с осъществяването на експериментите са използвани програмните продукти **Excel** и **EASY REG**, Графиките са оформени чрез **Excel** и **Corel DRAW 9**.

1. Особенности на статистическото оценяване в условията на дихотомна одиторска проверка.

Целта на статистическото оценяване при дихотомна одиторска проверка е установяването на броя, респ. относителния дял на нередовните елементи в проверяваната популация. То не може директно да се използва като инструмент за установяване на еднозначни правила за вземане на решение относно достоверността на проверяваната популация. Чрез него е възможно единствено да бъдат установени границите, в които с определена сигурност се намира броят, респ. относителният дял на нередовните единици в проверяваната популация.

В случай, че статистическото оценяване се използва с цел формиране на заключение относно достоверността на популацията, е необходимо въвеждането на помощен параметър, задаващ областта на толериране на отклонения. Това е максимално допустимата честота (брой – M^* или относителен дял – θ^*) на нередовни единици в съвкупността, която все още води до формиране на положително заключение относно нейната достоверност. Одиторското мнение в случая се гради върху сравнението между определените чрез оценяването граници и въведената граница на областта на толериране на отклонения.

При установяването на границите, в които с определена сигурност се намира броят, респ. относителният дял на нередовните елементи на одиторската популация, се използва индиректното заключение, известно още като репрезентативна оценка. От извадковия резултат се съди за величината на параметъра в съвкупността.

Логиката на индиректното заключение може да бъде интерпретирана по следния начин: конкретна извадка с относителен дял на нередовните елементи p може да е излъчена от множество съвкупности с различни относителни дялове на нередовните елементи в тях. На пръв поглед изглежда логично, от всички съвкупности да се избере тази, за която вероятността извадката да е излъчена от нея, да е максимална - така се стига до точкова оценка на относителния дял, при която $\theta = p$.

Репрезентативното заключение може да се гарантира с определена сигурност само в рамките на даден интервал. Поради тази причина точковата оценка рядко се използва – тя не позволява установяването на вероятност, с която да се гарантира заключението. При даден обем на извадката n и конкретен извадков относителен дял нередовни единици p с определена, предварително зададена сигурност може да се гарантира единствено твърдението, че действителният относителен дял θ се намира в границите на даден интервал. Извадковият относителен дял P е случайна величина и не може да се очаква, че конкретна нейна реализация (точкова оценка) ще съвпадне с действителната величина на параметъра θ , която е налице в съвкупността.

Интервалът се съставя по такъв начин, че със сигурност $(1-\alpha)100\%$ да покрива относителния дял на нередовните единици в съвкупността. Сигурността на заключението подлежи на следната интерпретация: при наблюдавани множество извадки с обем n , излъчени случайно от съвкупност с относителен дял θ на нередовните единици, ще бъдат съставени

доверителни интервали за θ , като приблизително $(1-\alpha)100\%$ от тях ще включват действителната величина на параметъра.

Вероятността α може да бъде дефинирана като приемливия за одитора и подлежащ на измерване риск за допускане на невярно заключение. Степента на риска, който може да бъде толериран, зависи от субективната преценка на одитора. В множество публикации⁴ се застъпва тезата, че качеството на заключенията трябва да се нормира чрез задължителни правила за вземане на решение, което би довело до стесняване на границите, в които одиторът може да се движи със своята субективна преценка. Като причина се посочва надпропорционалното при увеличаване на сигурността, нарастване на необходимия обем на извадката при равни други условия.

В литературата се посочва⁵, че в рамките на одита гаранционната вероятност $1-\alpha$ не бива да бъде под **0,95**, т.е. рискът за допускане на невярно заключение не трябва да превишава **5%**.

Характерно за доверителните интервали е, че оценяваният параметър е константа, а положението на интервала зависи от случайността. Следователно няма да е коректно да се твърди, че търсеният параметър със сигурност $(1-\alpha)100\%$ се намира в конкретен интервал. По-точно ще бъде твърдението, че неизвестният, но константен относителен дял θ с определена сигурност е в границите на случаен доверителен интервал.

Задача на статистическото оценяване е да се установят горна $\theta_g = M_g/N$ и долна граница $\theta_d = M_d/N$ за неизвестния параметър $\theta = M/N$, които с определена, предварително зададена сигурност да включват неизвестния параметър θ , т.е. $\theta_d \leq \theta \leq \theta_g$.

Тук трябва да бъде отбелязано, че вероятностните твърдения, свързани с резултатите на интервална репрезентативна оценка, могат да послужат в рамките на независимия финансов одит само, когато целият интервал се намира **под** или **над** смятания за все още допустим относителен дял на нередовните елементи θ^* , който служи като граница за толериране на отклонения. Само в подобни случаи може да бъде направено еднозначно заключение относно приемането, респ. отхвърлянето на достоверността на проверяваната популация.

При положение, че допустимият относителен дял θ^* се намира в границите на определения доверителен интервал, **не е възможно** непосредствено заключение за приемане или отхвърляне на достоверността на популацията. Подобни резултати би трябвало да се изключат като възможност чрез подходящо планиране на извадката. За целта според **Leffson**⁶ доверителният интервал е необходимо да бъде построен така, че допустимият относителен дял θ^* да представлява граница, независимо от това, дали извадковият относителен дял **p** е по-малък или по-голям от него.

⁴ Buchner, R., Zur Diskussion um die Frage "Zufalls- oder Urteilsstichprobe" bei Buchprüfungen, ZfbF, 6/1983, 495-496; Leffson, U., Lippmann, Kl., Baetge, I., Zur Sicherheit und Wirtschaftlichkeit der Urteilsbildung bei Prüfungen, Düsseldorf, 1969, c. 19.

⁵ Wysocki, Kl.v., Zur Verwendung von Nomogrammen bei der Auswertung von Zufallsstichproben, Wpg, 18/1975, c. 487.

⁶ Leffson, U., Lippmann, Kl., Baetge, I., Zur Sicherheit und..., 34-35.

Разликата $e = |p - \theta^*|$ се дефинира като случайна грешка. При симетрия на интервала той ще обхваща област с ширина $2e$. Симетрията тук не е задължителна, защото в конкретния случай се проверява само, дали относителният дял се намира под или над допустимата граница θ^* .

Следователно като долна граница на интервала може да се посочи 0 или на практика се преминава към едностранно ограничен интервал, т.е. търси се 1 граница – в случая горна.

В рамките на одита е по-целесъобразно използването на едностранни доверителни интервали, на базата на които е възможно да се направят следните заключения:

1. популацията е достоверна, защото със сигурност $(1-\alpha).100\%$ относителният дял θ е по-малък от θ^* , следователно е достатъчна информацията относно горната граница.
2. популацията не е достоверна, защото със сигурност $(1-\alpha).100\%$ относителният дял θ е по-голям от θ^* – използва се долната граница, като горната е без значение.

Случайната грешка $e = |\theta^* - p|$ е необходима още на етапа на планиране на извадката. Нейната величина обуславя точността на оценката. Колкото по-малка е случайната грешка, толкова по-тесен ще бъде доверителният интервал. Преди излъчването на извадката извадковият относителен дял p е неизвестна величина. При планирането на извадката вместо него би трябвало да се използва предположението на одитора относно дела на нередовните елементи в популацията ($\hat{\theta}$).

Ако извадковият относителен дял p е по-малък от $\hat{\theta}$, тогава при оценката на θ ще е налице случайна грешка (e), която води до установяването на горна граница (θ_r), лежаща под максимално допустимия относителен дял θ^* ⁷. В този случай дадената популация със сигурност, минимум равна на предварително зададената, може да бъде приета за достоверна. В случай, че извадковият относителен дял p е между $\hat{\theta}$ и θ^* , случайната грешка e ще доведе до установяването на граница θ_r , която е по-голяма от максимално допустимия относителен дял θ^* . **Следователно оценката не може да доведе до непосредствено заключение относно приемане или отхвърляне достоверността на популацията.**

Като възможност за преодоляване на проблема изглежда стесняването на интервала чрез преместване на границата от θ_r в θ^* . Но ако това стане след излъчване на извадката, изискваната сигурност няма да е налице. Последващото редуциране на горната граница θ_r до θ^* при вече зададен обем на извадката ще доведе до намаляване на сигурността, което неминуемо води до влошаване качеството на крайното заключение. Подобни последиствия **Leffson**⁸ предлага да бъдат предотвратени чрез увеличаване обема на извадката. При **непроменен** относителен дял p увеличението на

⁷ В случая се приема, че $p < \theta^*$. Аналогични разсъждения могат да се направят при $p > \theta^*$.

