

КОИНТЕГРАЦИОНЕН АНАЛИЗ НА АГРЕГИРАНАТА ПРОИЗВОДСТВЕНА ФУНКЦИЯ ПОСРЕДСТВОМ АВТОРЕГРЕСИОННИ МОДЕЛИ С РАЗПРЕДЕЛЕН ЛАГ (ARDL)

Тествана е валидността на двуфакторната и разширената агрегирана производствена функция с прилагането на ARDL-коинтеграционния подход, който е особено подходящ при изследвания, проведени върху малък по обем извадки, като се използват различни комбинации от променливи, с които се измерват производственият резултат, капиталът и трудът. В разширената функция към традиционните производствени фактори труд и капитал се въвеждат преките чуждестранни инвестиции и показателят, характеризиращ отвореността на икономиката (отношението между външнотърговския оборот и производствения резултат). Въз основа на тримесечни данни за България, обхващащи периода от първото тримесечие на 1996 г. до третото тримесечие на 2008 г., са изследвани дългосрочните отношения с помощта на авторегресионния коинтеграционен подход с разпределени лагове на Песаран (ARDL или bounds testing), а за анализа на краткосрочната динамика е приложен механизмът за коригиране на грешката (ECM).

Резултатите показват, че производството, трудът и капиталът са коинтегрирани в 4 комбинации без отчитане влиянието на тренда (три от тях, характеризиращи разширената производствена функция) и в 6 комбинации, когато в моделите се включва линейният тренд (като две са тези, с които се характеризира разширената производствена функция). С валидните комбинации се установява, че еластичността на капитала е между 0.001% и 0.286%, а тази на труда – между 0.316% и 0.533%.

JEL: C52; C32; O47

1. Въведение

С производствените функции се установява количествената връзка между получения от производствения процес пряк резултат и условията за неговото получаване. Резултатът обикновено се изразява под формата на произведената в натурално или стойностно изражение продукция на дадена производствена

¹ Пламен Петков е гл. ас. д-р в катедра “Математика и статистика” на СА “Д. А. Ценов” – Свищов, тел. 0631/66300; 0899 094957, e-mail: ppet@uni-svishtov.bg; ppetkov@gbg.bg.

единица – предприятие, район, отрасъл, сектор или националната икономика. Условието на производствения процес се отнасят до използваните комбинации и съотношения между факторите на производството. Именно на предположението за заместване между производствените фактори се основават производствените функции. Замяната може да се осъществява в рамките на една и съща технология, между различни технологии за производство на един и същ продукт или между продукти с различна ресурсоемкост.

Интересът към агрегираните производствени функции в България е възобновен след 10.11.1989 г., макар, че и преди не липсват публикации по темата.² Изследванията са насочени основно в две направления – измерване на ендогенния технически прогрес и свързания с него икономически растеж³ или измерване на потенциалното производство.⁴ Характерното за повечето изследвания е, че те се осъществяват върху анализ на динамични редове, като се работи с тримесечни или годишни данни. Макар да се споменават възможностите за прилагане на функции с постоянна или променлива еластичност на замаяната на производствените фактори, тези функции не са тествани емпирично. Акцентът изцяло се съсредоточава върху класическата функция на Коб-Дъглас. Тя се подлага на оценка с включването както на класическите фактори труд и капитал, така и на енергийни ресурси⁵, с неутрален технически прогрес по Хикс⁶ или с технически прогрес по Солоу.

² Банчев, П. По някои въпроси на макроикономическите производствени функции. Годишник на ВФСИ „Д. А. Ценов” – Свищов. Т. 46. Варна, Г. Бакалов, 1975, с. 41-84; Димитров, А. Модели и методи за характеризирание развитието на икономиката. С., Наука и изкуство, 1968; Димитров, А. и др. Иконометрични макромоделни за развитието на народното стопанство. С., БАН, 1984; Паскалев, О. Моделиране на самофинансиращи се научно-производствени системи. – В: Проблеми на управлението на научно-техническия прогрес в стопанските организации (научно-практическа конференция). София-Бургас, 1982, с. 243-246.

³ Рангелова, Р. Теория на ендогенния икономически растеж – възникване и развитие. – Икономически изследвания, 1999, N 3, с. 3-27; Рангелова, Р. Средносрочно прогнозиране на икономическия растеж в България. – Икономически изследвания, 2002, N 1, с. 3-29; Рангелова, Р. Критика на концепцията за измерване на общата факторна производителност. – Икономическа мисъл, 2008, N 3, с. 90-106; Ганев, К. Измерване на общата факторна производителност: счетоводство на икономическия растеж за България. С., БНБ, „Дискуссионни материали”, 2005.

⁴ Гладнишки, А. Агрегирана производствена функция в България в условията на преход. С., АИАП, „Серия икономически изследвания”, 2004; Гладнишки, А. Измерване на потенциалното производство: използване инструментариума на производствените функции. С., АИАП, „Серия икономически изследвания” 2005; Цалински, Цв. Два подхода за емпирична оценка на потенциалното производство на България. С., БНБ, „Дискуссионни материали”, 2006.

⁵ Гладнишки, А. Агрегирана производствена функция в България ...

⁶ Петков, Пл. Зависимост между заетите лица, инвестициите и БВП на Република България. Научен семинар „Измерения на промяната 1991-1996”, 1996, Свищов, с. 18-20.

Причината за използването на Коб-Дъгласовата функция се свързва с убежденията на авторите, че тя е най-подходяща за характеризиране на brutния вътрешен продукт на България, понеже между труда и капитала съществува определено заместване.⁷ Невъзможността за определяне на степента на това заместване на практика ограничава прилагането на CES и VES-функциите.

Опит за тестване на валидността на различните теории за замяната между производствените фактори е направен от нас в поредица от публикации. С използване на тримесечни данни за brutния вътрешен продукт, бруто капиталообразуването и броя на заетите лица, обхващащи периода от първото тримесечие на 1996 г. до първото тримесечие на 2007 г., са приложени три подхода – директно специфициране на производствената функция⁸, индиректен (гъвкав) подход чрез прилагането на трансформацията на Бокс-Кокс⁹ и индиректен подход, основаващ се на трансцендентната логаритмична (транслог) апроксимация на производствената функция.¹⁰ В друго изследване¹¹ анализът на агрегираните производствени функции в България се разширява, като са използвани различни показатели, с които се обхващат, характеризират и измерват класическите понятия „производство”, „труд” и „капитал”. За отразяване на производствения резултат се използват макроикономическите показатели „брутна добавена стойност (БДС)” и „брутен вътрешен продукт (БВП)”. Трудът се измерва с променливите „брой на заетите лица” и „общо отработени човекочасове”. При определяне на стойността на капитала се използват два подхода. Първият се състои в проследяване динамиката на капитала през изследвания период чрез обвързване на неговата стойност с бруто образуването на основен капитал и потреблението на основен капитал. При втория подход като показатели-заместители на капитала директно се използват макроикономическите показатели „бруто капиталообразуване”, „бруто образуване на основен капитал” и „потребление на основен капитал”.

Общото в цитираните изследвания е, че оценката на агрегираната производствена функция се осъществява както с включването, така и без включване на експоненциален елемент, характеризиращ влиянието на неутралния технически прогрес (тренда). Влиянието на тренда се установява с традиционните иконометрични методи – обикновен метод на най-малките

⁷ Гладнишки, А. Измерване на потенциалното производство ...

⁸ Петков, Пл. Иконометрична оценка на агрегирани производствени функции за brutния вътрешен продукт на Р. България. Годишник/СА „Д.А. Ценов”, година LXXI, том CXI, 2009, с. 73-114.

⁹ Петков, Пл. Изследване на зависимостта на brutния вътрешен продукт от броя на заетите лица и бруто образуване на основен капитал в България с разширената Бокс-Кокс трансформация. Народно стопански архив, година LXI, книга 3, 2008, с. 45-61.

¹⁰ Петков, Пл. Алгоритъм за иконометрична оценка на агрегираната производствена функция с трансцендентната логаритмична (транслог) апроксимация, Диалог, Свищов, 2009, N 1, с. 1-38, на разположение в <http://www.uni-svishtov.bg/dialog/2009/1.09.PP.pdf>

¹¹ Петков, Пл. Иконометрични методи за изследване на агрегираната производствена функция – сравнителен анализ. Свищов, библиотека „Стопански свят”, 2009 (под печат).

квадрати, нелинеен метод на най-малките квадрати и метод на максималното правдоподобие. Всички променливи величини са стандартизирани чрез дефлирането им със средната аритметична величина.

Изводите от тези изследвания са няколко, но най-важният се свързва с факта, че с отчитане на влиянието на техническия прогрес (неутрален по Хикс) зависимостта между БВП, респ. брутната добавена стойност (БДС), труда и капитала се описва адекватно с функцията на Коб-Дъглас.¹² При анализиране на зависимости между променливи, представени чрез динамични редове, често се установява, че тези променливи са нестационарни, но се характеризират с общи трендове. С това изследване, което представлява логично продължение на предишни разработки, се доразвива и разширява анализът на агрегираните производствени функции в България. Иконометричната оценка на агрегираната производствена функция се осъществява с прилагането на коинтеграционния авторегресионен подход с разпределен лаг (ARDL), предложен от Песаран.¹³ Основните предимства на този подход, известен в литературата като *bounds testing*, в сравнение с коинтеграционните подходи на Енгл-Грейнджър¹⁴ и Йохансен¹⁵ са следните: Първо, за разлика от подхода на Енгл-Грейнджър тук се елиминират проблемите, свързани с ендегенността и невъзможността за тестване значимостта на параметрите в моделите, характеризиращи дългосрочните отношения. Второ, процедурата *bounds testing* е достатъчно опростена. Тя позволява, след като се определи оптималният лагов порядък в модела, оценяването на коинтеграционните отношения да се извърши с метода на най-малките квадрати. Трето, тестването на значимостта на параметрите в дългосрочните и краткосрочните отношения се извършва едновременно. Четвърто, ARDL подходът за тестване съществуването на дългосрочни отношения между равнищата на променливите в моделите е приложим независимо дали факторните променливи са стационарни, т.е. са интегрирани от нулев порядък $I(0)$, нестационарни от първи порядък $I(1)$ или са частично интегрирани, т.е. част от променливите са $I(0)$, а друга част – $I(1)$. Процедурата е неприложима при интегрираност на променливите от втори или по-висок порядък. И накрая, подходът е особено подходящ за прилагане при изследване на малки по обем извадки, какъвто е и този случай.

¹² Валидността на Коб-Дъгласовата функция в последното от цитираните изследвания се установява в 13 от 24-те тествани комбинации. В други седем комбинации с участието на БДС като резултативен показател най-подходяща се оказва CES-функцията, а в останалите четири комбинации решение не може да се получи с нито един от използваните подходи (директен, трансформация на Бокс-Кокс и транслог апроксимация).

¹³ Pesaran, M., Y. Shin, R. Smith. *Bounds testing approaches to the analysis of level relationships*. – *Journal of Applied Econometrics*, 2001, 16, p. 289-326.

¹⁴ Engle, R., C. Granger. *Cointegration and error correction: Representation, estimation and testing*. – *Econometrica*, 1987, 55, p. 251-76.

¹⁵ Johansen, S. *Statistical analysis of cointegrating vectors*. – *Journal of Economic Dynamics and Control*, 1988, 12, p. 231-254; Johansen, S. *Estimation and hypothesis testing of cointegration vectors in Gaussian vector autoregressive models*. – *Econometrica*, 1991, 59, p. 1551-1580.

Анализът отново се основава на тримесечни данни за описаните показатели, с които се обхващат, характеризират и измерват класическите понятия „производство“, „труд“ и „капитал“. На проверка се подлага както класическата двуфакторна производствена функция на Коб-Дъглас, така и нейният разширен вариант, в който като производствени фактори се въвеждат преките чуждестранни инвестиции и отношението между външнотърговския оборот на България и производството, изразено съответно с БВП или БДС.

Предмет на изследването е макроикономическото иконометрично моделиране на агрегираната производствена функция на България. **Основната цел** е въз основа на различни комбинации от променливи, с които се измерват производственият резултат, капиталът и трудът, да се тества валидността на двуфакторната и разширената производствена функция на Коб-Дъглас с прилагането на ARDL коинтеграционния подход. Оценките и тестването на моделите са извършени с иконометричните софтуерни продукти Gretl 1.8.0 for Windows и Microfit 4.0.

