

## КОИНТЕГРАЦИОННИЯТ ПОДХОД – ВЪЗМОЖНОСТИ ЗА ПРИЛОЖЕНИЕ

*Структурирани са основните възможности за приложение на коинтеграционния подход за изследване на зависимости между статистически времеви редове. Разгледани са най-важните процедури за определяне реда на интегрираност на процесите и тяхната коинтеграция. Идентифицирани са програмното осигуряване на процедурите на коинтеграционния подход. Направен е преглед на неговото развитие и систематизиране на методите за приложението му. Апробирани са с емпирични данни за сравнение на резултатите от процедурите със и без отчитане на структурни прекъсвания в данните.*

*JEL: C01; C51; F14*

### Увод

Реалните явления и процеси се характеризират с голямо разнообразие и сложност. Едни от най-разпространените подходи за изучаването им е моделирането. Най-често използваните модели за изследване на икономическите процеси са иконометричните. Данните с които работят тези модели са предимно статистически времеви редове. При редица иконометрични модели в които се използват регресионни уравнения се указва, че наличието на тенденция в данните (нестационарност на редовете) създава сериозни затруднения при приложение на метода на най-малките квадрати (МНК) за изследване на зависимости. При оценка на параметрите на регресионните уравнения, обикновеният МНК изисква изпълнение на условията от теоремата на Гаус-Марков. При нея съществува ограничение за постоянна дисперсията на случайните остатъци, както и тяхното математическо очакване да бъде равно на нула. При изпълнение на тези условия МНК осигурява ефективни и неизместени оценки. Тези изисквания практически не се изпълняват от нестационарни времеви редове.

За първи път Юл обръща внимание на проблема с нестационарните времеви редове през 1926 г. През 1974 г. К. Грейнджър и П. Нюболд въвеждат понятието „лъжлива/фалшива регресия“. Нюболд и Дейвис също провеждат експеримент с

---

<sup>1</sup> Недялко Несторов е асистент в Институт за икономически изследвания при БАН, e-mail: N\_Nestorov@abv.bg.

метода Монте Карло с цел да се установят свойствата на оценки на регресионните параметри на нестационарни времеви редове. Според този експеримент „фалшивата регресия води до значително надуване на емпирична стойност на  $t$ -статистиката на Стюдент” (Phillips, 1986). Оценяването на параметрите на регресионното уравнение в случай на нестационарност на факторите и резултативните величини може да доведе до заключение за зависимост, дори в случаите когато между величините няма връзка. Един от утвърдените към този момент подходи за справяне с подобна ситуация е за разпадане на редовете. Времевите редове се разделят на съставните им компоненти, след което се премахват тенденциите до постигане на стационарност. Въпреки че този подход предоставя възможности за анализ, той има един съществен недостатък. Процедурите по разделянето на реда на компоненти предизвикват загуба на информация за свойствата на изследваните процеси, проявяващи се в дългосрочен период. По този начин моделите, построени за времевите редове, не отразяват дългосрочните връзки между явленията. В теоретичните подходи, използвани в подобни изследвания, се посочва, че „за да се избегне лъжливата зависимост (от изместените оценки по МНМК (б.а.)) е необходимо да се изследва коинтеграцията между нестационарните процеси” (Хаджиев, 2001).

През 1983 г. Клайв Грейнджър доказва, че линейна комбинация на двойка нестационарни променливи може да бъде стационарна. “Четири години по-късно Енгъл и Грейнджър въвеждат теорията на коинтеграцията” (Маринов, 2014). Те доказват, че изследванията могат да предоставят надеждна информация, без да има нужда от преработка на входящите серии, за нестационарни редове, които отговарят на условието да имат стационарна линейна комбинация. Времевите редове, притежаващи такава комбинация, се наричат „коинтегрирани”. Коинтеграционният подход осигурява база за изследване на нестационарни времеви редове. Той може да се ползва както при оценяването на функционални зависимости от широк вид, така и при нефункционални връзки между процеси, отразявани с времеви редове. С годините, в рамките на подхода има създадени различни методи и следва всеки изследовател трябва да подбере най-подходящия за целите на своето проучване.

Задачите които се решават тук са:

- да се проучат и систематизират методите за идентификация степента на интегрираност на времевите редове; оценка на наличието на коинтеграция;
- да се идентифицират програмните продукти за реализиране на коинтеграционни процедури.