⁸ Leffson, U., Lippmann, Kl., Baetge, I., Zur Sicherheit und... с. 38.

обема на извадката n по правило води до стесняване на границите на доверителния интервал.

Нарастването на обема на извадката води до увеличаване връхната източеност на разпределението и доближаване на инфлексните му точки. Горната граница се измества от θ_r^1 в $\theta_r^2 = \theta^*$, без загуба на сигурност.

Несигурността на предположението относно θ ($\hat{\theta}$) може да доведе до формирането на граница θ_r , която превишава максимално допустимия относителен дял θ^* , когато $\hat{\theta} < p$. В този случай обемът на извадката трябва допълнително да бъде увеличаван, докато горната граница на доверителност съвпадне с допустимата граница θ^* . Представеният подход не може да се разглежда като решение на проблема. Смятаме, че той е обременен със следния основен недостатък: излиза се от извадков относителен дял p , който е константа при увеличаване обема на извадката, т.е. при $n \rightarrow N$, извадковият относителен дял все повече се доближава до действителния параметър θ ($p \rightarrow \theta$). Следователно при нарастване на n , извадковият относителен дял p се променя. При евентуално увеличение на p в никакъв случай няма да бъде постигнат желаният резултат. Следователно в случаите, когато извадковият дял p е по-голям от очаквания $\hat{\theta}$, съставените доверителни интервали ще съдържат допустимия относителен дял θ^* , като $\theta^* < \theta_r$, тогава няма да е възможно еднозначно заключение относно приемането или отхвърлянето на достоверността на популацията. В случая, дори съставеният интервал действително да съдържа параметъра θ , не е възможно да се определи точното му местоположение – дали той е по-малък или по-голям от допустимата величина θ^* .

Случайният характер на доверителните интервали позволява установяването на различни интервали при даден относителен дял θ и на еднакви интервали при различни относителни дялове θ . Налагат се допълнителни проверки за установяване на действителното състояние на съвкупността. По този начин може да се осъществи неоправдано преразпределение на средствата за одиторската проверка, защото би могло да се наложи засилена проверка на популация, за която на база резултатите от случайна извадка се установи горна граница $\theta_r > \theta^*$, но която същевременно съдържа относителен дял нередовни елементи $\theta < \theta^*$.

Тук възниква въпроса, свързан с възможностите за неправилно по отношение на θ^* заключение, които съществуват при статистическото оценяване. Одиторът по правило се съобразява само с горната граница на получените интервали и тя е единствен критерий за преустановяване или продължаване на проверката на популацията. Грешка от първи род ще бъде допусната, ако установената граница превишава максимално допустимата, въпреки че съвкупността съдържа относителен дял θ нередовни единици, който е по-малък от максимално допустимия; има за следствие неоправдано разширяване обхвата на проверката. Грешка от втори род ще бъде допусната, когато горната граница на интервала е в рамките на допустимото, но същевременно делът в съвкупността е по-голям от максимално допустимия. Както при статистическото тестване, последиците са по-тежки,

отколкото при грешка от I род, следва преустановяване на проверката и приемане достоверността на популация, която в действителност не отговаря на изискванията.

Основният недостатък на статистическото оценяване в рамките на одита се крие в **невъзможността** за измерване риска за допускане на двата вида грешки. Донякъде може да се приеме за измерим рискът за допускане на грешка от II род, когато интервалът изглежда приемлив, но действителният относителен дял θ е по-голям от максимално допустимия. Само когато установената горна граница $\theta_r = \theta^*$, този риск ще бъде обвързан с гаранционната вероятност и ще е равен на α .

Разсъжденията позволяват да се направи твърдението, че в рамките на дихотомна одиторска проверка е по-целесъобразно да се използват методи, при които рисковете за допускане на грешки от I и II род подлежат на измерване. Според нас статистическото оценяване би трябвало да се използва много внимателно, по възможност само при предварителни проверки с цел определянето на ориентир за размера на относителния дял на нередовните елементи в проверяваната популация, който да помогне при формулирането на предположенията за броя, респ. относителния дял на нередовните елементи, необходими при осъществяването на тест с конкретизирана алтернативна хипотеза.

Основната особеност при оценяването честотата на нередовните елементи в одиторска популация е нейният размер. По правило става въпрос за много малки относителни дялове – според **Wysocki**⁹ в повечето случаи те не надвишават **10%**.

Друга особеност е свързана с преобладаващия интерес към горната граница на доверителност, която е изключително важна за заключението относно достоверността на популацията, което прави възможно съставянето на едностранно ограничени интервали с горна граница.

За извеждането на горната граница на доверителност за относителния дял на нередовните елементи в популация, на интервал, който е лявостранно неограничен (по-точно: долна граница 0), се излиза от постулата на теорията на проверката на статистически хипотези, според който заключения с определена сигурност могат да се правят само, когато дадена хипотеза бива отхвърлена, не и когато тя трябва да бъде приета. Следователно за целите на статистическото оценяване извадковите резултати трябва да се използват за формулирането на хипотеза, която в следствие да бъде отхвърлена на базата на същите резултати. При положение, че в извадка с обем n са открити x на брой нередовни единици, трябва да се определи максималният относителен дял нередовни единици, който със сигурност **(1- α)100%** се съдържа в съвкупността. Търсената величина θ_r може да се интерпретира по следния начин: ако действителният относителен дял в съвкупността възлиза на θ_r , то само в **α .100%** от случаите в извадка с обем n ще бъдат открити най-много x на брой нередовни единици. В **(1- α).100%** от случаите ще бъдат открити повече от x на брой грешки. Следователно могат да бъдат формулирани хипотезите:

⁹ Wysocki, Kl.v., Zur Bestimmung der Vertrauensgrenzen bei der Anteilswertprüfung mit Hilfe mathematisch – statistischer Stichprobenverfahren, в: ZfbF 33/1981, стр.333ff.; Wysocki, Kl.v., Grundlagen des betriebswirtschaftlichen Prüfungswesens, München, 1988, с.189.

$$H_0 : \theta = \theta_r,$$

$$H_1 : \theta < \theta_r,$$

В извадката са открити само x на брой грешки. Това означава, че със сигурност $(1-\alpha).100\%$ относителният дял нередовни единици в съвкупността е по-малък от θ_r . H_0 се отхвърля, като резултатът може да бъде обобщен по следния начин:

$$W(\theta < \theta_r) = 1-\alpha \quad (1.1)$$

За определяне горната граница на доверителност може да бъде изведено следното изходно равенство, което не е обвързано с предположение за вероятностно разпределение на извадковата характеристика¹⁰:

$$W(X \leq x) = \alpha, \quad (1.2)$$

т.е. търси се относителният дял θ_r , за който вероятността, в извадка с обем n да бъдат открити не повече от действително наличните x на брой грешки, да възлиза на α .

Използването на хипергеометрично разпределение за съставяне на доверителен интервал за относителния дял на нередовните елементи в одиторска популация на базата на извадка, излъчена безвъзвратно, гарантира спазването на изискуемата сигурност на резултатите. Защото извадковият относителен дял P е разпределен хипергеометрично при безвъзвратен подбор. При работа с хипергеометрично разпределение вместо с относителен дял θ се борава с броя на нередовните единици M в съвкупност с обем N . Следователно горната граница на доверителност ще задава максималния брой нередовни единици M_r , който със сигурност $(1-\alpha).100\%$ съдържа въвкупност, от която безвъзвратно е излъчена извадка с обем n , която включва x на брой нередовни единици. Горната граница на едностранно ограничен интервал $[0; M_r]$ трябва да отговаря на следното изискване:

$$W(M < M_r) \geq 1-\alpha \text{ или }^{11}:$$

$$W(X \leq x/N, n, M_r) = F_H(x/N, n, M_r) = \sum_{k=0}^x \frac{\binom{M_r}{k} \binom{N-M_r}{n-k}}{\binom{N}{n}} \leq \alpha, \quad (1.3)$$

Величината M_r е броят на нередовните единици в съвкупността, който за последно удовлетворява неравенството и формира границата на доверителния интервал.

2. Фактори, въздействащи върху точността на оценката.