2. Статистически данни: източници и предварителна обработка

Като основни източници за необходимите макроикономически показатели са използвани официалните публикации и сайтовете на Евростат (<http://epp.eurostat.ec.europa.eu>), Българската народна банка (<http://www.bnb.bg>) и Международния валутен фонд (<http://www.imfstatistics.org>). Емпиричните оценки на различните производствени функции се осъществяват въз основа на тримесечни данни за брутния вътрешен продукт (GDP), брутната добавена стойност (GVA), бруто капиталобразуването (GCF), бруто образуването на основен капитал (GFCF), отработените човекочасове (HW), средния броя на заетите лица (L2), преките чуждестранни инвестиции (FDI), отношението между външнотърговския оборот на България и брутния вътрешен продукт (TRP1) и отношението между външнотърговския оборот на България и брутната добавена стойност (TRP2) в България за периода от първото тримесечие на 1996 г. до третото тримесечие на 2008 г. Динамичните редове се състоят от 51 наблюдения. Брутният вътрешен продукт, брутната добавена стойност, бруто капиталобразуването, бруто образуването на основен капитал, стойността на вноса и износа, всички изчислени по цени от 2000 г., както броят на заетите лица и общо отработените човекодни, са набавени от Евростат. Данните за стойността на преките чуждестранни инвестиции по текущи цени в евро са предоставени от Българската народна банка. За осигуряване на необходимите условия за съпоставимост на динамичните статистически редове преките чуждестранни инвестиции се преизчисляват в лева чрез средния обменния курс на лева спрямо еврото по тримесечия от изследвания период, а впоследствие се изчисляват по цени от 2000 г. Това се извършва чрез дефлирането на номиналните показатели с индекса на потребителските цени при база 2000 г. Последният е взет от сайта на Международния валутен фонд. Всички данни впоследствие са коригирани сезонно с X12-ARIMA метода.

3. Иконометрични модели

Една от най-разпространените и най-често използвани производствени функции е функцията на Коб-Дъглас. Тя е предложена през 1928 г. от американските учени Чарлз Коб и Пол Дъглас.¹⁶ Нейният първоначален вид е следният:

$$Y = AK^{\alpha}L^{\beta}, \quad (1)$$

където:

Y е стойността (обемът) на произведената продукция;

A – технологичното равнище на производството, $A > 0$;

K – вложеният в производството капитал;

L – вложеният в производството труд;

α, β – регресионни параметри (коефициенти на еластичност, $0 < \alpha < 1$, $0 < \beta < 1$), показващи с колко процента ще се измени величината на продукцията при увеличение на конкретния фактор с един процент, при положение, че другия фактор не се променя.

Величината на A зависи от мерните единици, чрез които се изразяват Y , K и L . Освен това със значението на A се определя ефективността на производствения процес. След логаритмуване на двете страни функцията на Коб-Дъглас придобива следния вид:

$$\ln Y = \ln A + \alpha \ln K + \beta \ln L. \quad (2)$$

На проверка с коинтеграционния анализ се подлагат 8 комбинации на класическата двуфакторна производствена функция, в които се включват следните променливи:

gva е натуралният логаритъм на брутната добавена стойност (GVA);

gdp – логаритъмът на брутния вътрешен продукт (GDP);

gcf – логаритъмът на бруто капиталообразуването (GCF);

$gfcf$ – логаритъмът на бруто образуването на основен капитал (GFCF);

¹⁶ Cobb, C., P. Douglas. A Theory of Production. – American Economic Review, 18 (Supplement), 1928, p. 139-165.

hw – логаритъмът на общо отработените човекочасове (HW);

wf – логаритъмът на общия брой на заетите лица (WF).

В разширения вариант на производствената функция заедно с традиционните в неокласическата теория фактори „труд“ и „капитал“ могат да се въвеждат и „нетрадиционни“ фактори като преките чуждестранни инвестиции и външната търговия. Оценката на дела на тези допълнителни фактори в икономическия растеж на дадена страна се осъществява с презумпцията, че общата факторна производителност (изразена чрез параметъра A в класическата функция на Коб-Дъглас) е функция от преките чуждестранни инвестиции, външната търговия и други екзогенни фактори.¹⁷ Иконометричният модел придобива следния вид:

$$\ln Y_t = c + \alpha \ln K_t + \beta \ln L_t + \gamma \ln FDI_t + \delta \ln TRP_t + \varepsilon_t, \quad (3)$$

където:

c е свободният член;

FDI – реалните преки чуждестранни инвестиции, изчислени по цени от 2000 г.;

TRP – отношението на сумата на вноса и износа, изчислени по цени от 2000 г. към брутния вътрешен продукт, респ. брутната добавена стойност, изчислени също по цени от 2000 г.

На проверка с коинтеграционния анализ отново се подлагат 8 комбинации на разширената производствена функция, в които към описаните променливи от двуфакторната производствена функция се включват променливите:

$trp1$ – логаритъмът на отношението на сумата на вноса и износа, изчислени по цени от 2000 г. към БВП в България, изчислен по цени от 2000 г. (TRP1);

$trp2$ – логаритъмът на отношението на сумата на вноса и износа, изчислени по цени от 2000 г. към БДС в България, изчислена по цени от 2000 г. (TRP2);

fdi – логаритъмът на преките чуждестранни инвестиции в България по цени от 2000 г. (FDI);

За оценка на двуфакторната и на разширената производствена функция на Коб-Дъглас с коинтеграционния подход се използва стратегия, изпълняваща се в три етапа:

¹⁷ За повече подробности вж. Fosu, O., F. Magnus. Bounds testing approach to cointegration: an examination of foreign direct investment trade and growth relationships. – American Journal of Applied Sciences, 2006, 3 (11), p. 2080.

1. Определяне на порядъка на интегрираност на динамичните редове чрез използване на съответни критерии за проверка на стационарността.
2. При интегрираност на променливите от нулев или първи порядък се прилага авторегресивният коинтеграционен подход с лагове на разпределение на Песаран (bounds testing approach).
3. При коинтегрираност на променливите се съставя модел с коригиране на грешката, който се подлага на оценка със стандартните методи и критерии за диагностика на резултатите.

4. Същност на ARDL коинтеграционния подход

Осъществяването на проверката за наличие на коинтеграционни отношения с използването на bounds testing процедурата се основава на следния общ векторен авторегресионен модел от порядък p , характеризиращ дългосрочните отношения между променливите:

$$z_t = c_0 + \beta_t + \sum_{i=1}^p \phi_i z_{t-i} + \varepsilon_t, \quad (4)$$

където:

c_0 е векторът-стълб с $\kappa+1$ елементи, характеризиращ константата (дрифта);

$\beta - (k+1)$ векторът на коефициентите пред временния тренд.

Взаимодействието между дългосрочните и краткосрочните отношения намира израз в следния векторен модел за коригиране на грешката (VECM):

$$\Delta z_t = c_0 + \beta t + \Pi z_{t-1} + \sum_{i=1}^p \Gamma_i \Delta z_{t-i} + \varepsilon_t, \quad (5)$$

където:

Δ е лаговият оператор;

$$c_0 = -\Pi\mu + (\Gamma + \Pi)\gamma, \quad (6)$$

където μ и γ са на неизвестните коефициенти във $(\kappa+1)$ - вектора за константата и тренда;

$$\beta = -\Pi\gamma; \quad (7)$$

$\Pi = I_{k+1} + \sum_{i=1}^p \psi_i$ - $(k+1) \times (k+1)$ квадратна матрица, съставена от параметрите, характеризиращи дългосрочните отношения между променливите;

$\Gamma = -\Pi + \sum_{i=1}^p i\psi_i$ - матрицата, включваща параметрите, характеризиращи краткосрочните отношения между променливите;

z_t – векторът, включващ значенията на променливите y_t и x_t ;

y_t – зависимата променлива, интегрирана от първи порядък;

x_t – матрицата, включваща факторните променливи (регресорите), интегрирани от нулев или първи порядък, с многомерно нормално разпределена случайна грешка със средна величина, равна на нула, и дисперсия, равна на ω , т.е. $IN(0, \Omega)$ и хомоскедастичен процес.

С изпълнение на ограничения $\gamma \neq 0$ в (7) и $\mu \neq 0, \gamma = 0$ в (6) се потвърждава условието, че влиянието на детерминистичните компоненти в модела (тренд и константа) не се влияе от порядъка на матрицата Π . При изпълнение на презумпцията за уникална дългосрочна връзка между променливите условният векторен модел за коригиране на грешката (5) може да се изрази по следния начин:

$$\Delta y_t = c_0 + \beta t + \delta_{yy} y_{t-1} + \delta_{xx} x_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \lambda_i \Delta y_{t-i} + \sum_{i=0}^{p-1} \xi_i \Delta x_{t-i} + \varepsilon_{yt}, \quad (8)$$

където $c_0 = -(\delta_{yy}, \delta_{xx})\mu + [\gamma_{yx} + (\delta_{yy}, \delta_{xx})]\gamma$, $\beta = -(\delta_{yy}, \delta_{xx})\gamma$.

В зависимост от предположенията относно детерминистичните компоненти в модела проверката за коинтеграция се осъществява чрез пет различни сценария (случая):

Случай I: (няма константа, няма тренд) $c_0 = 0, \beta = 0$, т.е. $\mu = 0, \gamma = 0$.

Моделът за коригиране на грешката се представя по следния начин:

$$\Delta y_t = \delta_{yy} y_{t-1} + \delta_{xx} x_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \lambda_i \Delta y_{t-i} + \sum_{i=0}^{p-1} \xi_i \Delta x_{t-i} + \varepsilon_{yt}. \quad (9)$$

Случай II: (ограничена константа, няма тренд) $c_0 = -(\delta_{yy}, \delta_{xx})\mu$, $\beta = 0$, т.е. $\gamma = 0$. VECM е:

$$\Delta y_t = \delta_{yy}(y_{t-1} - \mu_y) + \delta_{xx}(x_{t-1} - \mu_x) + \sum_{i=1}^{p-1} \lambda_i \Delta y_{t-i} + \sum_{i=0}^{p-1} \xi_i \Delta x_{t-i} + \varepsilon_{yt}. \quad (10)$$

Случай III: (неограничена константа, няма тренд) $c_0 \neq 0$, $\beta = 0$, т.е. $\gamma = 0$. VECM придобива следния вид:

$$\Delta y_t = c_0 + \delta_{yy} y_{t-1} + \delta_{xx} x_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \lambda_i \Delta y_{t-i} + \sum_{i=0}^{p-1} \xi_i \Delta x_{t-i} + \varepsilon_{yt}. \quad (11)$$

Случай IV: (неограничена константа, ограничен тренд) $c_0 \neq 0$, $\beta = -(\delta_{yy}, \delta_{xx})\gamma$. VECM се изразява като:

$$\Delta y_t = c_0 + \delta_{yy}(y_{t-1} - \gamma_y t) + \delta_{xx}(x_{t-1} - \gamma_x t) + \sum_{i=1}^{p-1} \lambda_i \Delta y_{t-i} + \sum_{i=0}^{p-1} \xi_i \Delta x_{t-i} + \varepsilon_{yt}. \quad (12)$$

Случай V: (неограничена константа, неограничен тренд) $c_0 \neq 0$, $\beta \neq 0$. Тук ограниченията за детерминистичния тренд $\beta = -(\delta_{yy}, \delta_{xx})\gamma$ се елиминират и VECM е:

$$\Delta y_t = c_0 + \beta t + \delta_{yy} y_{t-1} + \delta_{xx} x_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \lambda_i \Delta y_{t-i} + \sum_{i=0}^{p-1} \xi_i \Delta x_{t-i} + \varepsilon_{yt}. \quad (13)$$

Въз основа на общия модел, представен с уравнение (8), условният VECM при използването на двуфакторната производствена функция придобива вида:

$$\begin{aligned} \Delta \ln Y_t = & c_0 + \beta t + \delta_1 \ln Y_{t-1} + \delta_2 \ln L_{t-1} + \delta_3 \ln K_{t-1} + \\ & + \sum_{i=1}^p \phi_i \Delta \ln Y_{t-i} + \sum_{j=0}^q \omega_j \Delta \ln L_{t-j} + \sum_{l=0}^q \nu_l \Delta \ln K_{t-l} + \varepsilon_t, \end{aligned} \quad (14)$$

докато при разширената производствена функция, VECM се представя по следния начин:

$$\begin{aligned} \Delta \ln Y_t = & c_0 + \beta t + \delta_1 \ln Y_{t-1} + \delta_2 \ln L_{t-1} + \delta_3 \ln K_{t-1} + \delta_4 \ln FDI_{t-1} + \delta_5 \ln TRP_{t-1} + \\ & + \sum_{i=1}^p \phi_i \Delta \ln Y_{t-i} + \sum_{j=0}^q \omega_j \Delta \ln L_{t-j} + \sum_{l=0}^q \nu_l \Delta \ln K_{t-l} + \sum_{m=0}^q \lambda_m \Delta \ln FDI_{t-m} + \sum_{r=1}^q \eta_r \Delta \ln TRP_{t-r} + \varepsilon_t, \end{aligned} \quad (15)$$

където:

c_0 е свободният член;

δ_i - параметрите, характеризиращи дългосрочните зависимости между променливите;

$\phi, \omega, \nu, \lambda, \eta$ - параметрите, характеризиращи краткосрочните зависимости между променливите.