В иконометричен аспект основно се разглежда набор от данни за дадено явление през определен период. Явленията се представят чрез статистически времеви редове. „Времевите редове представляват редица от първични или производни статистически величини, подредени в хронологична последователност, в която всеки елемент на реда се свързва с определен момент (период) от време.” (Русев, 1999).

Поради ограниченията на методите за изследване се налага определяне вида на разглеждания времеви ред. За целите на изследването използваме следната класификация за времевите редове:

- Според наличието на тенденция към развитие в изследваното явление, редовете се делят на:
  - **Стационарни** – „когато явленията, представени чрез съответните времеви редове не проявяват никаква определена тенденция на развитие, т.е. когато отделните равнища на времевия ред се колебаят около някакво постоянно средно равнище” (Русев, 1999).
  - **Нестационарни** – когато изучаваното явление съдържа някаква определена тенденция към развитие. Нестационарните редове се срещат и като „редове съдържащи единичен корен”. Названието се извежда, когато един времеви ред може да бъде представен като функция от собствените му стойности – авторегресия (*AR*). Когато уравнението на авторегресията (1) има корен по-голям по абсолютна стойност от 1, тогава описваният процес е стационарен. Ако коренът е равен на 1, то процесът е нестационарен. От там и нестационарните редове се наричат съдържащи „корен единица”, „единица за корен” или „единичен корен”.
- Според възможността от нестационарни да се превърнат в стационарни, времевите редове се делят на:
  - **Интегрирани** – това са редове, които достигат стационарност след изчисляването на *n* последователни разлики, което определя техния порядък на интегриране. Отбелязва се, че реда  $y_t$  е интегриран от порядък *n*, което се записва:  $y_t \sim I(n)$ .

Стационарните редове представляват частен случай – редове интегрирани от нулев порядък  $y_t \sim I(0)$ .
  - **Неинтегрирани** – редове, които не достигат до стационарност при изчисляване на последователни разлики.

В рамките на емпиричните проучвания, изследователите се сблъскват с т.нар. *структурни промени*, които водят до *структурни прекъсвания в данните*. Определят се като „събития от действителността, които налагат изменения в част от серията от данни” (Johansen, 2000). Друго определение е че „структурно прекъсване е влиянието на структурна промяна, открито във времевия ред” (Sampos, 1996). За наличието на структурни прекъсвания в редовете се посочва, че „може да доведе до огромни грешки при прогнозирането и ненадеждност на изграждания модел като цяло” (Gujarati, 2007)
- Според наличието на влияние на структурни промени, те се делят на:
  - **Редове без структурни прекъсвания** – времевите редове не съдържат структурни прекъсвания;
  - **Редове, съдържащи структурни прекъсвания** – в редовете могат да присъстват едно, две или повече прекъсвания. От своя страна прекъсванията могат да бъдат в константата (нивото), в тренда и едновременно в двете.

Тук приемаме под модел да се разбира регресионно уравнение.

### Произход и свойства на нестационарността при времевите редове

Стационарността на процесите е въведена първоначално за случайните процеси. Нека приемем, че времевия ред характеризира такъв процес. „Случаен процес,  $y_t$  се нарича стационарен, ако неговото математическо очакване, дисперсия и автоковариация не зависят от времето” (Petracchi, 2001) т.е.:

$$M(y_t) = M(y_{t-s}) = \mu \quad (1)$$

$$\text{и } D(y_t) = D(y_{t-s}) = \sigma^2, \quad (2)$$

$$\text{или } M[(y_t - \mu)^2] = M[(y_{t-s} - \mu)^2] = \sigma^2 \quad (3)$$

$$\text{Cov}(y_t, y_{t-s}) = \text{Cov}(y_{t-j}, y_{t-j-s}) = \gamma, \quad (4)$$

$$\text{или } M[(y_t - \mu)(y_{t-s} - \mu)] = M[(y_{t-j} - \mu)(y_{t-j-s} - \mu)] = \sigma^2, \quad (5)$$

където:  $\gamma, \mu, \sigma^2$  са постоянни;  $M$  – математическо очакване;  $\mu$  – средна на реда;  $\gamma$  – автоковариация;  $\sigma^2$  – дисперсия;  $\text{Cov}$  – ковариация;  $s, j$  – времеви индекси.