Обикновено под точност на оценката се разбира ширината на двустранен доверителен интервал. Както вече беше посочено, в рамките на одита е по-целесъобразно определянето на едностранно ограничени

¹⁰ Gründer, M., Zufallsstichprobenverfahren in der Wirtschaftsprüfung, Münster, 1989, c. 32

¹¹ Bredeck, H.M., Rechengestützte Stichprobenverfahren im Prüfungswesen, Düsseldorf, 1993, c. 40.

доверителни интервали с горна граница $(0; \theta_r]$. В този случай точността ще съвпада с установената горна граница, като базата за сравнение е 0.

За осъществяването на сравнителен анализ на точността, постигната при различни условия, е необходима друга база, спрямо която тя да се определя. Ако базата е извадковият относителен дял p , тогава точността ще бъде измервана посредством случайната грешка e , представляваща разлика между определената горна граница на доверителност и извадковия относителен дял p , т.е. $e = \theta_r - p$. Случайната грешка e ще бъде използвана

като абсолютен измерител на точността, докато отношението $\left(\frac{e}{p}\right) \cdot 100 =$

$e\%$ ще бъде мярка за относителната точност, необходима при сравняване на точността, постигната при различни извадкови относителни дялове p , респ. различни обеми на извадката при равни други условия.

Точността на оценката е от изключително значение за качеството на резултатите. При малка точност, т.е. прекалено широк интервал, информационната стойност на резултатите ще бъде прекалено ниска, за да позволи еднозначно заключение относно структурата на съвкупността, в случая относно достоверността на проверяваната популация. Винаги съществува стремеж към максимизиране на точността. Но доколко прекомерното стесняване на доверителния интервал може да бъде оправдано от гледище на икономичността, е възможно да се установи посредством анализ на влиянието на различните фактори, обуславящи точността.

Нека е зададена излъчена чрез безвъзвратен подбор извадка с обем $n = 20$, в която е открит един нередовен елемент, т.е. $x = 1$ и следователно извадковия относителен дял възлиза на $p=0,05$. Популацията е с обем $N = 10000$. Горната граница на доверителност за броя на нередовните елементи в съвкупността, определена при сигурност $(1-\alpha)100\%=95\%$ на база хипергеометрично разпределение ще бъде $M_r=2160$, т.е. в популацията със сигурност, не по-малка от 95% ще се очакват не повече от 2160 нередовни елемента. Точността може да бъде измерена с помощта на абсолютният и относителният измерител:

$$e = M_r - p \cdot N = 1660$$

$$e\% = \frac{e}{p \cdot N} \cdot 100 = 332\%$$

При обем на извадката $n=40$ и непроменен относителен дял $p = 0,05$, горната граница на доверителност ще бъде съответно $M_r=1490$, като се забелязва увеличение както на абсолютната, така и на относителната точност: $e = 990$; $e\% = 198\%$. Случайната грешка е намаляла с 670 единици, т.е. с $40,36\%$ спрямо извадката с обем $n = 20$. В табл. 1 са дадени резултатите и за други обеми на извадката за $p=0,05$; $1-\alpha=0,95$ и $N = 10000$. Относителната точност на доверителните интервали при посочените условия и различен обем на извадката е представена с помощта на фиг. 2.1.

Таблица 1

Зависимост на точността на оценката от обема на извадката при равни
други условия (хипергеометрично разпределение)

$p = \frac{x}{n} = 0,05; \quad N = 10\,000; \quad 1-\alpha = 0,95; \quad p.N = 500$								
i	n	x	M _r	Реализирана сигурност /%/	e = M _r -pN	$\Delta e =$ $e_i - e_{i-1}$	$\Delta e_{(\%)} =$ $\frac{\Delta e}{e_{i-1}} \cdot 100$	$e_{\%} =$ $\frac{e}{pN} \cdot 100$
1	20	1	2160	95,005	1660	•	•	332
2	40	2	1490	95,007	990	-670	-40,36	198
3	60	3	1240	95,007	740	-250	-25,25	148
4	80	4	1106	95,018	606	-134	-18,11	121
5	100	5	1020	95,001	520	-86	-14,19	104
6	120	6	961	95,028	461	-59	-11,35	92
7	140	7	916	95,017	416	-45	-9,76	83
8	160	8	882	95,042	382	-34	-8,17	76
9	180	9	854	95,042	354	-28	-7,33	71
10	200	10	831	95,048	331	-23	-6,50	66
11	220	11	811	95,020	311	-20	-6,04	62
12	240	12	794	95,001	294	-17	-5,47	59
13	260	13	780	95,027	280	-14	-4,76	56
14	280	14	767	95,009	267	-13	-4,64	53
15	300	15	756	95,025	256	-11	-4,12	51
16	320	16	746	95,030	246	-10	-3,91	49
17	340	17	737	95,036	237	-9	-3,66	47
18	360	18	729	95,053	229	-8	-3,38	46
19	380	19	721	95,016	221	-8	-3,49	44
20	400	20	714	95,006	214	-7	-3,17	43
21	500	25	687	95,039	187	-27	-12,62	37
22	600	30	667	95,010	167	-20	-10,70	33

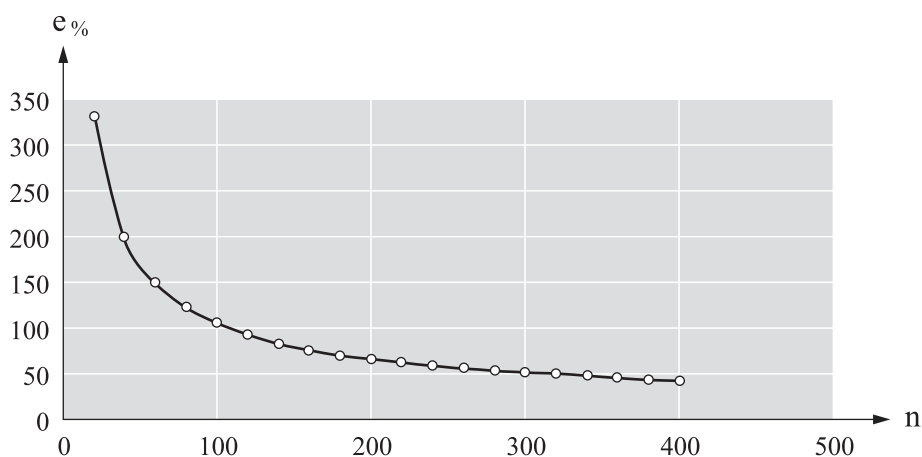
Между точността и обема на извадката при равни други условия съществува следната връзка:

$$e = f(n).$$

При увеличение обема на извадката подпропорционално намалява случайната грешка – абсолютна и относителна, следователно с намаляващи темпове се увеличава абсолютната и относителната точност, т.е. нарастването на обема на малки извадки води до завишаване на точността, отколкото същото абсолютно увеличение, но при големи обеми **n**. Следователно не всяко нарастване обема на извадката гарантира приемлива степен на намаление на случайната грешка. Трябва да се преценява внимателно, дали това евентуално нарастване е оправдано от гледна точка на приемливо повишаване на точността. Например увеличението на обема на извадката от 100 на 200 при посочените в табл. 1 условия е свързано с намаление на случайната грешка **e** с 36,35%, увеличението от 200 на 400 води до намаление на **e** с 35,35 %, а от 400 на 600 - с 21,96% и т.н.

Фиг. 2.1

Зависимост между относителната грешка $e\%$
и обема на извадката при равни други условия
($p = 0,05$; $N = 10\,000$; $1-\alpha = 0,95$)



Освен от обема на извадката, точността зависи от извадковия относителен дял p , следователно:

$$e = f(p)$$

Резултатите от експеримент при $n=100$; $N = 1000$ и $1-\alpha = 0,95$, поместени в табл. 2 влизат в противоречие със застъпеното в литературата¹² становище, че увеличението на относителния дял p при равни други условия неминуемо води до намаляване точността на оценката. Действително се наблюдава понижаване с намаляващи темпове на абсолютната точност (увеличение на случайната грешка) при увеличение на извадковия относителен дял до $p=0,5$, след което точността отново се повишава абсолютно (фиг. 2.2). При сравняване на относителната точност $e\%$, се забелязва увеличение с намаляващи темпове при нарастване на p (фиг. 2.3).