Приложението на ARDL bounds testing подхода се осъществява на три етапа. Първият етап се състои в оценката с метода на най-малките квадрати на общите условни модели, представени с уравнения (14) и (15), и тестване валидността на дългосрочната зависимост между променливите с помощта на F-критерия на Валд. На проверка се подлага нулевата хипотеза за съвместна статистическа незначимост на параметрите пред лаговите променливи, изразени чрез техните равнища, т.е. $H_0 : \delta_1 = \delta_2 = \delta_3$ при двуфакторната производствена функция и $H_0 : \delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = \delta_4 = \delta_5$ - при разширената производствена функция. Проверката за наличие на коинтеграция се осъществява с помощта на две критични гранични значения (bounds) на асимптотичния F-критерий. С долната критична граница се предполага, че всички регресори са стационарни, т.е. са I(0), а горното критично значение на критерия се отнася за случая, при който всички факторни променливи са интегрирани от първи порядък, т.е., че те са I(1). При положение, че емпиричното значение на F-критерия се окаже по-голямо от горното критично значение, нулевата хипотеза се отхвърля в полза на алтернативната, т.е. налице е коинтеграция между променливите без значение на техния порядък на интегрираност. Ако полученото емпирично значение на F-критерия е по-малко от долното критично значение, за вярна се приема нулевата хипотеза, откъдето следва, че между изследваните променливи липсва коинтеграция. Ако полученото емпирично значение на критерия попада между двете критични значения, извод относно наличието на коинтеграция не може да бъде направен. В този случай се налага да се изследва индивидуалната интегрираност на променливите, включени в коинтеграционното отношение.

След като се установи валидността на коинтеграцията между променливите, процедурата намира продължение в оценката на условните дългосрочни ARDL модели с различен лагов порядък при отделните променливи. При двуфакторната производствена функция моделът се изразява като ARDL (p, q_1, q_2), т.е.:

$$\ln Y_t = c_0 + \beta t + \sum_{i=1}^p \delta_1 \ln Y_{t-i} + \sum_{i=0}^{q_1} \delta_2 \ln L_{t-i} + \sum_{i=0}^{q_2} \delta_3 \ln K_{t-i} + \varepsilon_t, \quad (16)$$

а при разширената производствена продукция – като ARDL (p, q_1, q_2, q_3, q_4):

$$\begin{aligned} \ln Y_t = c_0 + \beta t + \sum_{i=1}^p \delta_1 \ln Y_{t-i} + \sum_{i=0}^{q_1} \delta_2 \ln L_{t-i} + \\ + \sum_{i=0}^{q_2} \delta_3 \ln K_{t-i} + \sum_{i=0}^{q_3} \delta_4 \ln FDI + \sum_{i=0}^{q_4} \delta_5 \ln TRP + \varepsilon_t. \end{aligned} \quad (17)$$

Изборът на оптималните значения на лаговия порядък при всяка една от променливите се определя с помощта на различни информационни критерии, като най-често се използват критерият на Акайке (AIC)¹⁸ и критерият на Шварц (BIC).¹⁹

Третият, последен етап от процедурата се състои в оценката на параметрите, характеризиращи краткосрочните отношение между променливите в коинтеграционното отношение. За целта с метода на най-малките квадрати се оценяват моделите за коригиране на грешката, представени с уравнения (14) и (15).

5. Резултати от емпиричното изследване

Проверка на стационарността на променливите

Съставянето на коректни модели с използването на динамични редове е пряко свързано с тяхната стационарност. Преди да се пристъпи към прилагането на коинтеграционния подход и методологията за коригиране на грешката, е необходимо да се установи порядъкът на интегрираност на променливите, т.е. да се определи колко пъти трябва да се диференцират променливите, за да се превърнат в стационарни. Целта е да се провери, че променливите не са интегрирани от втори порядък, което би довело до „лъжливи” резултати. При наличие на I(2) променливи получените емпирични значения на F-критерия не са валидни, тъй като граничните критични значения на критерия се отнасят само за променливи, чиято интегрираност е от нулев или първи порядък.

¹⁸ Akaike, H. A new look at the statistical model identification. – IEEE Transactions on Automatic Control, AC-19, 1974, p. 716–23.

¹⁹ Schwarz, G. Estimating the dimension of a model. – Annals of Statistics, 1978, 6, p. 461–64.

Проверката за стационарност се осъществява с помощта на ADF, т.е. разширения критерий на Дики-Фулър²⁰ и ADF-GLS критерия на Елиът, Ротенберг и Сток.²¹ С тези критерии на проверка се подлага нулевата хипотеза, според която в редовете има единичен корен (т.е. налице е нестационарност). ADF-GLS критерият представлява опростена модификация на ADF-критерия, който е особено подходящ за тестване на авторегресивни единични корени. Емпиричните значения на ADF-критерия се изчисляват, след като първо се извърши оценката на авторегресионния модел с обобщения метод на най-малките квадрати. Критерият се характеризира с увеличена мощност, когато проверката за стационарност се осъществява, без предварително да е известно какви детерминистични компоненти е необходимо да се въвеждат в тестваните модели.

От съществено значение при тестване на порядъка на интегрираност е определянето на оптималния брой на лаговете, които трябва да се включват. В действителност този брой не е известен, а се определя от изследователя в зависимост от конкретните цели и използвания емпиричен материал. Обикновено приложение намират информационните критерии на Акайке (AIC) или на Шварц (BIC), както и подходът „от общото към частното“ на Нг и Перон.²² Тук използваме втория подход като се започва с достатъчно голям брой на лаговете (p), който впоследствие се редуцира до приемлив оптимален брой в зависимост от предварително определено равнище на значимост.²³ Максималният стартов лаг, когато се работи с тримесечни данни, е равен на четири.

Проверката за стационарност се осъществява с използването на „принципа на Пантула“²⁴, като се започва с тестване на интегрираността от най-висок порядък. В случая започваме с тестване на хипотезата за интегрираност на променливите от втори порядък, т.е. $I(2)$. При отхвърляне на нулевата хипотеза изследването продължава с проверка на хипотезата за интегрираност от първи порядък. Тестването продължава, докато се приеме нулевата хипотеза.

Проверката се осъществява в два варианта. С първия се предполага, че в равнищата се включват константа и тренд, което определя наличието на константа в първите разлики и модел без константа при тестване на вторите разлики. Вторият вариант предполага включването на константа и параболичен тренд в равнищата, определящ константа, и линеен тренд в

²⁰ Dickey, D., W. Fuller. Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root. – Journal of American Statistical Association, 1979, 74, 427-431.

²¹ Elliot, G., T. Rothenberg, J. Stock. Efficient tests for an autoregressive unit root. – Econometrica, 1996, 64, p. 813-836.

²² Ng S., P. Perron. Unit root tests in ARMA models with data-dependent methods for the selection of the truncation lag. – Journal of American Statistical Association, 1995, 90, p. 268-281.

²³ В продукта Gretl 1.8.0 оптималният лаг при тестване на стационарността с ADF и ADF-GLS критерите се определя автоматично.

²⁴ Dickey, D., S. Pantula. Determining the order of differencing in autoregressive processes. – Journal of Business and Economic Statistics, 1987, 5, p. 455-461.

първите разлики и константа във вторите разлики. Резултатите от проверката за наличие на единичен корен в равнищата (логаритмите на променливите), първите и вторите разлики са представени на табл. 1.

Таблица 1

Резултати от тестването за единичен корен в динамичните редове

Промен- ливи		Тествани модели	ADF	ADF- GLS	Извод	Тествани модели	ADF	ADF- GLS	Извод
<i>gdp</i>	BP	БК	-10,13 (4)	-		К	-9,94 (4)	-1,13 (4)	
	ПР	К	-18,17 (3)	-0,84 (4)	I(1)	КТ	-21,50 (3)	-1,99 (4)	I(1)
	Р	КТ	-1,24 (4)	-0,57 (4)		КТТ	-1,55 (4)	-	
<i>gva</i>	BP	БК	-9,95 (4)	-		К	-9,29 (4)	-1,78 (4)	
	ПР	К	-13,35 (3)	-1,38 (4)	I(1)	КТ	-7,42 (3)	-8,29 (3)	I(1)
	Р	КТ	-1,50 (4)	-0,25 (4)		КТТ	-2,61 (4)	-	
<i>gfcf</i>	BP	БК	-7,42 (4)	-		К	-7,38 (4)	-3,53 (2)	
	ПР	К	-6,03 (3)	-1,65 (4)	I(0)	КТ	-5,94 (3)	-9,94 (0)	I(0)
	Р	КТ	-5,04 (4)	-4,27 (0)		КТТ	-5,02 (4)	-	
<i>gcf</i>	BP	БК	-8,41 (4)	-		К	-8,39 (4)	-0,93 (4)	
	ПР	К	-9,40 (3)	-9,26 (3)	I(0)	КТ	-10,63 (3)	-10,59 (3)	I(0)
	Р	КТ	-3,51 (4)	-3,52 (3)		КТТ	-3,89 (4)	-	
<i>hw</i>	BP	БК	-7,74 (3)	-		К	-7,72 (3)	-0,84 (4)	
	ПР	К	-1,14 (4)	-0,42 (4)	I(2)	КТ	-7,74 (4)	-7,82 (1)	I(1)
	Р	КТ	-0,95 (4)	-1,15 (4)		КТТ	-1,38 (4)	-	
<i>wf</i>	BP	БК	-5,36 (4)	-		К	-5,43 (4)	-2,09 (3)	
	ПР	К	-1,65 (3)	-1,03 (3)	I(2)	КТ	-7,59 (3)	-7,68 (4)	I(1)
	Р	КТ	-0,82 (4)	-1,15 (4)		КТТ	-1,55 (4)	-	
<i>trp1</i>	BP	БК	-5,58 (4)	-		К	-5,52 (4)	-0,52 (4)	
	ПР	К	-8,33 (0)	-8,41 (0)	I(0)	КТ	-8,33 (0)	-8,49 (0)	I(1)
	Р	КТ	-3,92 (0)	-3,78 (0)		КТТ	-3,98 (0)	-	
<i>trp2</i>	BP	БК	-7,74 (4)	-		К	-5,59 (4)	-1,18 (3)	
	ПР	К	-8,27 (0)	-8,24 (0)	I(0)	КТ	-7,14 (0)	-8,40 (0)	I(1)
	Р	КТ	-3,76 (0)	-3,63 (0)		КТТ	-3,91 (0)	-	
<i>fdi</i>	BP	БК	-7,74 (3)	-		К	-7,75 (3)	-10,09 (4)	
	ПР	К	-7,35 (1)	-10,57 (0)	I(0)	КТ	-5,13 (1)	-7,43 (1)	I(0)
	Р	КТ	-5,64 (4)	-4,23 (0)		КТТ	-5,56 (4)	-	

Забележка: Означенията в таблицата са следните: BP са вторите разлики; ПР – първите разлики; Р – равнищата; БК – моделът, който се тества, не включва константа; К – моделът, който се тества, включва константа; КТ – моделът, който се тества, включва константа и линеен тренд. В скобите е отбелязан оптималният лаг.

С *италик* са отбелязани оценките, с които се отхвърля нулевата хипотеза при равнище на значимост $\alpha = 0,1$, с **италик bold** – значимите оценки при равнище на значимост $\alpha = 0,05$ и с **bold** – значимите оценки при равнище на значимост $\alpha = 0,01$.

От извършената проверка на стационарността с двата критерия в двата варианта на тестваните модели се установява, че логаритмите на двете резултативни променливи (*gdp* и *gva*) са интегрирани от първи порядък, а двете променливи, които се използват като заместители на фактора „капитал” (логаритмите на бруто образуването на основен капитал *gfcf* и бруто капиталообразуването *gcf*), както и логаритмите на преките чуждестранни инвестиции (*fdi*), са стационарни променливи. Когато проверката е осъществена с презумпцията за наличие на константа и тренд в равнищата на променливите, двете променливи, характеризиращи отношението между външната търговия и производството (*trp1* и *trp2*), са стационарни, докато променливите, с които се изразява трудовата факторна променлива (*hw* и *wf*),

са интегрирани от втори порядък. При изпълнение на презумпцията за константа и параболичен тренд в равнищата се установява, че и четирите променливи са интегрирани от първи порядък. Тези резултати ни дават основание да приемем, че изискванията за приложение на авторегресионния коинтеграционен подход с лагове на разпределение са налице и между съответните променливи в двата варианта на производствената функция може да съществува дългосрочна връзка (коинтеграционно отношение). Известна доза условност е налице при променливите hw и wf , което изисква проверката да се извърши с повишено внимание.

Коинтеграционен анализ (bounds testing)

След като установихме, че променливите са интегрирани от нулев и от първи порядък, можем да пристъпим към тестване на съществуването на дългосрочни отношения (т.е. проверка за наличие на коинтеграция между променливите) в агрегираните производствени функции. За определянето на оптималният лагов порядък и на необходимостта от включването на временния тренд в модела на производствената функция се извършва оценка с МНМК на двата условни модела на двуфакторната (14) и на разширената производствена функция (15). Двуфакторната функция е апробирана с използване на значения за лаговия порядък от 1 до 8, а за разширената са използвани значения от 1 до 6. Двете проверки са осъществени както без тренд, така и с включен временен тренд. На табл. 2 са представени резултатите, получени при тестване на двуфакторната производствена функция, а на табл. 3 – тези, получени при тестване на разширената производствена функция.

При двата варианта на производствената функция, както може да се очаква, лаговият порядък, определен с AIC, е по-голям от този, определен с BIC. В пет комбинации от двуфакторната производствена функция оптималният лагов порядък е равен на осем, като четири от тези комбинации са без тренд. В три комбинации, независимо от това дали се включва, или не се включва тренд, оптималният лагов порядък е равен на шест и в една – на пет. В две от останалите комбинации с тренд се установява оптимален лагов порядък, равен на две, и в последната – на три.