По отношение на времевите редове се посочва, че „най-често редовете, характеризиращи икономическите явления са нестационарни.” (Gujarati, 2007; Маринов, 2014) Обобщаваме следните възможни основни фактори, които водят до нестационарност:

1. Наличието на тенденция. Очевидно е, че при съществуването на трендови компонент трудно може да се твърди, че средната стойност, дисперсията и автоковариация не зависят от времето. Редовете могат да имат както строго нарастваща тенденция, така и значителни колебания около общата тенденция. „Подобно поведение е типично за БВП, показателите за инфлация и лихвените проценти” (Стефанова, 2013).
2. Висока инерционност, внезапни изменения, шокове във времевите редове. По време на икономически спад или бум основните макроикономически показатели са подложени на силни промени. Те могат да се установят на ново ниво в продължение на дълъг период, без да се връщат към старите си стойности.
3. Непостоянна вариация. Сравнително големи времеви редове, които характеризират процеси като например инфлация или инвестиции, в някои случаи могат да бъдат описани като условно хетероскедастични. Това означава, че в дългосрочен план вариацията на реда е постоянна, но в рамките на реда съществуват краткосрочни периоди в продължение на които вариацията на явлението е сравнително висока.

4. Съвместни колебания в редовете. Това е форма при която се регистрира влияние при взаимосвързани времеви редове. Колебанията в единия процес водят до отклонения при другия процес. За пример се посочва икономическата интеграция между държавите. Тя води до това, че макроикономическите процеси в отделните страни се случват паралелно и засягат няколко държави едновременно. За пример в тази посока се посочва икономическата криза от 2007-2010г. Рецесията започнала в САЩ бързо се разпростира чрез спад в Европа, Азия и останалите части на света.

Преди да се пристъпи към изграждане на модел, трябва да се определи вида на данните, включени в уравнението. В зависимост от това към кой тип принадлежат изследваните времеви редове, се определя и кой метод да се приложи. Така че ако всички променливи, участващи в регресионното уравнение се окажат стационарни няма ограничения за прилагането на конвенционални методи. Ако използваните времеви редове са нестационарни има възможност да се приложи коинтеграционния подход. Стандартно той протича в два етапа. Първият е свързан с определяне порядъка на интегрираност на всички изследвани променливи, вторият – с изследване наличието на коинтеграция.

#### Тестове за интегриране на времеви ред

При преобразуване на нестационарен времеви ред, чрез изчисляване на последователни разлики може да се стигне до стационарен ред. „Този подход се прилага широко за премахване на линейна тенденция на времевите редове.” (Maddala, 1998). Техниката на последователните разлики представлява изваждане от всеки член на реда предходният му. Нека с  $y_t$  бележим времеви ред, където  $t$  е времеви индекс, който се изменя от 1 до  $n$ . Първите разлики на реда  $y_t$  ще имат вида:

$$\Delta y_t = y_t - y_{t-1} \quad (6)$$

Наричат се още разлики на реда от първи порядък. При изчисляване на разлики с по-предходен член ще се формират такива от втори порядък и т.н. В случай, че полученият нов ред  $\Delta y$  е стационарен, може да се говори, че  $y_t$  е интегриран процес от първи порядък  $y_t \sim I(1)$ . „Процесът се нарича интегриран от ред  $d$  или  $y \sim I(d)$ , ако за постигане на стационарност трябва да се изчислят  $d$  последователни разлики” (Charemza, 1998). Теоретично могат да се изчисляват многократно последователни разлики, но на практика „в икономиката се срещат рядко нестационарни променливи, интегрирани повече от втори порядък” (Maddala, 1998). *Същевременно икономическата интерпретация на резултатите от редове, интегрирани от над втори порядък е трудна задача.*

За формалното определяне на интегрираността на времевите редове, съществуват редица тестове, част от тях са реализирани в програмните продукти.

Една от първите процедури за изследване на интегрираността на времеви редове е базирана на теста на Джеймс **Дърбин** и Геофри **Уотсън**. През 1950 г. те предлагат

схема за проверка на автокорелацията при остатъците на времевите редове (*DW* тест). За тях времевият ред може да бъде представен като функция от предходните му значения – авторегресия (*AR*). Авторегресията от първи порядък представя зависимост само от предходния член на реда. *AR(1)* без константа и тренд има следния аналитичен вид:

$$y_t = a_1 \cdot y_{t-1} + \varepsilon_t, \quad (7)$$

където:

$y_t$  е изследвана променлива;  $t$  – времеви индекс;  $t = 1, 2, \dots, n$ ;  $a_1$  - параметър;  $\varepsilon$  – остатъци от регресията.

Въз основа на *DW*-теста е разработен метод за проверка на интегрираността на времеви ред (*DWI*). Той има вида:

$$DWI = \frac{\sum_{t=1}^n (y_t - y_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y})^2}, \quad (8)$$

където  $\bar{y}$  е средната аритметична на изследвания ред  $y_t$ .