¹² Gründer, M., Zufallsstichprobenverfahren..., стр.104-109

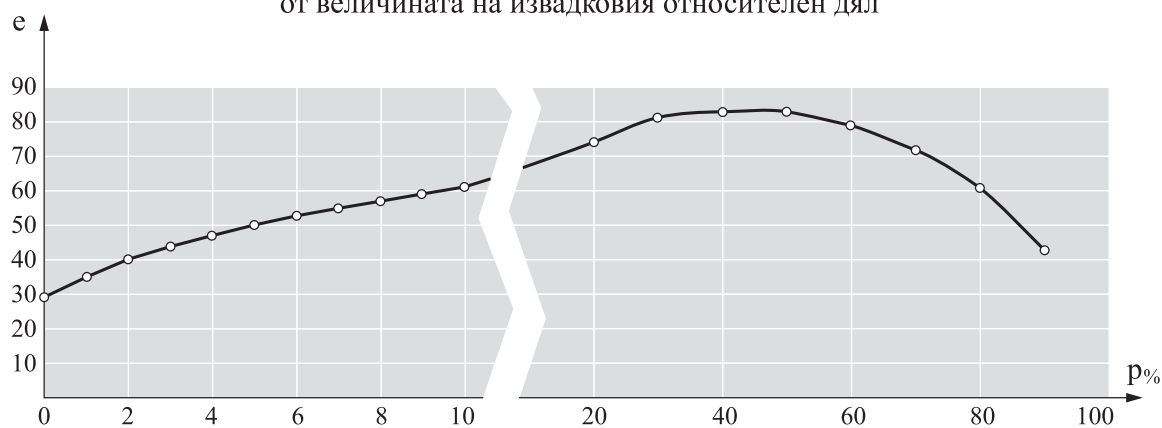
Таблица 2

Зависимост на точността на оценката от извадковия относителен дял при
равни други условия (хипергеометрично разпределение)

N = 10 000; n = 100; 1-α = 0,95;								
i	x	p (%)	N.p	M _r	e = M _r -Np	$\Delta e = e_i - e_{i-1}$	$\Delta e_{(\%)} = \frac{\Delta e}{e_{i-1}} \cdot 100$	$e_{\%} = \frac{e}{Np} \cdot 100$
1	0	0	0	29	29	•	•	•
2	1	1	10	45	35	6	20,69	350
3	2	2	20	60	40	5	14,29	200
4	3	3	30	74	44	4	10,00	147
5	4	4	40	87	47	3	6,82	118
6	5	5	50	100	50	3	6,38	100
7	6	6	60	113	53	3	6,00	88
8	7	7	70	125	55	2	3,77	79
9	8	8	80	137	57	2	3,64	71
10	9	9	90	149	59	2	3,51	66
11	10	10	100	161	61	2	3,39	61
12	20	20	200	274	74	3	4,92	37
13	30	30	300	381	81	7	9,46	27
14	40	40	400	483	83	2	2,47	21
15	50	50	500	583	83	0	0	17
16	60	60	600	679	79	-4	-4,82	13
17	70	70	700	772	72	-7	-8,86	10
18	80	80	800	861	61	-11	-15,28	8
19	90	90	900	943	43	-18	-29,51	5

Фиг. 2.2

Зависимост на абсолютната точност
от величината на извадковия относителен дял



Фиг. 2.3

Зависимост на относителната точност
от величината на извадковия относителен дял



Като трети фактор, оказващ влияние върху точността на оценката при безвъзвратен подбор може да се посочи обемът на генералната съвкупност **N**. Резултатите от експеримент при $n = 100$; $p = 0,05$ и $1-\alpha = 0,95$, поместени в табл. 3 и представени с помощта на фигури 2.4. и 2.5. показват, по какъв начин промяната на обема на съвкупността влияе върху изменението на абсолютна и относителна точност на оценката на броя на нередовните елементи в популация. Увеличението на обема на съвкупността, т.е. намалението на отношението n/N води до подпропорционално намаление на относителната точност при равни други условия. Докато при по-малки обеми на съвкупността увеличението на **N** е свързано с по-значително намаление на относителната точност, при големи обеми **N** се наблюдава незначително намаление на относителната точност. При увеличаване обема на съвкупността се забелязва приблизително пропорционално намаление на абсолютната точност.

Като последен фактор, оказващ влияние върху точността на оценката трябва да се посочи изискваната сигурност, т.е. величината на гаранционната вероятност. Резултатите от експеримент при $N = 10000$, $n = 100$, $p = 0,05$, които са поместени в табл. 4 и представени чрез фигура 2.6. показват зависимостта на точността на оценката от избраната гаранционна вероятност. При увеличение на изискваната сигурност надпропорционално се увеличава случайната грешка (абсолютна и относителна), т.е. намалява абсолютната и относителната точност. Това намаляване е по-малко при увеличаване на сравнително ниски равнища на сигурност в сравнение с понижението при високи равнища. Резултатите от изследването позволяват твърдението, че е целесъобразно въвеждането на по-строги граници, в които трябва да варира изискваната сигурност в рамките на одита, за да не се допусне прекомерно намаляване на точността на оценката, респ. увеличаване на обема на извадката, което би могло да компенсира загубата на точност. Може да се приеме, че сигурност, възлизаща на 95% е границата,

след която започва рязко понижаване на точността. Според нас изискваната сигурност трябва да е много близо до 95%, когато се цели максимална ефективност на проверката, т.е. най-добри резултати при най-ниски разходи. Увеличението на сигурността над 95% е свързано с намаляване ефективността на извадковата одиторска проверка, защото разходите растат надпропорционално спрямо ефекта (по-точния резултат) поради надпропорционалното увеличение обема на извадката, необходим за запазване на желаната точност на оценката. (табл. 5 и фиг. 2.7.)

Таблица 3

Зависимост на точността на оценката от обема на съвкупността при равни други условия (хипергеометрично разпределение)

n = 100; p=0,05; 1-α = 0,95;								
i	N	Np	M _i	Действ. сигурност /%/	e = M _i -Np	$\Delta e = e_i - e_{i-1}$	$\Delta e_{(\%)} = \frac{\Delta e}{e_{i-1}} \cdot 100$	$e_{\%} = \frac{e}{Np} \cdot 100$
1	500	25	49	95,374	24	•	•	96,00
2	1000	50	100	95,119	50	26	108,33	100,00
3	1500	75	151	95,047	76	26	52,00	101,3
4	2000	100	202	95,013	102	26	34,21	102,0
5	2500	125	254	95,121	129	27	26,47	103,2
6	3000	150	305	95,087	155	26	20,16	103,3
7	3500	175	356	95,063	181	26	16,77	103,4
8	4000	200	407	95,045	207	26	14,36	103,5
9	4500	225	458	95,031	233	26	12,56	103,6
10	5000	250	509	95,019	259	26	11,16	103,6
11	10000	500	1020	95,001	520	261	100,77	104,0

Таблица 4

Зависимост на точността на оценката от изискуемата сигурност при равни други условия

N = 10000; n = 100; p=0,05; N.p = 500;						
i	(1-α)100	M _i	e = M _i -Np	$\Delta e = e_i - e_{i-1}$	$\Delta e_{(\%)} = \frac{\Delta e}{e_{i-1}} \cdot 100$	$e_{\%} = \frac{e}{Np} \cdot 100$
1	85	833	333	•	•	66,6
2	86	846	346	13	3,90	69,2
3	87	860	360	14	4,05	72,0
4	88	874	374	14	3,89	74,8
5	89	890	390	16	4,28	78,0
6	90	906	406	16	4,10	81,2
7	91	924	424	18	4,43	84,8
8	92	944	444	20	4,72	88,8
9	93	966	466	22	4,95	93,2
10	94	991	491	25	5,36	98,2
11	95	1020	520	29	5,91	104,0
12	96	1055	555	35	6,73	111,0
13	97	1099	599	44	7,93	119,8
14	98	1158	658	59	9,85	131,6
15	99	1255	755	97	14,74	151,0