Таблица 2

Избор на оптимален лагов порядък (р) в модела при анализ на двуфакторната
производствена функция

Лагов порядък (р) Комбинации от променливи	Критерии		1		2		3		4		5		6		7		8	
	Без тренд	С тренд	Без тренд	С тренд	Без тренд	С тренд	Без тренд	С тренд	Без тренд	С тренд	Без тренд	С тренд	Без тренд	С тренд	Без тренд	С тренд	Без тренд	С тренд
<i>gdp/hw, gcf</i>	AIC	-215,2	-222,1	-226,1	-226,3	-225,5	-225,4	-226,1	-226,4	-226,1	-228,7	-228,5	-229,9	-231,7	-228,6	-231,8	-226,3	-226,3
	BIC	-203,7	-218,8	-209,1	-242,6	-221,0	-241,1	-208,4	-251,7	-265,8	-273,8	-262,0	-275,0	-255,8	-269,2	-248,7	-254,6	-254,6
	$\chi^2(1)$	3,00	3,87	1,42	-3,70	0,02	1,80	4,86	15,92	4,10	5,53	2,61	3,97	5,17	0,03	5,41	10,49	10,49
	$\chi^2(4)$	11,03	24,29	14,64	7,63	1,008	17,16	24,42	20,89	5,24	10,63	8,60	15,92	13,56	14,90	15,31	25,00	25,00
<i>gdp/hw, gsf</i>	AIC	-265,8	-288,5	-262,8	-321,5	-269,8	-327,53	-288,2	-311,1	-291,9	-320,7	-289,8	-307,8	-279,3	-299,4	-293,4	-305,5	-305,5
	BIC	-250,5	-275,1	-245,8	-302,6	-247,4	-298,2	-260,5	-287,5	-259,0	-286,0	-251,9	-268,1	-236,5	-254,8	-245,9	-256,2	-256,2
	$\chi^2(1)$	5,41	0,00	0,03	10,19	22,43	3,84	7,91	0,61	0,09	0,03	13,50	0,18	1,48	0,04	4,68	0,87	0,87
	$\chi^2(4)$	17,97	17,36	16,41	13,02	2,497	8,24	14,80	6,20	10,60	6,18	13,58	8,44	13,31	3,33	6,78	2,86	2,86
<i>gdp/wf, gcf</i>	AIC	-216,0	-232,2	-222,3	-252,1	-245,3	-258,4	-34,6	-267,1	-293,1	-299,5	-288,0	-294,6	-281,1	-297,2	-280,4	-291,8	-291,8
	BIC	-204,5	-218,8	-205,3	-235,2	-222,8	-234,1	-206,8	-237,5	-260,1	-264,8	-250,1	-254,9	-238,2	-252,6	-232,9	-242,5	-242,5
	$\chi^2(1)$	2,55	4,34	2,27	1,35	0,00	1,40	6,09	16,64	0,61	1,08	0,03	0,08	0,61	0,01	6,91	0,80	0,80
	$\chi^2(4)$	10,99	21,78	15,81	3,64	9,48	13,76	18,06	23,10	2,92	2,81	5,47	4,34	16,48	7,14	9,74	4,78	4,78
<i>gdp/wf, gsf</i>	AIC	-263,5	-287,3	-260,8	-321,7	-270,9	-320,5	-288,7	-312,9	-292,2	-310,3	-285,6	-297,9	-273,8	-300,7	-299,6	-324,6	-324,6
	BIC	-252,0	-273,9	-243,7	-304,8	-248,4	-296,2	-261,0	-283,3	-259,3	-275,6	-247,7	-258,2	-231,0	-256,1	-252,1	-275,3	-275,3
	$\chi^2(1)$	4,84	0,00	0,005	9,27	1,779	1,53	6,72	2,11	0,12	0,11	0,08	2,75	1,15	3,06	0,31	2,12	2,12
	$\chi^2(4)$	17,26	10,01	20,75	11,09	22,49	3,00	14,87	5,17	6,74	9,95	13,15	19,43	13,14	8,95	2,85	6,86	6,86
<i>gva/hw, gcf</i>	AIC	-209,4	-217,7	-216,7	-241,6	-241,3	-248,4	-231,7	-245,9	-274,0	-275,3	-277,7	-278,3	-277,2	-275,2	-270,0	-268,1	-268,1
	BIC	-197,9	-204,3	-199,7	-224,7	-218,8	-224,0	-203,9	-216,3	-241,1	-240,5	-239,7	-238,6	-234,4	-230,6	-222,4	-218,8	-218,8
	$\chi^2(1)$	0,31	12,30	0,27	0,02	0,800	0,68	0,07	15,48	9,32	8,47	6,01	2,46	3,63	4,25	1,96	1,89	1,89
	$\chi^2(4)$	12,82	24,95	9,90	0,696	1,008	12,35	15,37	22,24	14,10	11,58	10,77	6,26	4,86	5,82	7,08	7,07	7,07
<i>gva/hw, gsf</i>	AIC	-257,4	-270,4	-247,6	-283,8	-252,9	-273,7	-251,0	-265,0	-256,2	-267,1	-255,6	-260,0	-247,5	-248,6	-261,8	-261,7	-261,7
	BIC	-242,1	-257,1	-230,6	-264,9	-230,5	-249,3	-223,2	-235,3	-223,3	-232,4	-217,6	-220,2	-204,7	-204,0	-214,2	-212,4	-212,4
	$\chi^2(1)$	0,00	3,02	1,81	0,85	7,14	0,67	14,3	0,03	5,15	1,06	2,66	0,52	1,42	1,40	1,51	2,51	2,51
	$\chi^2(4)$	8,30	10,38	15,71	1,27	15,63	3,20	19,9	12,70	9,27	3,33	9,23	8,42	8,17	10,12	4,85	6,05	6,05
<i>gva/wf, gcf</i>	AIC	-209,8	-217,7	-213,4	-235,7	-239,5	-242,2	-230,1	-240,7	-274,5	-274,9	-279,8	-280,5	-274,5	-274,7	-268,1	-268,1	-268,1
	BIC	-198,4	-204,3	-166,4	-216,8	-217,1	-217,9	-202,5	-211,1	-241,5	-240,1	-241,9	-240,8	-231,6	-230,1	-220,5	-218,8	-218,8
	$\chi^2(1)$	0,42	12,94	0,45	0,15	0,80	0,97	1,31	12,65	11,93	12,1	2,42	1,73	3,00	1,59	0,70	2,66	2,66
	$\chi^2(4)$	12,71	23,92	9,87	2,22	12,24	13,31	25,5	19,24	16,70	17,22	5,38	3,60	10,13	9,46	6,62	10,30	10,30
<i>gva/wf, gsf</i>	AIC	-256,9	-269,6	-246,5	-283,4	-253,0	-274,3	-252,5	-264,6	-257,6	-261,4	-255,0	-255,9	-249,9	-247,1	-246,7	-270,4	-270,4
	BIC	-245,4	-256,2	-229,5	-264,5	-230,6	-250,0	-224,8	-235,0	-224,7	-226,7	-217,1	-216,2	-202,0	-202,5	-218,1	-221,1	-221,1
	$\chi^2(1)$	0,04	3,24	1,67	0,98	7,74	0,51	12,29	-1,37	5,52	2,66	1,41	1,18	3,50	5,91	0,03	0,03	0,03
	$\chi^2(4)$	6,83	8,83	12,74	1,42	1,631	2,18	18,91	8,96	8,96	7,56	8,68	10,64	16,52	18,49	3,72	4,39	4,39

Забелжка: $AIC = -2\ln L + 2k$ е информационният критерий на Акайке; $BIC = -2\ln L + k\ln T$ - информационният критерий на Шварц; $\ln L$ – максималното значение на логаритмично-правдоподобната функция; k – броят на оценяваните параметри; T – обемът на извадката; $\chi^2(1)$ и $\chi^2(4)$ – LM критериите за проверка на серийна корелация от първи и четвърти порядък.

С *италик* са отбелязани оценките, с които се отхвърля нулевата хипотеза при равнище на значимост $\alpha = 0,1$, с **италик bold** – значимите оценки при равнище на значимост $\alpha = 0,05$, с **bold** – значимите оценки при равнище на значимост $\alpha = 0,01$; с подчертан шрифт – значенията на информационните критерии, определящи оптималния лагов порядък.

Таблица 3

Избор на оптимален лагов порядък (р) в модела при анализ на разширената производствена функция

Лагов порядък (р) Комбинации от променливи	Критерии	1		2		3		4		5		6	
		Без тренд	С тренд	Без тренд	С тренд	Без тренд	С тренд	Без тренд	С тренд	Без тренд	С тренд	Без тренд	С тренд
gdp hw, gfcf, fdi, trp1	AIC	223,2	225,0	266,6	282,6	278,9	293,0	282,2	314,7	299,6	-339,3	306,2	339,9
	BIC	203,9	204,0	238,2	252,4	241,5	253,7	236,0	266,6	244,8	-282,6	242,9	274,9
	$\chi^2(1)$	3,13	7,01	0,01	0,76	1,53	8,29	1,59	0,63	4,25	0,34	21,65	18,3
	$\chi^2(4)$	17,9	26,60	10,26	7,81	1,14	12,72	0,79	10,92	10,18	13,68	32,54	31,22
gdp hw, gcf, fdi, trp1	AIC	291,7	296,0	282,3	321,2	284,0	327,5	293,0	323,5	289,0	-329,0	296,1	331,3
	BIC	272,6	275,0	253,9	290,9	246,5	288,2	246,7	275,4	239,2	-272,3	232,9	266,3
	$\chi^2(1)$	0,01	1,80	11,87	5,60	1,52	0,60	5,35	0,47	0,93	6,07	4,15	4,16
	$\chi^2(4)$	9,97	14,9	24,97	11,54	17,32	6,86	19,33	15,21	19,98	12,87	38,06	11,31
gdp wf, gfcf, fdi, trp1	AIC	223,6	224,9	264,5	273,3	276,1	282,0	270,7	307,6	294,8	-317,6	306,4	321,7
	BIC	204,5	203,8	236,2	243,0	238,7	242,7	224,4	259,5	239,9	-260,9	243,2	256,7
	$\chi^2(1)$	3,28	6,05	0,04	0,00	0,02	5,44	0,31	2,34	1,03	6,41	5,45	0,16
	$\chi^2(4)$	16,54	24,67	9,27	5,07	6,73	12,80	3,14	6,17	5,86	12,54	31,2	0,58
gdp wf, gcf, fdi, trp1	AIC	292,7	296,0	283,8	320,5	286,3	321,3	291,1	317,4	291,6	307,35	305,5	307,3
	BIC	273,6	275,0	255,4	290,2	248,9	282,0	244,8	269,3	236,7	-250,7	242,3	242,3
	$\chi^2(1)$	0,03	2,01	12,86	2,24	0,44	0,21	8,89	0,04	7,38	2,38	11,93	7,43
	$\chi^2(4)$	9,37	12,45	23,61	9,81	15,61	6,15	28,51	8,90	31,43	1,88	33,11	35,55
gva hw, gfcf, fdi, trp2	AIC	207,9	210,1	241,2	249,6	261,1	261,6	262,6	271,1	286,7	-313,7	286,1	304,6
	BIC	188,8	189,1	212,9	219,3	223,7	222,3	216,3	223,0	231,8	-257,0	222,9	239,6
	$\chi^2(1)$	11,28	14,76	0,19	1,39	3,64	4,82	0,12	0,15	3,49	0,09	39,23	7,33
	$\chi^2(4)$	24,70	25,82	10,64	8,66	1,05	1,73	8,28	15,16	11,52	7,95	40,87	15,06
gva hw, gcf, fdi, trp2	AIC	267,0	271,0	258,8	282,8	257,4	272,4	243,8	274,0	255,4	-275,8	257,1	271,4
	BIC	247,9	250,0	230,4	252,5	220,0	233,1	197,5	225,9	200,5	-219,1	193,8	206,3
	$\chi^2(1)$	2,61	6,45	8,03	0,53	0,00	0,08	4,80	0,33	6,80	2,04	13,40	0,03
	$\chi^2(4)$	8,51	14,89	15,51	4,67	10,85	14,27	20,25	5,69	22,20	4,23	28,10	6,73
gva wf, gfcf, fdi, trp2	AIC	208,3	209,9	238,2	-24,3	254,9	253,7	251,6	264,3	288,7	-310,6	283,7	307,1
	BIC	189,2	188,8	209,8	212,0	217,5	214,4	205,4	216,2	233,8	-254,0	220,4	242,1
	$\chi^2(1)$	10,73	13,20	0,35	1,54	0,74	1,58	0,00	1,00	3,61	6,78	13,30	0,26
	$\chi^2(4)$	23,54	24,84	11,05	8,00	7,30	10,58	6,60	17,46	4,88	7,65	30,45	21,93
gva wf, gcf, fdi, trp2	AIC	267,9	271,3	259,5	281,7	258,7	271,3	244,8	269,8	249,8	-261,3	263,5	261,5
	BIC	248,8	250,2	231,1	251,4	221,3	232,0	198,6	221,7	195,0	-204,6	200,3	196,5
	$\chi^2(1)$	2,89	6,30	7,49	0,52	0,00	0,09	0,68	0,18	9,95	1,82	7,27	9,22
	$\chi^2(4)$	7,03	12,84	15,93	4,41	11,72	10,27	19,92	3,84	23,98	9,15	22,16	30,13

Забележка: $AIC = -2\ln L + 2k$ е информационният критерий на Акайке; $BIC = -2\ln L + k\ln T$ - информационният критерий на Шварц; $\ln L$ - максималното значение на логаритмично-правдоподобната функция; k - броят на оценяваните параметри; T - обемът на извадката; $\chi^2(1)$ и $\chi^2(4)$ - LM критериите за проверка на серийна корелация от първи и четвърти порядък. С *италик* са отбелязани оценките, с които се отхвърля нулевата хипотеза при равнище на значимост $\alpha = 0,1$, с **италик** **боло** - значимите оценки при равнище на значимост $\alpha = 0,05$, с **боло** - значимите оценки при равнище на значимост $\alpha = 0,01$; с подчертан шрифт - значенията на информационните критерии, определящи оптималния лагов порядък.

В четирите комбинации с участието на gdp в разширената производствена функция – както с тренд, така и без тренд, оптималният лагов порядък е равен на 6. Изключение от това правило има само при комбинацията $gdp|wfi, gcf, fdi, trp|c$ включен тренд, при която лагът е 2. В двете комбинации с участието на gva , при които като капиталова променлива се използва gcf , се установява, че оптималният лагов порядък е 5. Изводът се подкрепя както в моделите с тренд, така и в тези без включването на тренда като детерминистичен компонент. В комбинациите с включването на gcf и тренд оптималният порядък е 2, а в тези без тренд порядъкът е 1. χ^2 -критериите, с които се извършва проверка за наличие на серийна корелация от първи и четвърти порядък, определят необходимостта да се използват лагове с порядък, по-висок от 4, или съответно с 1 или 2. Вземайки предвид този факт, от една страна, и понеже емпиричното значение на F-критерия, с което се установява наличието на коинтеграционни отношения между променливите, зависи до голяма степен от избора на лаговия порядък, проверката се осъществява с използването на серии от три последователни порядъка, в които максималният лаг за всяка от тестваните комбинации е този, определен в табл. 3.²⁵

Проверката за коинтеграция се осъществява чрез използването на три от описаните сценария (случая), а именно III, IV и V, в зависимост от това дали моделите съдържат тренд, или константата и трендът са ограничени. С F-критерия на Валд в ситуация III (неограничена константа, без тренд), който за по-кратко в изследването се отбелязва като F_{III} , се тества нулевата хипотеза $H_0 : \delta_1 = \delta_2 = \delta_3$ при анализа на двуфакторната производствена функция:

$$\begin{aligned} \Delta \ln Y_t = & c_0 + \delta_1 \ln Y_{t-1} + \delta_2 \ln L_{t-1} + \delta_3 \ln K_{t-1} + \\ & + \sum_{i=1}^p \phi_i \Delta \ln Y_{t-i} + \sum_{j=0}^q \omega_j \Delta \ln L_{t-j} + \sum_{l=0}^q v_l \Delta \ln K_{t-l} + \varepsilon_t. \end{aligned} \quad (18)$$

При разширената производствена функция F_{III} се изразява в проверката на нулевата хипотеза $H_0 : \delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = \delta_4 = \delta_5$ в общия модел:

$$\begin{aligned} \Delta \ln Y_t = & c_0 + \delta_1 \ln Y_{t-1} + \delta_2 \ln L_{t-1} + \delta_3 \ln K_{t-1} + \delta_4 \ln FDI_{t-1} + \delta_5 \ln TRP_{t-1} + \\ & + \sum_{i=1}^p \phi_i \Delta \ln Y_{t-i} + \sum_{j=0}^q \omega_j \Delta \ln L_{t-j} + \sum_{l=0}^q v_l \Delta \ln K_{t-l} + \sum_{m=0}^q \lambda_m \Delta \ln FDI_{t-m} + \sum_{r=1}^q \eta_r \Delta \ln TRP_{t-r} + \varepsilon_t, \end{aligned} \quad (19)$$

С F_{IV} (неограничена константа, ограничен тренд) на проверка се подлага нулевата хипотеза $H_0 : \beta = \delta_1 = \delta_2 = \delta_3$ при използване на двуфакторната функция, представена чрез общия модел (14), и $H_0 : \beta = \delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = \delta_4 = \delta_5$

²⁵ С изключение на тези комбинации, при които като оптималният лагов порядък е равен на едно или на две.

при използване на разширената производствена функция, представена с модел (15). С F_V (неограничена константа, неограничен тренд) на проверка отново се подлагат модели (14) и (15), но нулевите хипотези са съответно $H_0: \delta_1 = \delta_2 = \delta_3$ при двуфакторната и $H_0: \delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = \delta_4 = \delta_5$ при разширената производствена функция. В случая F_{IV} -критерият, с който се тества незначимостта на параметъра пред тренда с нулевата хипотеза, е по-подходящ от F_V , с който такива ограничения не се налагат. Неограничеността на тренда във VECM предполага наличието на параболичен тренд в дългосрочните ARDL модели, което не се потвърждава от данните. Критичните значения на F_{III} , F_{IV} и F_V са представени в специално разработените с метода Монте Карло от Песаран, Шин и Смит²⁶ таблици C1.III, C1.IV и C1.V. При равнище на значимост $\alpha=0,05$ и две регресорни променливи при двуфакторната производствена функция ($k=2$) критичните значения на F-критерия са съответно (3,79; 4,85), (5,17; 6,15) и (4,87; 5,85). За разширената производствена функция ($k=4$) тези значения са съответно (2,86; 4,01), (3,66; 4,76) и (3,47; 5,57).

На табл. 4 са представени резултатите от проверката за статистическа значимост на дългосрочната зависимост между променливите, включени в различните комбинации на двуфакторната и разширената производствени функции. От общо 16 комбинации (8 с тренд и 8 без тренд), с които се тества валидността на двуфакторната производствена функция, и 16 комбинации (8 с тренд и 8 без тренд) за проверка на валидността на разширената производствена функция данните потвърждават коинтеграционните дългосрочни зависимости в 22 комбинации.

Резултатите от проверката за наличие на коинтеграционни отношения зависят до голяма степен от лаговия порядък p . Изключение от правилото има в четири комбинации с включване на тренда ($gdp|hw,gcf$; $gva|hw,gcf$; $gva|wf,gcf$ и $gdp|wf,gcf, fdi, trp1$), при които нулевата хипотеза за отсъствие на дългосрочни отношения се отхвърля с трите тествани значения за лаговия порядък както с F_{IV} , така и с F_V . В четирите модела като оптимален лаг се приема $p=3$. В две ($gdp|wf,gcf$ и $gdp|wf,gcf, fdi, trp1$) от останалите 5 комбинации, при които данните потвърждават валидността на производствената функция само с включването на тренда, се установява, че оптималният лагов порядък е равен на 4 в една комбинация ($gdp|hw,gcf, fdi, trp1$), $p=5$ в друга ($gdp|hw,gcf$), $p=5$ и в последната ($gdp|wf,gcf$) $p=8$. Осем е и оптималният лагов порядък в комбинацията без тренд, с която се отразява зависимостта между брутната добавена стойност, броя на заетите лица и бруто капиталобразуването.

В две ($gva|hw,gcf$ и $gva|wf,gcf$) от останалите шест комбинации, при които валидността на производствената функция се установява както с включването, така и без включването на тренда, дългосрочната зависимост се потвърждава при $p=4$ и при $p=6$. В последващия анализ моделите се анализират, като се използва по-високият порядък. В други две комбинации ($gva|hw,gcf, fdi, trp2$ и

²⁶ Pesaran, M. et al. Цит. съч.

$gva|wf,gfcf,fdi,trap2$) оптималният лагов порядък е равен на 5 и в последните две комбинации ($gva|hw,gfcf,fdi,trap2$ и $gva|wf,gfcf,fdi,trap2$), $p=2$.

Таблица 4

Определяне на необходимостта от включване на тренд в моделите и проверка за коинтеграция с F-критерия

Комбинации	p	F_{IV}	F_V	Комбинации	p	F_{III}	F_{IV}	F_V
$gdp hw,gfcf$	4	19,137 ^c	25,333 ^c	$gva hw,gfcf$	4	6,327 ^c	9,683 ^c	12,093 ^c
	5	5,437 ^b	6,571 ^c		5	6,242 ^c	5,337 ^b	4,335 ^a
	6	7,063 ^c	9,186 ^c		6	8,445 ^c	6,786 ^c	5,660 ^b
$gdp hw,gfcf,fdi,trap1$	4	8,628 ^c	10,349 ^c	$gva hw,gfcf,fdi,trap2$	4	3,999 ^b	4,854 ^b	5,681 ^c
	5	7,872 ^c	9,039 ^c		5	5,075 ^c	9,651 ^c	8,744 ^c
	6	2,767 ^a	3,215 ^a		6	0,672 ^a	1,657 ^a	1,953 ^a
$gdp hw,gcf$	1	16,709 ^c	13,481 ^c	$gva wf,gfcf$	4	7,544 ^c	9,559 ^c	11,459 ^c
	2	27,889 ^c	30,184 ^c		5	7,600 ^c	6,151 ^c	3,947 ^c
	3	19,144 ^c	24,084 ^c		6	11,548 ^c	9,170 ^c	4,776 ^a
$gdp wf,gfcf$	4	13,209 ^c	16,054 ^c	$gva wf,gfcf,fdi,trap2$	4	2,830 ^a	4,361 ^b	3,263 ^a
	5	5,104 ^a	4,599 ^a		5	6,615 ^c	10,418 ^c	7,587 ^c
	6	4,164 ^a	4,467 ^a		6	1,451 ^a	3,058 ^a	3,196 ^a
$gdp wf,gfcf,fdi,trap1$	4	7,860 ^c	7,635 ^c	$gva wf,gcf$	6	1,469 ^a	-	-
	5	4,683 ^b	4,749 ^c		7	1,642 ^a	-	-
	6	1,241 ^a	1,142 ^a		8	6,191 ^c	-	-
$gdp wf,gcf$	6	2,400 ^a	2,888 ^a	$gva wf,gcf$	1	-	12,113 ^c	9,727 ^c
	7	4,394 ^a	5,997 ^c		2	-	17,255 ^c	18,731 ^c
	8	6,351 ^c	7,081 ^c		3	-	6,943 ^c	7,612 ^c
$gdp wf,gcf,fdi,trap1$	1	11,326 ^c	8,929 ^c	$gva wf,gcf,fdi,trap2$	1	6,650 ^c	6,931 ^c	4,797 ^c
	2	16,620 ^c	16,999 ^c		2	5,660 ^c	11,624 ^c	10,704 ^c
	3	7,563 ^c	9,069 ^c		3	0,317 ^a	2,282 ^a	2,663 ^a
$gva hw,gcf$	1	12,675 ^c	9,740 ^c	$gva hw,gcf,fdi,trap2$	1	6,874 ^c	6,973 ^a	6,973 ^c
	2	17,602 ^c	17,575 ^c		2	5,543 ^c	10,872 ^c	10,872 ^c
	3	6,995 ^c	7,463 ^c		3	0,705 ^a	2,368 ^a	2,368 ^a

Забележка: p е лаговият порядък, използван при тестване на съответните комбинации; F_{III} – емпиричното значение на F-критерия, с който е извършена проверка за статистическата значимост на равнищата (логаритмите) на лаговите променливи в моделите (18) и (19); F_{IV} – емпиричното значение на F-критерия, с който е извършена проверка за статистическата значимост на равнищата (логаритмите) на лаговите променливи в общите модели (14) и (15); F_V – емпиричното значение на F-критерия, с който е извършена проверка за статистическата значимост на равнищата (логаритмите) на лаговите променливи и тренда в общите модели (14) и (15).

С a са отбелязани емпиричните значения, които са по-малки от долните критични значения на критерия, определени при равнище на значимост $\alpha=0,05$; с b – емпиричните значения, които попадат между двете критични значения на критерия при $\alpha=0,05$; с c – емпиричните значения, които са по-големи от горното критично значения на критерия при $\alpha=0,05$.

В 8 от комбинациите са налице коинтеграционни отношения само когато в моделите се отчита влиянието на линейния тренд, а в 7 комбинации, дългосрочните зависимости са налице както в моделите с тренд, така и в тези без включен тренд (общо 14 комбинации). За тези комбинации, прилагайки ARDL подхода с използването на различни лагови порядъци при отделните променливи, чиито оптимални величини се определят с информационния критерий на Акайке (AIC), се изчисляват оценките на параметрите, характеризиращи дългосрочните зависимости между променливите в двуфакторната и в разширената производствени функции. Тези оценки, които всъщност представляват коефициенти на еластичност, се получават като отношение между коефициентите пред факторните лагови променливи (δ_2 и δ_3

при двуфакторната производствена функция и δ_2 , δ_3 , δ_4 и δ_5 при разширената функция), умножени с минус едно и коефициента пред лаговата резултативна променлива (δ_I).

Изискванията на икономическата теория за положителни значения на коефициентите на еластичност на променливите, с които се характеризира влиянието на труда и капитала, са изпълнени в 16 от комбинациите. Шест от тези комбинации се отнасят за модели без включен тренд и десет – за моделите с включен тренд. В шестте модела, в които се установяват коинтеграционни отношения между променливите производствена функция **без тренд**, като резултативен показател се използва *брутната добавена стойност*. Две от тези комбинации характеризират двуфакторната производствена функция, а с четири се описва разширената производствена функция. От десетте комбинации **с тренд** четири са с включване на брутния вътрешен продукт като резултативен показател (две комбинации описват двуфакторната, и две – разширената производствена функция), а шест – с използване на брутната добавена стойност (четири, описващи двуфакторната и две – характеризиращи разширената производствена функция).