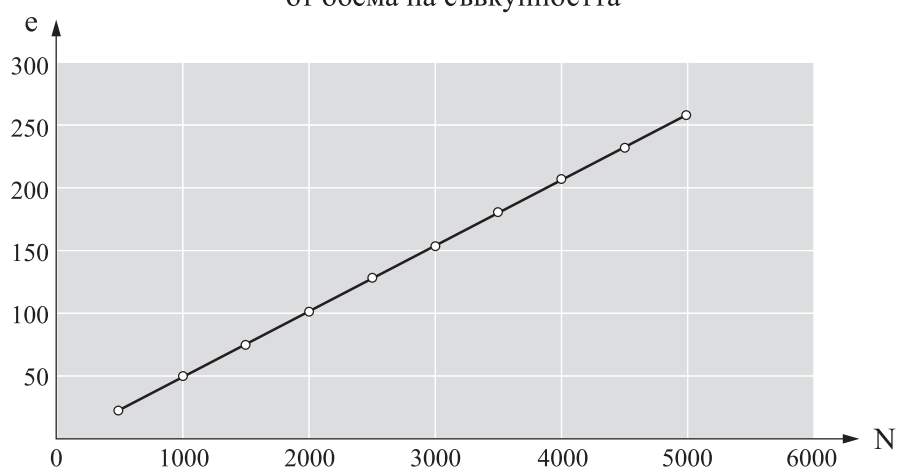
Таблица 5

Необходим обем на извадката при предполагаем относителен дял в
свкупността $\hat{\theta} = 0,05$ и абсолютна точност $e = \theta_r - \hat{\theta} = 0,025$

(1- α).100	n за:	
	N= 2000	N = 20000
	$M_r=150$	$M_r= 1500$
87,5	180	180
90,0	200	220
92,5	240	260
95,0	300	320
97,5	380	440

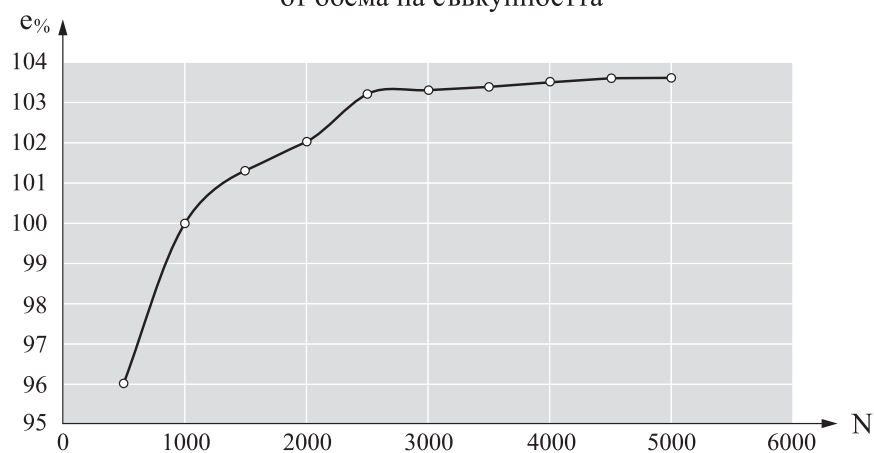
Фиг. 2.4

Зависимост на абсолютната точност
от обема на свкупността

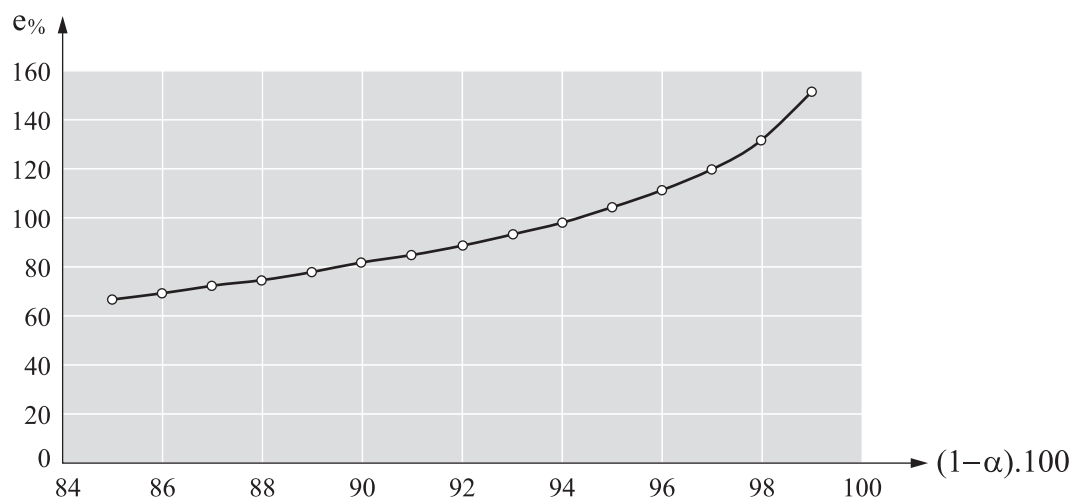


Фиг. 2.5

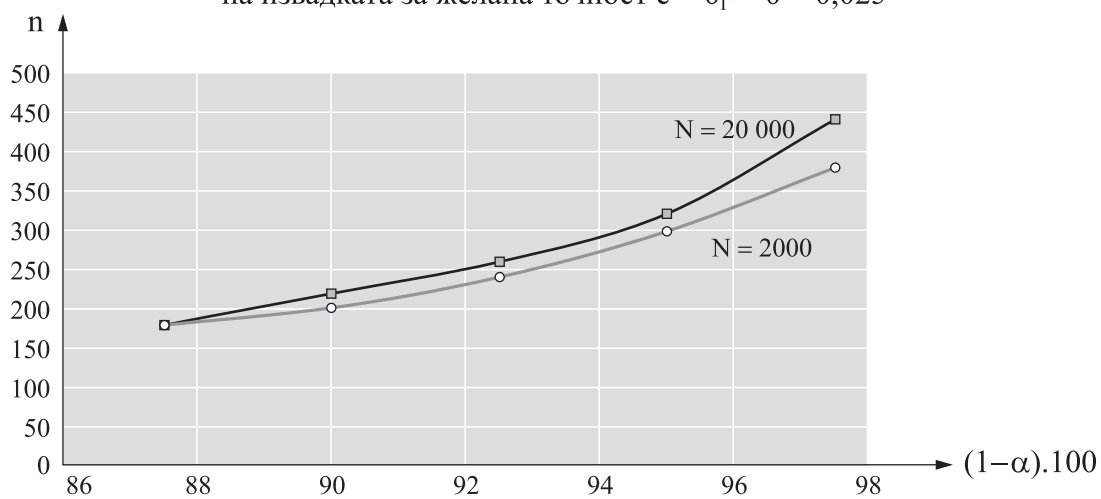
Зависимост на относителната точност
от обема на свкупността



Фиг. 2.6
Зависимост на относителната точност
от изискуемата сигурност



Фиг. 2.7
Зависимост между сигурност и необходим обем
на извадката за желана точност $\epsilon = \theta_\Gamma - \hat{\theta} = 0,025$



3. Планиране на извадката при предварително зададена точност на оценката

В случаите, когато се изисква определена предварително зададена точност на оценката на относителния дял на нередовните елементи в популацията, трябва да бъде установен факторът, чиито величини могат свободно да варират и по този начин да компенсират влиянието на останалите, които се приемат за константи. Сигурност на оценката, извадков относителен дял и обем на съвкупността при зададени условия са постоянни величини, следователно точността може да бъде контролирана единствено посредством обема на извадката. За целта връзката

$$e = f(n; p; N; 1-\alpha) \quad (3.1)$$

трябва да бъде трансформирана така, че да може да се изведе зависимост, чрез която да се установи необходимият за дадена точност обем на извадката:

$$n = f(p; N; 1-\alpha; e) \quad (3.2)$$

По-нататък според използвания подход при оценяването на броя, респ. относителния дял на нередовните елементи в популацията, посочената зависимост трябва да получи конкретна форма – алгоритъм или формула, чрез която да бъде определен необходимия за дадена точност обем на извадката.

При положение, че извадковият относителен дял P се приеме за приблизително нормално разпределена случайна величина с математическо

очакване $E(P) = \theta$ и дисперсия $V_{ar}(P) = \sigma_p^2$, на база проста апроксимация на хипергеометрично от нормално разпределение с корекция за крайност на съвкупността може да бъде изведена популярната формула за определяне необходим обем на извадката:

$$n = \frac{z_{1-\alpha}^2 N \cdot \theta \cdot (1 - \theta)}{e^2 \cdot (N - 1) + z_{1-\alpha}^2 \theta \cdot (1 - \theta)} \quad (3.3)$$

При малки относителни дялове простата апроксимация от нормално разпределение се оказва неподходяща¹³, следователно трябва да се търсят други възможности за определяне на минимално необходимия обем на извадката.