Съгласно диагностичните тестове²⁷ в шест комбинации се установява нарушение на едно или повече от основните иконометрични изисквания (две от тези комбинации се отнасят за моделите без тренд, а четири – за моделите с тренд). В комбинацията $gva|hw,gfcf$ е нарушено изискването за хомоскедастичност в остатъчните елементи, докато при $gva|wf,gfcf,fdi,trp2$ проблеми има по отношение както на нормалността в разпределението на остатъчните елементи, така и на специфицирането на функционалната форма. В четирите комбинации с тренд, при които като резултативна величина се използва брутният вътрешен продукт, изискванията за отсъствие на автокорелация и хетероскедастичност, за адекватно специфициране и нормално разпределение на остатъчните компоненти са изпълнени в двете разширени производствени функции, в които „капиталова” променлива се изразява чрез бруто образуването на основен капитал. В комбинацията $gdp|hw,gfcf,time$ моделът не е адекватен, докато в комбинацията $gdp|wf,gfcf,time$ са налице проблеми с нормалността на разпределението на остатъчните елементи, както и с наличие на серийна корелация. От шестте комбинации с тренд, в които като резултативна променлива се използва *брутната добавена стойност*, без автокорелация и хетероскедастичност, с адекватно специфицирана функционална форма и нормално-разпределени остатъчни елементи са четирите комбинации, с които се представя класическата производствена функция. При комбинацията $gva|hw,gfcf,fdi,trp2,time$ са

²⁷ Продуктът Microfit 4.0, използван за изчисляване оценките на параметрите, характеризиращи дългосрочните и краткосрочните отношения между различните променливи в тестваните комбинации, автоматично предоставя емпиричните значения на четири диагностични критерия, следващи χ^2 -разпределението, с които се тестват: наличието на серийна корелация (LM-критерий на Breush-Godfrey); адекватността на модела (RESET критерий на Ramsey); нормалността на разпределението на остатъчните елементи; изпълнението на презумпцията за хетероскедастичност на остатъчните елементи.

нарушени четирите изисквания, докато в комбинацията $gva|wf,gfcf,fdi,trap2,time$ са нарушени изискванията за нормалност и хомоскедастичност на остатъчните елементи.

Вземайки предвид тези факти, можем да заключим, че от общо тестваните 32 комбинации валидни коинтеграционни отношения между променливите са налице в 10 комбинации. Резултатите от оценките на параметрите в тези комбинации, характеризиращи дългосрочните зависимости между променливите, са представени на табл. 5.

Таблица 5

Оценки на коинтеграционните вектори в различните модели

Комбинации от променливи	ARDL (AIC)	gdp	gva	const	trend	gfcf	gcf	hw	wf	trap1	trap2	fdi
$gva hw,gfcf, fdi,trap2$	2,0,5,1,1	1	0,255 (0,905)			0,286 (0,024)		0,459 (0,065)			-0,051 (0,069)	0,005 (0,010)
$gva wf,gfcf$	2,1,6	1	-0,428 (0,531)			0,271 (0,005)			0,516 (0,039)			
$gva wf,gcf, fdi,trap2$	1,0,1,1,1	1	6,751 (2,700)				0,080 (0,036)		0,114 (0,345)		0,447 (0,171)	0,059 (0,047)
$gva hw,gcf, fdi,trap2$	1,0,1,1,1	1	5,875 (5,720)				0,099 (0,048)	0,129 (0,412)			0,517 (0,233)	0,032 (0,057)
$gdp hw,gfcf,fdi,trap1,t$	5,5,5,5,3	1	2,712 (0,318)	0,011 (0,001)	0,032 (0,022)			0,404 (0,017)		0,060 (0,022)		-0,012 (0,004)
$gdp wf,gfcf, fdi,trap1,t$	4,4,0,4,2	1	4,375 (0,224)	0,010 (0,001)	0,024 (0,013)				0,515 (0,024)	0,183 (0,026)		-0,024 (0,005)
$gva hw,gfcf,t$	3,2,3	1	2,482 (0,768)	0,008 (0,002)	0,060 (0,044)			0,398 (0,044)				
$gva hw,gcf,t$	1,0,2	1	3,952 (1,151)	0,011 (0,001)			0,009 (0,018)	0,316 (0,078)				
$gva wf,gfcf,t$	0,1,6	1	2,910 (0,410)	0,0023 (0,001)	0,209 (0,033)				0,533 (0,034)			
$gva wf,gcf,t$	1,0,2	1	5,622 (0,782)	0,011 (0,001)			0,001 (0,018)				0,351 (0,091)	

Забележка: AIC е информационният критерий на Акайке, с който се установяват лаговете порядъци при всяка променлива в тестваните комбинации.

С *италик* са отбелязани оценките, които са статистически значими при равнище на значимост $\alpha = 0,1$, с *италик* **болд** – значимите оценки при равнище на значимост $\alpha = 0,05$, с **болд** – значимите оценки при равнище на значимост $\alpha = 0,01$. В скобите под оценките на съответните параметри са посочени стандартните грешки на оценките.

От данните, представени в табл. 5, се установява, че **без отчитане влиянието на тренда** зависимостта между брутната добавена стойност, труда, представен с отработените човечески часове или с броя на заетите лица и бруто капиталотообразуването, както и между брутната добавена стойност, отработените човечески часове и бруто образуването на основен капитал най-добре се описва с разширената производствена функция, докато зависимостта между брутната добавена стойност, броя на заетите лица и бруто образуването на основен капитал се описва с класическата производствена функция. Еластичността на бруто капиталотообразуването се оценява на 0.080%, когато в модела се използва броят на заетите лица, и на 0.099% при използването на отработените човечески часове, а еластичността на бруто образуването на основен капитал е по-висока – съответно 0.271% при включване на броя на заетите лица и 0.286 при използване на отработените човечески часове. Във връзка с това,

еластичността на броя на заетите лица е 0.114% в модела с бруто капиталообразуването и 0.516% при използване на бруто образуването на основен капитал. Подобни са и оценките на еластичността на отработените часовечасове – съответно 0.129 и 0.459%. Оказва се, че при формирането на БДС, когато в модела се включва бруто капиталообразуването, най-съществено е влиянието на външната търговия. Повишаването на отношението между външнотърговския оборот и БДС с 1% води до увеличение на брутната добавена стойност съответно с 0.447% при използването на заетите лица и с 0.517%, когато трудът се представи чрез отработените часовечасове. Влиянието на преките чуждестранни инвестиции отново се оказва незначително, макар и с положителен знак. Еластичностите са съответно 0.059% в модела със заетите лица и 0.032% – в този с отработените часовечасове. В комбинацията с бруто образуването на основен капитал незначимо е влиянието както на преките чуждестранни инвестиции, така и на отвореността на икономиката (отношението на външнотърговския оборот и брутната добавена стойност), като зависимостта е с отрицателен знак.

В двете комбинации с **отчитане влиянието на тренда**, в които *брутният вътрешен продукт* се използва като резултативна променлива, с най-съществено влияние върху неговото формиране се характеризира трудът. Еластичността на отработените часовечасове се оценява на 0.404%, а тази на броя на заетите лица – на 0.513%. Влиянието на капитала при формирането на БВП е почти символично – еластичности, оценени съответно на 0.032% в модела с отработените часовечасове, и 0.024% в този с броя на заетите лица. Между преките чуждестранни инвестиции и БВП се наблюдава отрицателна, макар и слабо изразена зависимост. Нарастването на чуждестранните инвестиции с 1% води до намаление на БВП с 0.012% при използването на отработените часовечасове и с 0.024%, когато в модела се въвежда броят на заетите лица. Оценките на коефициентите пред тренда в двата модела са статистически значими при равнище на значимост 1%. В резултат от влиянието на технологичните промени през изследвания период стойността на брутният вътрешен продукт е нараствала средно за тримесечие с 1%, когато в модела се въвежда броят на заетите лица, и с 1.1% при използването на отработените часовечасове.

Основният принос за формирането на *брутната добавена стойност* с отчитане влиянието на тренда отново се дължи на участието на труда в производствения процес. Еластичността на отработените часовечасове възлиза на 0.316% в модела с бруто капиталообразуването и на 0.398 в модела с бруто образуване на основен капитал. Еластичността на броя на заетите лица е съответно 0.351 и 0.533%.

В моделите с бруто образуването на основен капитал неговата еластичност се оценява съответно на 0.060% при включването на отработените часовечасове и 0.209% при използването на броя на заетите лица. Още по-слабо се оценява влиянието на бруто капиталообразуването. В модела с отработените часовечасове еластичността е 0.009%, а в този с броя на заетите лица – 0.001%. В резултат от промените от технологичен характер се оказва, че брутната

добавена стойност нараства средно с 1.1% за тримесечие, когато променливата „капитал” се изразява чрез бруто капиталообразуването. Влиянието на тренда в модела с използване на бруто образуването на основен капитал е по-слабо. В модела с включване на заетите лица технологичните промени водят до нарастване в БДС само с 0.2% за тримесечие, докато в модела с отработените часовечасове увеличението се оценява на 0.8%.

Модели с коригиране на грешката

Резултатите с оценките, характеризиращи краткосрочните зависимости са представени на табл. 6, 7 и 8. От табл. 6, в която са представени резултатите с оценките на параметрите в производствените функции без тренд с резултативна величина брутната добавена стойност, се вижда, че за разлика от положителните дългосрочни зависимости в краткосрочен аспект зависимостта между брутната добавена стойност и бруто образуването на основен капитал е отрицателна, при това статистически значима при равнище $\alpha=0,01$. Отрицателен е знакът пред коефициентите, характеризиращи краткосрочните зависимости между брутната добавена стойност и преките чуждестранни инвестиции, както и между брутната добавена стойност и показателя за отвореност на националната икономика. В моделите с включване на бруто капиталообразуването положителни зависимости са налице между брутната добавена стойност и двете основни факторни променливи – труда и капитала. Незначими от статистическа гледна точка са коефициентите пред трудовите показатели.

Оценките на грешките, с които се коригира равновесното състояние между показателите с коинтеграционни отношения, са статистически значими при $\alpha=0,01$ в четирите модела и по абсолютна стойност са по-малки от единица. Най-бързо се възстановява равновесието в модела, отразяващ зависимостта между БДС, броя на заетите лица и бруто образуването на основен капитал. Около 97% от нарушеното равновесие се възстановява в рамките на едно тримесечие. Когато се изследва зависимостта между БДС, отработените часовечасове и бруто образуването на основен капитал чрез разширената производствена функция, нарушеното от шоковете в икономиката равновесие се възстановява за половин година. Доста по-бавно протичат възстановителните по отношение на равновесното състояние процеси, когато в разширената производствена функция се включва бруто капиталообразуването. В модела с използване на отработените часовечасове като измерител за труда в рамките на едно тримесечие се възстановяват около 15% от нарушеното равновесие, докато в модела с броя на заетите лица този показател е приблизително 19%.

На табл. 7 са представени резултатите от оценките на краткосрочните зависимости между променливите в двуфакторната производствена функция с включен тренд, в която като резултативна променлива е въведена брутната добавена стойност. За разлика от дългосрочните, краткосрочните зависимости между брутната добавена стойност и бруто образуването на основен капитал отново са с отрицателен знак. В тези модели равновесното състояние се

възстановява доста бързо. При използването на заетите лица като измерител на труда равновесието между производствения резултат, труда и капитала се постига за едно тримесечие, а при въвеждане на отработените човекочасове то се възстановява за по-малко от тримесечие.

Таблица 6

Модели с коригиране на грешката при тестване на двуфакторната и разширената производствени функции без включен тренд, в които като резултативна променлива е използвана брутната добавена стойност

Факторни променливи	$gva hw,gcf,fdi,lrp2$ (2,0,5,1,1)	$gva wf,gcf$ (2,1,6)	$gva hw,gcf,fdi,lrp2$ (1,0,1,1,1)	$gva fw,gcf,fdi,lrp2$ (1,0,1,1,1)
<i>const</i>	0,131 (0,465)	2,187 (0,364)	0,872 (0,604)	1,291 (0,368)
Δgva_{t-1}	-0,149 (0,085)	-0,169 (0,091)		
Δwf_t		0,213 (0,126)		0,022 (0,072)
Δhw_t	0,236 (0,052)		0,019 (0,068)	
Δgcf_t	-0,036 (0,020)	-0,035 (0,019)		
Δgcf_{t-1}	-0,143 (0,020)	-0,262 (0,037)		
Δgcf_{t-2}	-0,119 (0,020)	-2,110 (0,027)		
Δgcf_{t-3}	-0,071 (0,019)	-0,152 (0,026)		
Δgcf_{t-4}	-0,062 (0,015)	-0,119 (0,020)		
Δgcf_{t-5}		-0,056 (0,016)		
Δgcf_t			0,055 (0,006)	0,052 (0,006)
Δfdi_t	-0,002 (0,004)		-0,007 (0,006)	-0,002 (0,006)
$\Delta lrp2_t$	-0,135 (0,041)		-0,003 (0,045)	0,007 (0,044)
EC_{t-1}	-0,514 (0,080)	-0,967 (0,122)	-0,148 (0,065)	-0,191 (0,062)
<i>Кориз. R²</i>	0,778	0,669	0,801	0,822
<i>F-критерий</i>	17,05	11,12	41,14	45,88
<i>DW</i>	2,502	2,291	2,291	2,050
$\chi^2_{AC}(4)$	9,21	6,85	3,78	7,47
$\chi^2_{FF}(1)$	0,73	0,24	2,60	1,13
$\chi^2_N(2)$	5,35	1,08	0,35	1,34
$\chi^2_H(1)$	3,83	1,46	0,86	0,005

Забележка: EC_{t-1} е оценката на грешката на корекцията; $\chi^2_{AC}(4)$, $\chi^2_{FF}(1)$, $\chi^2_N(2)$ и $\chi^2_H(1)$ - критериите за проверка съответно на серийната корелация от четвърти порядък (LM тест на Breush-Godfrey), на адекватността на функционалната форма (RESET тест на Ramsey), на нормалността в разпределението на случайните отклонения и на хомоскедастичността.