При използване на методи, основаващи се на дискретни разпределения, не е възможно гаранционната вероятност да бъде трансформирана във фактор, съответстващ на $z_{1-\alpha}$. Необходимият обем на извадката се налага да бъде изведен от неравенството: $W(X \leq x) \leq \alpha$, когато оценката е свързана с установяване на едностранно ограничен интервал с горна граница. Тук се крие най-съществената разлика между определянето на необходимия обем на база нормално и на база дискретно разпределение. Докато в първия случай обемът на извадката се определя посредством директно заместване във формула, при дискретните разпределения той се

¹³ Ламбова, М., Статистическите извадки в дихотомния случай на проверка при независимия финансов одит, дисертация, Варна, 2002, стр. 154-158.

установява итеративно, т.е. необходим е достатъчно опростен алгоритъм, с помощта на който най-бързо да се стигне до търсената величина.

Ако се излиза от зависимостта $n=f(1-\alpha; e; N; p)$, то при предварително зададени сигурност, точност и извадков относителен дял, необходимият обем на извадката може да бъде установен, като се използва стартова двойка $\{x, n\}$ за итерациите. Двата параметъра се увеличават при константно отношение $p=x/n$, докато желаната ширина бъде достигната. Целесъобразно е величините на двата параметъра да бъдат установени чрез итерации на x , като съответният обем n е изчислен с помощта на следната формула:

$$n = \text{int}(x/p)^{14} \quad (3.4)$$

От изложеното следва, че в дискретния случай доверителен интервал с предварително зададена точност може да бъде установен само при известни n и x . Така при определяне на необходимия обем на извадката участва неизвестният извадков относителен дял p . Тук се крие втората основна разлика между дискретния и индискретния случай. При определяне на необходимия обем n на база нормално разпределение, като фактор участва неизвестната величина на относителния дял θ в съвкупността, докато в дискретния случай необходимия обем зависи от извадковия относителен дял p . Както θ , така и p подлежат на предварителна оценка. При положение, че не съществува никаква опорна точка за оценката на извадковия относителен дял, се избира $\hat{p} = 0,5$. Тази величина е консервативна, т.е. чрез нея се определя обем на извадката, който е максимален в сравнение с обема за всички други възможни величини p . За $p < 0,5$ се стига до по-тесни интервали, т.е. по-голяма от изискваната точност, когато предварителната оценка е по-голяма от действителния относителен дял в извадката ($\hat{p} > p$). Прекалено високите предварителни оценки¹⁵ за извадковия относителен дял следователно са консервативни. В случай, че случайната грешка e , свързана с желаната точност на оценката, не бива да бъде превишена, е целесъобразно да бъде избрана по-голяма величина за предварителната оценка $\hat{p}$. (при $\hat{p} \leq 0,5$). При избор на предварителна оценка за извадковия относителен дял като ориентир може да послужи максимално допустимия относителен дял нередовни елементи в популацията (θ^*). Тази величина изглежда приемлива, защото във всички случаи, когато извадковият относителен дял е допустим, т.е. $p < \theta^*$, ширината на интервала ще отговаря на предварително зададената точност. Ако обаче извадковият относителен дял е по-голям от максимално допустимия за съвкупността θ^* , точността ще бъде по-малка, но тогава тя няма да се отрази върху качеството на заключението относно проверяваната популация.

Според нас съществува още една възможност: съгласно посоченото в точка 1., в рамките на одита е добре горната граница на доверителност да съвпада с максимално допустимия относителен дял нередовни елементи,

¹⁴ Функцията $\text{int}(\dots)$ цели целочисленост на резултата.

¹⁵ Става въпрос за оценки, близки до 0,5, т.е. $\hat{p} \rightarrow 0,5$. В рамките на одита не може да се предполагат величини $p > 0,5$, следователно под висок относителен дял ще се разбира $p \rightarrow 0,5$.

следователно точността се определя от случайната грешка $e = \theta^* - p$. В този случай зададената предварително точност ще зависи от предположението на одитора за относителния дял на нередовните елементи в популацията ($\hat{\theta}$),

т.е. $e = \theta^* - \hat{\theta}$. Ако $p < \hat{\theta}$, тогава реализираната точност ще бъде по-голяма от изискваната и θ^* ще е извън границите на интервала. При $p > \hat{\theta}$ обаче, освен че ще бъде реализирана загуба на точност, ще се стигне до разгледаната в т.1. възможност, при която θ^* се намира в границите на интервала, но не е ясно точното разположение на неизвестния параметър θ , т.е. дали $\theta^* > \theta$. Следователно не е възможно еднозначно заключение относно популацията.

На последно място трябва да бъде оценена ползата от определянето на минимално необходим обем на извадката за постигането на желаната точност. Реализираната точност на оценката ще съответства на изискваната единствено, когато извадковият резултат $p = x/n$ съвпада с предварителната оценка $\hat{p}$. Доколко ще се отклонява действителната от желаната точност, зависи от степента на различие между p и $\hat{p}$ и от избрания теоретичен модел, на базата на който се осъществява оценяването на относителния дял.

Няма да се стигне до загуба на точност при положение, че $p = \hat{p}$, когато необходимият обем на извадката се определя на базата на апроксимация, която позволява установяването на обеми, по-големи в сравнение с тези, получени въз основа на хипергеометрично разпределение. Подобни апроксимации биха довели до резерв на точност, който в последствие може да бъде реализиран при определянето границата на доверителност на база хипергеометрично разпределение. По правило подобни резултати могат да се очакват от всички теоретични модели, които водят до системно надценяване на горната граница на доверителност, т.е. действителната граница може да се установи с помощта на по-малка от определената апроксимативно извадка при същото равнище на сигурност и точност. Следователно използването на биномно и Пуасоново разпределение би довело до консервативни резултати: в случай, че $p = \hat{p}$, реализираната точност ще бъде по-голяма от изискуемата. Обратно, когато чрез използването на даден теоретичен модел системно се подценява горната граница, какъвто е случаят при оценка на малки относителни дялове на база нормално разпределение, се очаква загуба на точност. Определеният минимално необходим обем няма да е достатъчен, за да се достигне желаната точност при установяването границата на доверителност на база хипергеометрично разпределение.

Осъществен е експеримент за доказване верността на изложените разсъждения, защото те влизат в противоречие с изразеното от **Buchner**¹⁶ становище, че използването на нормално разпределение за определяне на

¹⁶ Buchner, R.: Zur Diskussion..., 478-502

необходимият обем на извадката за оценка на малки относителни дялове гарантира резерв на точност по отношение на интервала, установен на база хипергеометрично разпределение. В изследването участват следните параметри.

1. N – обем на съвкупността;

2. $\hat{\theta}$ – предполагаем относителен дял нередовни елементи в популацията, който изпълнява ролята на предварителна оценка на изваковия относителен дял, т.е. $\hat{p} = \hat{\theta}$

3. θ^* – максимално допустим относителен дял нередовни елементи в популацията;

4. M^* – максимално допустим брой нередовни елементи в популация с обем N ;

5. $\hat{e}$ – изискуема абсолютна точност на оценката (случайна грешка), като в случая: $\hat{e} = \theta^* - \hat{\theta}$.

6. $\hat{e}_{\%}$ – изискуема относителна точност, в случая: $\hat{e}_{\%} = \frac{\hat{e}}{\hat{\theta}} \cdot 100$

При различни комбинации на величините на посочените параметри е определен минимално необходимият обем на извадката според простата апроксимация на хипергеометрично от нормално разпределение с корекция и без корекция за крайност на съвкупността. За следващия по големина допустим според хипергеометрично разпределение обем на извадката, определен чрез:

$$n = \text{int}(x\hat{\theta}) \quad (3.5)$$

е изчислена реализираната сигурност за случая: $p = \hat{\theta}$ и $M_r = M^*$, т.е. съвпадение на действителния извадков относителен дял с предварителната му оценка, от една страна, и на горната граница на доверителност с допустимия брой нередовни елементи в съвкупността от друга. По-нататък за следващия по големина допустим обем на извадката е определена горна граница на доверителност (M_r) на база хипергеометрично разпределение за случая $p = \hat{\theta}$. Изчислена е реализираната абсолютна точност:

$$e = \frac{M_r}{N} - \hat{\theta} \quad (3.6)$$

За сравнение е определен минимално необходимият според хипергеометрично разпределение обем на извадката за случая $M_r = M^*$ и $p = \hat{\theta}$. Резултатите от изследването, поместени в Приложение 1, позволяват следните основни изводи:

1. Апроксимацията на база нормално разпределение с корекция за крайност на съвкупността системно води до подценяване на минимално необходимия за желаната точност обем на извадката, независимо от величината на участващите параметри. Следователно се реализира загуба на точност.
2. Увеличаването на изискваната относителна точност, т.е. намаляването на $\hat{e}\%$ води до намаляване на загубата на точност при апроксимацията на база нормално разпределение с и без корекция за крайност на съвкупността.
3. При високи равнища на изисквана относителна точност, т.е. малки величини $e\%$ минимално необходимият обем на извадката, определен с помощта на простата апроксимация без корекция за крайност се доближава до необходимия според хипергеометрично разпределение, т.е. реализира се минимална загуба на точност или при малки обеми на съвкупността – резерв на точност.
4. Доказва се твърдението, че когато с помощта на даден теоретичен модел се подценява горната граница на доверителност (реализирана сигурност по-малка от изискуема), при същите условия изчисленият чрез него минимално необходим обем на извадката няма да е достатъчен за постигане на желаната точност, т.е. ще се реализира загуба на точност.

В случай, че минимално необходимият обем на извадката се определя директно с помощта на хипергеометрично разпределение, възниква следния проблем: при дискретни разпределения само определени, ограничени на брой величини могат да бъдат допустими обеми на извадката. Това се дължи на целочислеността на x , т.е. броя на нередовните елементи в съвкупността и формулата $n = \text{int}(x/p)$. Така увеличението на броя на грешките x с единица при $p = 0,01$ води до нарастване на обема с $1/p = 100$. Ако дадена двойка $/x, n/$ не изпълнява изискването за точност, то обемът на извадката трябва да се увеличи със **100**, за да се стигне до следващия по големина обем n . Недостатъкът на метода на директното определяне на необходим за дадена точност обем на извадката се крие в силно ограничения брой допустими y обеми, като резултатът е сравнително голям обем n . Колкото е по-малък очакваният относителен дял $\hat{\theta}$, толкова ще е по-голяма стъпката между допустимите обеми на извадката (табл. 6).

Таблица 6

Допустими според $n = \text{int}(x/\hat{\theta})$ обеми на извадката

x	$\hat{\theta}$ допустим обем n при $\hat{\theta}$:							
	0,005	0,010	0,020	0,030	0,040	0,050	0,100	0,200
1	200	100	50	33	25	20	10	5
2	400	200	100	67	50	40	20	10
3	600	300	150	100	75	60	30	15
4	800	400	200	133	100	80	40	20
5	1000	500	250	167	125	100	50	25
6	1200	600	300	200	150	120	60	30

За определяне на минимално необходимия за дадена точност обем на база хипергеометрично разпределение предлагаме следния алгоритъм.

1. Определяне на $1-\alpha$, $\hat{\theta}$, N , $\hat{e}$.

2. С помощта на $\hat{\theta}$ и $\hat{e}$ се определя очакваната горна граница за

броя на нередовните елементи в съвкупността, при положение, че $p = \hat{\theta}$:

$$M_r = (\hat{\theta} + \hat{e})N$$

3. С помощта на итерации на x при отношение $\hat{\theta} = x/n$ се определя двойката $/x, n/$, за която:

$$F_N(x/N, M_r, n) \leq \alpha$$

Итерациите започват от $x=1$, за което се определя $n = \text{int}(x/\hat{\theta})$ след което двойката ($x = 1$, n) се проверява за допустимост според неравенството.

4. При недопустимост x се увеличава с единица и процедурата се повтаря, докато бъде удовлетворено неравенството.

Възможно е вместо от $x=1$ итерациите да започнат от стартова величина x , определена с помощта на апроксимация, например на база нормално разпределение, като се определи най-близкият допустим по-голям от апроксимативно установения обем на извадката и съответстващата му величина x . За целта предварително се определят множество възможни двойки $/x, n/$ чрез $n = \text{int}(x/\hat{\theta})$ и от тях на база величината n , получена чрез апроксимацията, се избира стартовата.

Въпреки че установяването на минимално необходим за дадена точност обем на извадката на база хипергеометрично разпределение е възможно, то е обвързано с редица несигурни предварителни предположения, които поставят под съмнение ползата от подобна процедура в рамките на одиторска проверка

Заклучение

В съответствие с поставената цел и произтичащите от нея задачи в изследването на първо място е разкрита спецификата на статистическото оценяване в дихотомния случай на одиторска проверка. Направените във връзка с това разсъждения водят до открояването на няколко по-важни особености, с които се характеризира оценяването в рамките на дихотомна одиторска проверка:

- преобладаващ интерес към горната граница на доверителност, което прави възможно съставянето на едностранно ограничени интервали с горна граница;
- по правило малки относителни дялове, следователно силна асиметрия на разпределението на извадковия относителен дял P като случайна величина;
- използване на излъчени чрез безвъзвратен подбор случайни извадки, следователно хипергеометрично разпределение на извадковия относителен дял.
- невъзможност за формиране на еднозначно решение относно достоверността на проверяваната одиторска популация без въвеждането на помощен параметър, задаващ областта на толериране на отклонения;
- наличие на риск за допускане на грешка от I и от II род при формиране на заключение относно качеството на проверяваната популация, който по правило не подлежи на пряк контрол.

Осъществен е анализ на факторите, оказващи влияние върху точността на оценката в специфичните за одита условия. За сравнителния анализ на точността, постигната при различни условия, като неин измерител е предложена случайната грешка е, представляваща разлика между определената горна граница на доверителност и извадковия относителен дял p . На базата на резултатите, получени във връзка с осъществените експерименти, целящи анализ на изолираното влияние на факторите обем на извадката, извадков относителен дял, обем на съвкупността и изисквана сигурност върху точността, се стига до следните теоретични обобщения:

- увеличението на обема на извадката при равни други условия води до подпропорционално намаление на случайната грешка, т.е. повишава се с намаляващи темпове абсолютната и относителната точност;
- увеличението на извадковия относителен дял до $p = 0,5$ при равни други условия води до:
 - ❖ понижаване с намаляващи темпове на абсолютната точност, след което тя отново се увеличава;
 - ❖ увеличение с намаляващи темпове на относителната точност.
- увеличението на обема на съвкупността, т.е. намалението на отношението n/N води до:
 - ❖ приблизително пропорционално намаление на абсолютната точност;

❖ подпропорционално намаление на относителната точност при равни други условия.

- повишаването на изискваната сигурност води до надпропорционално увеличение на случайната грешка (абсолютна и относителна), т.е. намалява с нарастващи темпове абсолютната и относителната точност.

На последно място са изследвани възможностите за планиране на извадката при предварително зададена точност на оценката. Осъщественият във връзка с това експеримент позволява да се твърди, че когато с помощта на даден теоретичен модел на разпределение се подценява горната граница на доверителност, при същите условия изчисленият чрез него минимално необходим обем на извадката няма да е достатъчен за постигане на желаната точност, т.е. ще се реализира загуба на точност. Стига се до извода, че с помощта на подходящи алгоритми определянето на минимално необходим за дадена точност обем на извадката на база хипергеометрично разпределение е възможно, но е свързано с условности, които не позволяват да се очаква, че желаната точност ще бъде реализирана в рамките на одиторската проверка. Ползата от предварителното изчисляване обем на извадката не е гарантирана и следователно не може да оправдае допълнителното разширяване на изчислителните процедури.