С *италик* са отбелязани оценките, които са статистически значими при равнище на значимост $\alpha = 0,1$, с **италик** **болд** - значимите оценки при равнище на значимост $\alpha = 0,05$, с **болд** - значимите оценки при равнище на значимост $\alpha = 0,01$. В скобите до оценките на съответните параметри са посочени стандартните грешки на оценките.

Таблица 7

Модели с коригиране на грешката при тестване на двуфакторната
производствена функция с включен тренд, в която като резултативна
променлива е използвана брутната добавена стойност

Факторни променливи	$gva hw,gfcf,time$ (3,2,3)	$gva hw,gcf,time$ (1,0,2)	$gva wf,gfcf,time$ (0,1,6)	$gva wf,gcf,time$ (1,0,2)
<i>const</i>	2,845 (0,971)	1,942 (0,556)	2,910 (0,410)	2,651 (0,580)
Δgva_{t-1}	0,339 (0,145)			
Δgva_{t-2}	0,364 (0,111)			
Δwf_t			0,180 (0,124)	0,165 (0,068)
Δhw_t	0,275 (0,201)	0,155 (0,063)		
Δhw_{t-1}	-0,434 (0,170)			
$\Delta gfcf_t$	0,029 (0,032)		-0,030 (0,018)	
$\Delta gfcf_{t-1}$	-0,049 (0,030)		-0,220 (0,028)	
$\Delta gfcf_{t-2}$	-0,073 (0,026)		0,177 (0,019)	
$\Delta gfcf_{t-3}$			-0,133 (0,018)	
$\Delta gfcf_{t-4}$			-0,111 (0,016)	
$\Delta gfcf_{t-5}$			-0,048 (0,013)	
Δgcf_t		0,043 (0,005)		0,043 (0,005)
Δgcf_{t-1}		0,012 (0,005)		0,014 (0,005)
<i>trend</i>	0,010 (0,003)	0,005 (0,001)	0,002 (0,001)	0,005 (0,001)
EC_{t-1}	-1,147 (0,172)	-0,491 (0,115)	-1,000 (0,00)	-0,471 (0,110)
Кориг. R^2	0,701	0,809	0,655	0,809
F-критерий	13,18	41,13	11,57	40,92
DW	1,730	2,235	2,276	2,256
$\chi^2_{AC}(4)$	4,20	2,11	2,97	2,56
$\chi^2_{FF}(1)$	3,43	1,45	1,97	1,27
$\chi^2_N(2)$	1,96	0,53	0,74	0,52
$\chi^2_H(1)$	0,70	2,11	3,72	1,96

Забележка: EC_{t-1} е оценката на грешката на корекцията; $\chi^2_{AC}(4)$, $\chi^2_{FF}(1)$, $\chi^2_N(2)$ и $\chi^2_H(1)$ - критериите за проверка съответно на серийната корелация от четвърти порядък (LM тест на Breush-Godfrey), на адекватността на функционалната форма (RESET тест на Ramsey), на нормалността в разпределението на случайните отклонения и на хомоскедастичността.

С *италик* са отбелязани оценките, които са статистически значими при равнище на значимост $\alpha = 0,1$, с *италик bold* - значимите оценки при равнище на значимост $\alpha = 0,05$ и с *bold* - значимите оценки при равнище на значимост $\alpha = 0,01$. В скобите до оценките на съответните параметри са посочени стандартните грешки на оценките.

С въвеждането на бруто капиталобразуването като измерител на „капиталовата“ променлива равновесието се възстановява с доста по-бавни темпове. Балансът се постига за малко повече от половин година. В резултат от влиянието на промените от технико-технологичен характер в краткосрочен аспект тримесечното нарастване на БДС се измерва с интервала от 0.2 до 1%.

Таблица 8

Модели с коригиране на грешката при тестване на разширената производствена функция с включен тренд, в които като резултативна променлива е използван brutният вътрешен продукт

Факторни променливи	$gdp hw,gfcf,fdi,lrp1,time (5,5,5,5,3)$	$gdp wf,gfcf,fdi,lrp1,time (4,4,0,4,2)$
<i>const</i>	5,980 (1,141)	8,067 (0,875)
<i>Δgdp_{t-1}</i>	0,874 (0,197)	0,777 (0,124)
<i>Δgdp_{t-2}</i>	0,481 (0,127)	0,595 (0,086)
<i>Δgdp_{t-3}</i>	0,311 (0,111)	0,336 (0,072)
<i>Δgdp_{t-4}</i>	0,296 (0,088)	
<i>Δhw_t</i>	0,071 (0,113)	
<i>Δhw_{t-1}</i>	0,826 (0,173)	
<i>Δhw_{t-2}</i>	-0,709 (0,175)	
<i>Δhw_{t-3}</i>	-0,455 (0,157)	
<i>Δhw_{t-4}</i>	-0,283 (0,123)	
<i>Δwf_t</i>		-0,084 (0,142)
<i>Δwf_{t-1}</i>		-0,956 (0,149)
<i>Δwf_{t-2}</i>		-0,468 (0,154)
<i>Δwf_{t-3}</i>		-0,227 (0,127)
<i>Δgfcf_t</i>	-0,043 (0,023)	0,045 (0,023)
<i>Δgfcf_{t-1}</i>	-0,099 (0,025)	
<i>Δgfcf_{t-2}</i>	-0,091 (0,020)	
<i>Δgfcf_{t-3}</i>	-0,054 (0,016)	
<i>Δgfcf_{t-4}</i>	-0,073 (0,018)	
<i>Δfdi_t</i>	-0,004 (0,003)	-0,008 (0,004)
<i>Δfdi_{t-1}</i>	0,017 (0,008)	0,032 (0,007)
<i>Δfdi_{t-2}</i>	0,015 (0,007)	0,021 (0,006)
<i>Δfdi_{t-3}</i>	0,010 (0,006)	0,012 (0,003)
<i>Δfdi_{t-4}</i>	0,008 (0,003)	
<i>Δlrp1_t</i>	-0,090 (0,052)	0,078 (0,045)
<i>Δlrp1_{t-1}</i>	-0,050 (0,055)	-0,210 (0,042)
<i>Δlrp1_{t-2}</i>	-0,079 (0,048)	
<i>trend</i>	0,025 (0,004)	0,019 (0,003)
<i>EC_{t-1}</i>	-2,205 (0,323)	-1,844 (0,175)
Кориг. R ²	0,917	0,912
F-критерий	22,01	30,97
DW	2,199	2,191
$\chi^2_{AC}(4)$	7,77	6,81
$\chi^2_{FF}(1)$	1,29	0,10
$\chi^2_N(2)$	0,11	1,87
$\chi^2_H(1)$	6,25	2,42

Забележка: EC_{t-1} е оценката на грешката на корекцията; $\chi^2_{AC}(4)$, $\chi^2_{FF}(1)$, $\chi^2_N(2)$ и $\chi^2_H(1)$ - критериите за проверка съответно на серийната корелация от четвърти порядък (LM тест на Breush-Godfrey), на адекватността на функционалната форма (RESET тест на Ramsey), на нормалността в разпределението на случайните отклонения и на хомоскедастичността. С *италик* са отбелязани оценките, които са статистически значими при равнище на значимост $\alpha = 0,1$, с **италик** **болд** - значимите оценки при равнище на значимост $\alpha = 0,05$, с **болд** - значимите оценки при равнище на значимост $\alpha = 0,01$. В скобите до оценките на съответните параметри са посочени стандартните грешки на оценките.

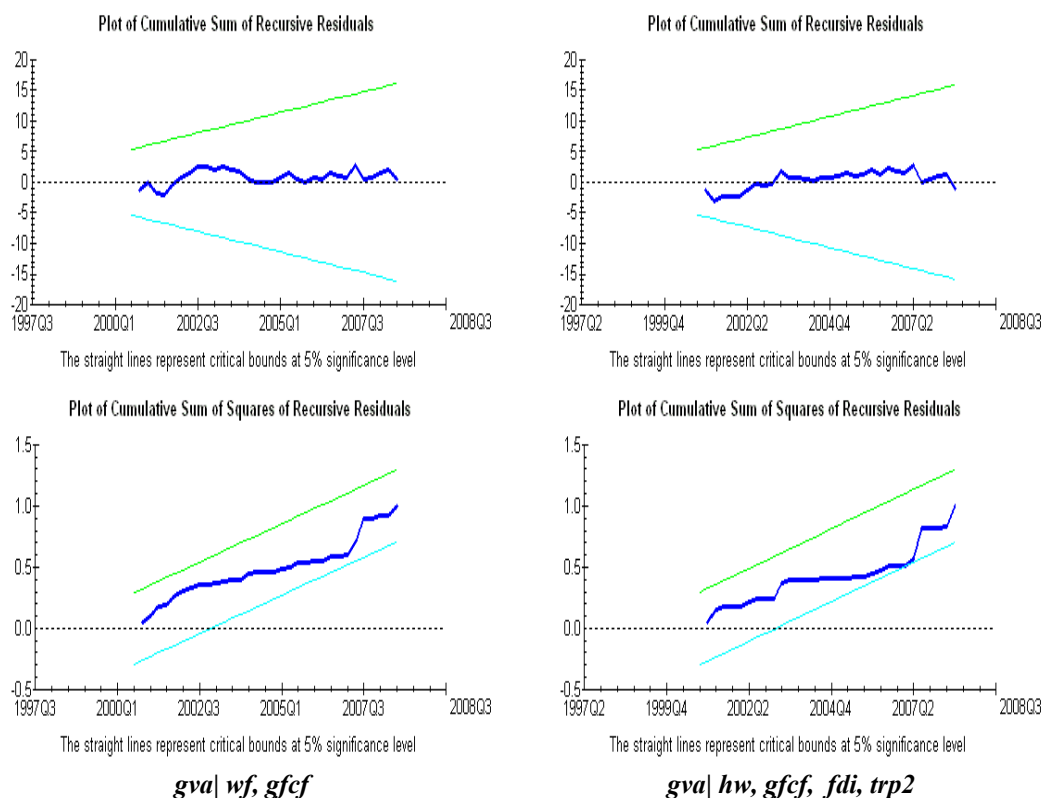
На табл. 8 са представени резултатите от оценките на краткосрочните зависимости между променливите в разширената производствена функция с

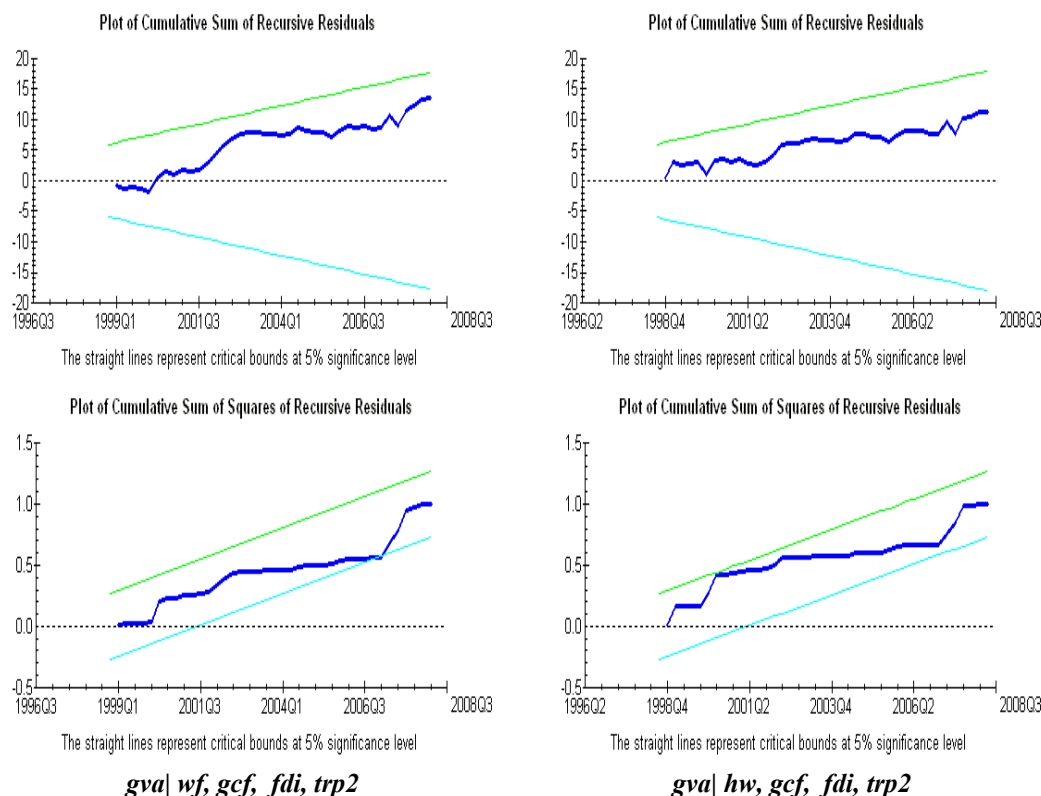
включен тренд, в която като резултативен показател е използван brutният вътрешен продукт, а като факторна променлива, отразяваща влиянието на капитала – бруто образуването на основен капитал. Оказва се, че в краткосрочен аспект зависимостта между БВП и факторните променливи бруто образуване на основен капитал, двата трудови измерителя – брой на заетите лица и отработени човекочасове и показателя, отразяващ влиянието на външнотърговските отношения, е с отрицателен знак. За разлика от дългосрочната зависимост в краткосрочен аспект преките чуждестранни инвестиции подпомагат формирането на БВП, като водят до неговото увеличение.