Приложение 1

Минимално необходим за дадена изискуема точност обем на извадката (n)
при $1-\alpha=0,95$

Параметри		n, определен чрез проста апрокс. нормално разпр.:		(1- α).100* при следващия по големина допустим обем според хиперг. р-е за $p=\theta$ и $M_i=M^*$ на обем, изчислен с помощта на апрокс. норм. р-е:		M _i и e за следващия по големина допустим обем според хип. р-е за $p=\theta$ и (1- α).100* $\geq$ (1- α).100 на обем, изчислен на апрокс. норм. р-е:		Необходим обем на извадката според хипергеометрич р-е за $p=\theta$, $M_i=M^*$
θ	N	с корекция за крайност на съвкупността	без корекция за крайност на съвкупността	с корекция за крайност	без корекция за крайност	с корекция за крайност	без корекция за крайност	
θ^*	M*							
$e\%$								
1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.02	1000 30	347	530	87.990	96.860	34	29	500
0.03	5000 150	480	530	/350/ 89.756	/550/ 91.235	0.0140 165	0.0090 162	750
0.01	10000 300	504	530	/500/ 90.581	/550/ 90.581	0.0130 326	0.0124 326	800
50				/550/ 87.495	/550/ 87.495	0.0126 49	0.0126 49	250
0.02	1000 40	117	133	/150/ 85.821	/150/ 85.821	0.0290 253	0.0290 253	300
0.04	5000 200	129	133	/150/ 85.621	/150/ 85.621	0.0306 507	0.0306 507	300
0.02	10000 400	131	133	/150/ 92.295	/150/ 92.295	0.0307 62	0.0307 62	660
0.05	1000 60	563	1285	/580/ 92.895	$\frac{1}{n} > N$ 95.700	0.0120 307		1240
0.06	5000 300	1023	1285	/1040/ 92.816	/1300/ 94.372	0.0114 613	0.0096 604	1380
0.01	10000 600	1139	1285	/1140/ 89.798	/1300/ 93.060	0.0113 83	0.0104 78	260
20				/180/ 89.561	/220/ 90.977	0.0330 414	0.0280 404	320
0.050	1000 75	171	206					
0.075	5000	198	206					

0.025	375			/200/	/220/	0.0328	0.0308	
50	10000 750	202	206	90.727	90.727	812	812	320
				/220/	/220/	0.0312	0.0312	
0.05	1000 100	49	51	87.049	87.049	122	122	100
				/60/	/60/	0.0720	0.0720	
0.10	5000 500	51	51	86.416	86.416	619	619	120
				/60/	/60/	0.0738	0.0738	
0.05	10000 1000	51	51	86.338	86.338	1240	1240	120
				/60/	/60/	0.0740	0.0740	
0.100	1000 125	281	390	92.441	96.626	129	123	350
				/290/	/390/	0.0290	0.0230	
0.125	5000 625	362	390	92.646	93.284	642	638	460
				/370/	/390/	0.0284	0.0276	
0.025	10000 1250	375	390	92.571	92.880	1285	1281	480
				/380/	/390/	0.0285	0.0281	
0.10	1000 150	89	97	89.576	91.222	165	161	140
				/90/	/100/	0.0650	0.0610	
0.15	5000 750	96	97	90.284	90.284	816	816	150
				/100/	/100/	0.0632	0.0632	
0.05	10000 1500	96	97	90.169	90.169	1635	1635	150
				/100/	/100/	0.0635	0.0635	
0.10	1000 200	24	24	88.103	88.103	237	237	50
				/30/	/30/	0.1370	0.1370	
0.20	5000 1000	24	24	87.803	87.803	1192	1192	50
				/30/	/30/	0.1384	0.1384	
0.10	10000 2000	24	24	87.766	87.766	2385	2385	50
				/30/	/30/	0.1385	0.1385	

Исползвана литература

1. Bamberg, G., Fr. Baur, Statistik. München, Wien, 2001.
2. Bleymüller, J., G. Gehlert, H. Gülicher, Statistik für Wirtschaftswissenschaftler, 12. преработено изд., München, 2000.
3. Bosch, K., Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler: Einführung, München, Wien, 1992.
4. Bredeck, H.M., Rechengestützte Stichprobenverfahren im Prüfungswesen, Düsseldorf, 1993.
5. Buchner, R., Buchprüfung und Jahresabschluss, München, 2002.
6. Buchner, R., Wirtschaftliches Prüfungswesen, München, 1997.
7. Buchner, R., Zur Diskussion um die Frage "Zufalls- oder Urteilsstichprobe" bei Buchprüfungen., ZfbF, 6/1983.
8. Buchner, R., M. Wolz, Überwachungsumfang und risikoorientierter Prüfungsansatz, Fortschritte im Rechnungswesen: Vorschläge für Weiterentwicklungen im Dienste der Unternehmens- und Konzernsteuerung durch Unternehmensorgane und Eigentümer, 1999
9. Cochran, W., Stichprobenverfahren, Berlin, New York, 1972.
10. Doll, R., Wahrnehmung und Signalisierung von Prüfungsqualität, Frankfurt am Main, 2000.
11. Dörner, D., Beurteilung von Unternehmensrisiken im Rahmen der Abschlussprüfung, Kapitalmarktorientierte Unternehmensüberwachung: Chancen und Risiken, Düsseldorf, 2001
12. Fisz, M., Wahrscheinlichkeitsrechnung und mathematische Statistik. Berlin, 1978.
13. Gründer, M., Zufallsstichprobenverfahren in der Wirtschaftsprüfung, Münster, 1989.
14. Hoernberg, R., Zur Urteilsbildung in der Abschlußprüfung, Theorie und Praxis der Wirtschaftsprüfung II: 2. Simposium der KPMG, Universität Potsdam, 1999.

15. Kellerer, H., Theorie und Technik des Stichprobenverfahrens, München, 1963.
16. Korter, M. G., Stichprobenverfahren für Revisoren und Controller, Hamburg, 1997.
17. Kreienbrock, L., Einführung in die Stichprobenverfahren, München, Wien, 1989.
18. Leffson, U., Wirtschaftsprüfung, 4. издание, Wiesbaden, 1988.
19. Leffson, U., K. Lippmann, J. Baetge, Zur Sicherheit und Wirtschaftlichkeit der Urteilsbildung bei Prüfungen, Düsseldorf, 1969.
20. Lück, W., Prüfung der Rechnungslegung: Jahresabschlußprüfung, München, 1999.
21. Menges, G., Grundriß der Statistik, Teil 1, Köln und Opladen, 1968.
22. Pflaumer, P., Einige Bemerkungen zur Bestimmung von Konfidenzintervallen für Anteilswerte bei der Buchprüfung auf Stichprobenbasis, ZfbF, 33/1981.
23. Pöhlmann, H., Jahresabschlußprüfung auf Stichprobenbasis, Pfaffenweiler, 1987.
24. Rammert, St., Jahresabschlußprüfung und Resampling- Verfahren, Frankfurt, 1994
25. Reuter, H.H.: Prüfungsumfang und Urteilsbildung im Rahmen einer Buchprüfung auf Stichprobenbasis. Frankfurt, 1975.
26. Schneider, W., J. Kornrumpf, W. Mohr, Statistische Methodenlehre: Definitions- und Formelsammlung zur deskriptiven und induktiven Statistik mit Erläuterungen, München, Wien, 1993.
27. Schüte, M., Über die Anwendung von Stichprobenregenerierungsverfahren in den Wirtschaftswissenschaften, Berlin, 2001.
28. Storm, R., Wahrscheinlichkeitsrechnung, mathematische Statistik und statistische Qualitätskontrolle, Leipzig, 2001.
29. Strobel, W., G. Sturm, Die Bestimmung eines Konfidenzbereiches bei der stichprobenanalytischen Schätzung von Anteilsziffern für Kontrollzwecke, ZfbF, 1974.
30. Uhlmann, W., Statistische Qualitätskontrolle, Stuttgart, 1982.
31. Wagner, H., Schätzung von Anteilen aus fehlerhaften Daten, Linz, 2001.
32. Wissenschaftliche Tabellen Geigy, 8. издание, Basel, 1980.
33. Wysocki, Kl. v., Grundlagen des betriebswirtschaftlichen Prüfungswesens, 3. изд., München, 1988.
34. Wysocki, Kl.v., Zur Bestimmung der Vertrauensgrenzen bei der Anteilswertprüfung mit Hilfe mathematisch- statistischer Stichprobenverfahren, ZfbF, 33/1981.
35. Wysocki, Kl.v., Zur Verwendung von Nomogrammen bei der Auswertung von Zufallsstichproben, Wpg, 18/1975.
36. Ламбова, М., Статистическите извадки в дихотомния случай на проверка при независимия финансов одит, дисертация, Варна, 2002
37. Суружон, Д., Оценяване на някои непълни моменти на хипергеометричното разпределение, в: Годишник на ИУ-Варна, том 73, 2001
38. Закон за независимия финансов одит, ДВ, 101/2001.
39. Международни одиторски стандарти /International Standards on Auditing – ISAs/, <http://www.ifac.org/>.