Коефициентите пред корекцията на грешката са статически значими при $\alpha=0,01$ и характеризират твърде високи скорости за постигане на равновесие. Балансът се установява за период между един и два месеца. За това в съществена степен допринася влиянието на промените от технологичен характер, обуславящи нарастване на brutния вътрешен продукт с 2.0-2.5% в краткосрочен аспект.

Фигура 1

CUSUM и CUSUMQ критерии за стабилност на оценките на параметрите в моделите без тренд

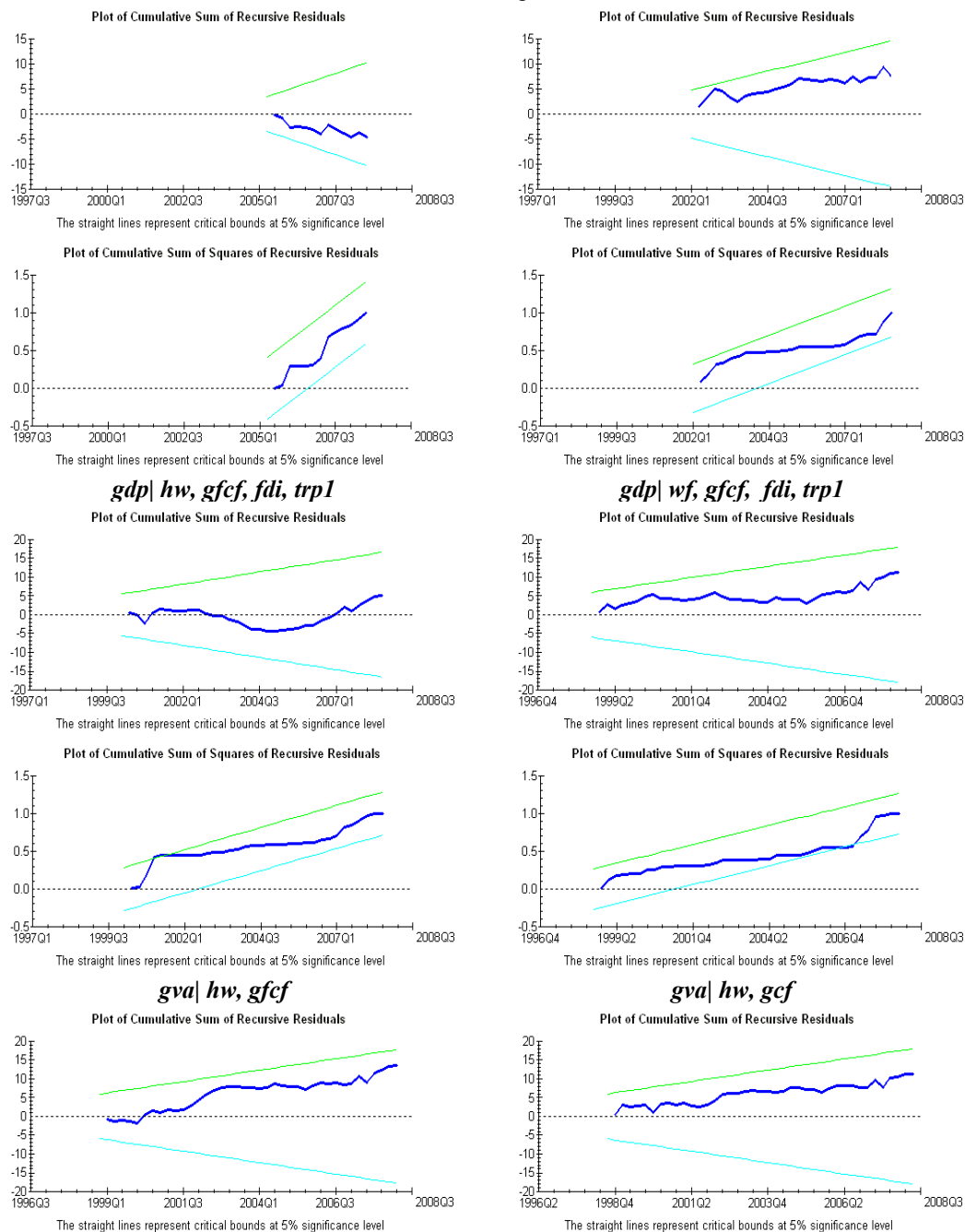


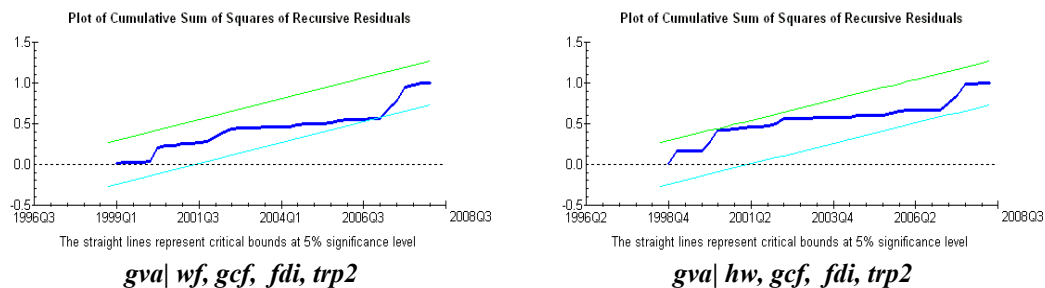


Моделите, представени със съответните ARDL уравнения са добре специфицирани, както може да се види от представените на табл. 5 и 6 диагностичните критерии, и изпълняват условията за обща адекватност. В тях отсъства автокорелация и хетероскедастичност в остатъчните елементи, които от своя страна са нормално разпределени. От представените на табл. 7, 8 и 9 се установява, че с ARDL моделите се обясняват между 67 и 81% от вариацията на резултативната величина, когато тя е представена чрез първите разлики на логаритмите на брутната добавена стойност (Δgva) и включен тренд, а когато не се отчита влиянието на тренда, обяснената вариация е между 66 и 81%. В моделите с тренд, в които резултативната величина е представена чрез първите разлики на логаритмите на брутния вътрешен продукт (Δgdp), обяснената вариация е около 91%. Оценките на рекурсивния модел с коригиране на грешката потвърждават стабилността на регресионните параметри през изследвания период. Графичните изображения (вж. фиг. 1 и 2), представящи кумулираните суми на остатъчните елементи (CUSUM) и кумулираните суми на квадратите на остатъчните елементи (CUSUMQ), не показват наличието на съществени структурни промени.

Фигура 2

CUSUM и CUSUMQ критерии за стабилност на оценките на параметрите в моделите с тренд





6. Заключение

В проведеното емпирично изследване с помощта на ARDL-коинтеграционния подход и моделирането на корекцията на грешката се извърши проверка на валидността на различни комбинации, с които се представя двуфакторната и разширената агрегирана производствена функция. Като резултативни променливи се използват брутната добавена стойност и брутният вътрешен продукт, изчислени по цени от 2000 г. Влиянието на капитала се определя с помощта на бруто капиталобразуването и бруто образуването на основен капитал по цени от 2000 г., а влиянието на труда се измерва с помощта на общо обработените човекочасове и общия брой на заетите лица. В разширените производствени функции се включват още преките чуждестранни инвестиции, както и отношението между външнотърговския оборот (внос плюс износ) и производствения резултат (съответно брутната добавена стойност и брутният вътрешен продукт), изчислени също по цени от 2000 г.

От общо 16 комбинации (8 с тренд и 8 без тренд), с които се тества валидността на двуфакторната производствена функция, и 16 комбинации (8 с тренд и 8 без тренд) за проверка на валидността на разширената производствена функция се установява, че уникална равновесна дългосрочна връзка между производството и неговите детерминанти съществува в 5 комбинации за двуфакторната и в 5 – за разширената производствена функция. В петте комбинации на двуфакторната производствена функция производството се представя чрез брутната добавена стойност, а в 4 от тях данните потвърждават необходимостта от включването на линеен тренд. В три от петте комбинации, с които се представя разширената производствена функция, като резултативен показател се включва брутната добавена стойност и данните не потвърждават необходимостта от въвеждане в моделите на линеен тренд. В двете комбинации, в които брутният вътрешен продукт се използва като резултативна променлива, трендът е основополагащ за икономическия растеж фактор.

Получените резултати показват, че в двуфакторната производствена функция еластичността на капитала, представен чрез бруто образуването на основен капитал е 0.21 (в модела с тренд) и 0.27 (в модела без тренд) в комбинациите с включване на броя на заетите лица като показател за труда, докато в моделите

с отработените човекочасове еластичността е 0.05. Еластичността на капитала, представен чрез бруто капиталообразуването, е съответно 0.001 в модела с броя на заетите лица и 0.009 в този с отработените човекочасове. Еластичността на труда, представен чрез отработените човекочасове, възлиза на 0.40 в модела с бруто образуването на основен капитал и на 0.32 в модела с бруто капиталообразуването. Еластичността на броя на заетите лица е съответно 0.52 (когато не се отчита влиянието на тренда) и 0.53 (когато се отчита влиянието на тренда) в моделите с бруто образуването на основен капитал и 0.35, когато се използва бруто капиталообразуването.

Аналогична е ситуацията и при разширената производствена функция. В комбинациите с брутният вътрешен продукт и включен тренд еластичността на бруто образуването на основен капитал се оценява на 0.03 в модела с отработените човекочасове и на 0.02 в този с броя на заетите лица. Еластичността на труда, когато е представен с отработените човекочасове, е 0.40, а когато е представен с броя на заетите лица – 0.51. В комбинациите с брутната добавена стойност без включен тренд, в които капиталът е представен чрез бруто капиталообразуването, еластичността на труда възлиза на 0.08-0.10, а тази на капитала на 0.11-0.13. Основният фактор при тези комбинации, който има най-голям принос за нарастването на брутната добавена стойност, е отвореността на икономиката, изразена като отношение между външнотърговския оборот и размера на брутната добавена стойност. Еластичностите са съответно 0.45 в модела с броя на заетите лица и 0.52 в модела с отработените човекочасове. Когато капиталът е представен чрез бруто образуването на основен капитал, неговата еластичност се оценява на 0.29, а еластичността на отработените човекочасове на 0.46. В случая влиянието на външната търговия е негативно и води до намаление в размера на брутната добавена стойност. Еластичността на показателя е равна на -0.05. В резултат от влиянието на промените от технологичен характер, брутната добавена стойност, респ. брутният вътрешен продукт, са нараствали средно с 0.2-1.1% за тримесечие, независимо от това дали оценката е направена с двуфакторната или с разширената производствена функция.

Параметрите пред корекцията на грешката при моделирането на краткосрочните зависимости са статистически значими и с очакван отрицателен знак. При комбинациите с отчитане влиянието на тренда, в които като резултативна величина се използва брутният вътрешен продукт, скоростта на възстановяването на дългосрочното равновесно състояние е доста по-висока в сравнение с установената при останалите модели. В първия случай равновесието се постига за период между един и два месеца. При комбинациите с отчитане влиянието на тренда, в които резултативната величина се представя чрез брутната добавена стойност, а капиталът – чрез бруто образуването на основен капитал, за възстановяването на равновесното състояние са необходими около три месеца, а когато капиталът е представен чрез бруто капиталообразуването – малко повече от шест месеца.

При комбинациите без тренд най-висока е скоростта при постигане на равновесието в модела, отразяващ зависимостта между брутната добавена

стойност, заетите лица и бруто образуването на основен капитал. Равновесието се възстановява за малко повече от три месеца. В останалите три комбинации, с които се представя разширената производствена функция, за едно тримесечие се възстановяват съответно около 51%, когато в модела се включват отработените човекочасове и бруто образуването на основен капитал, около 19% в модела с броя на заетите лица и бруто капиталобразуването и около 15% в модела с отработените човекочасове и бруто капиталобразуването.