Ако времевият ред  $y_t$  е нестационарен, т.е. в уравнение (7) параметъра  $a_1 = 1$ , тогава изразът в числителя на (8) става равен на  $\sum_{t=1}^n (y_t - y_{t-1})^2 = \sum \varepsilon_t^2$ .

Следователно при нестационарен ред това отношение ще е близко до 0. Може да се каже, че „процесът  $y_t$  не е стационарен, ако стойността на  $DWI \approx 0$  и да се твърди стационарност, ако стойността на  $DWI \approx 2$ ” (Gujarati, 2007). Твърдението за стационарен процес не изисква допълнително потвърждаване на резултатите с други тестове. Нестационарността води до задачата за определяне порядъка на интегрираност на процеса или неговата неинтегрираност въобще. Докато решението за порядъка на интегрираност на реда се взема чрез проверка на хипотезите:

$H_0$ :  $DWI = 2$  (разглеждания процес е стационарен)

$H_1$ :  $DWI \neq 2$  (разглеждания процес има друга природа<sup>2</sup>).

и на следващ етап:

$H_0$ :  $DWI = 0$  (разглежданият процес е нестационарен)

$H_1$ :  $DWI \neq 0$

<sup>2</sup> Нестационарността следва от друго съотношение:  $DWI = 0$ .

*DWI* – тестът е разработен и за изследване порядъка на интегрираност на процеси, представени с авторегресионен модел с константа:

$$y_t = a_0 + a_1 \cdot y_{t-1} + \varepsilon_t, \quad (9)$$

където  $a_0$  е константа и модел едновременно с константа и тренд:

$$y_t = a_0 + a_1 \cdot y_{t-1} + a_2 \cdot t + \varepsilon_t, \quad (10)$$

където  $a_2$  е параметър.

Използването на критерия на Дърбин-Уотсън за оценка на стационарността при времеви редове се различава от техния критерий за оценка на автокорелацията в остатъците от регресионното уравнение. *DWI* критерия има съществен недостатък. „Критичните стойности на тази статистика „0” в случай на нестационарност и „2” в случай на стационарност на изследваните времеви редове важат само в случаите, когато изследваните променливи, не съдържат константи и тренд” (MacKinnon, 2010). Следователно критерият е приложим само в ограничен брой случаи. При нестационарни редове с константа или тренд, изискването за равенство на *DWI* – критерия на нула не се изпълнява. Обикновено изследователят не знае предварително какви компоненти съдържа времеви ред – константа и/или тренд. Поради това използването на теста на Дърбин-Уотсън на етап оценка на интегрираността на реда, без провокиране на допълнителни тестове може да доведе до погрешни заключения и неправилно съставяне на коинтеграционните уравнения. С оглед на ограниченото приложение на теста се предлагат и утвърждават други процедури. Като алтернатива се посочва методът на Дики и Фулър. Тестът за интегрираност на Дърбин-Уотсън не се среща в популярните иконометрични програмни продукти.

Метод за определяне порядъка на интеграция, на времеви ред е предложен и от Дики и Фулър, през 1979 г. (*DF*-тест). Основната идея на тяхната процедура се състои в проверка на хипотези за стационарност на процеса и неговите последователни разлики от различни порядъци – уравнение (6). Тестът на Дики-Фулър се нарича и тест за единичен корен. Основава се на оценка на параметър  $\delta$  в уравнението:

$$\Delta y_t = \delta \cdot y_{t-1} + \varepsilon_t, \quad (11)$$

където:  $\delta = a_1 - 1$ ;  $a_1$  е параметърът в авторегресионния модел – уравнение (7).

Тестването протича при следните хипотези:

$$H_0: \delta = 0$$

$$H_1: \delta < 0$$

Нулевата хипотеза на теста предполага нестационарен процес, алтернативната – стационарен. Проведен по този начин *DF*-тестът позволява да се определи дали процесът  $y_t$  е интегриран от порядък нула или не.

Тъй като разпределението на критерия на Дики-Фулър няма аналитично представяне, съществува определено затруднение да се определят критичните стойности.

Таблицата с критични стойности за  $DF$ -теста за порядъка на интеграция, е изчислена за обичайните нива на значимост – например 1, 5, 10%. Представените там стойности са емпирични, а не теоретични. Затова посочените стойности са горни и долни прагове от значения.

В процеса на проверка за порядъка на интеграция се изчислява стойността на  $t$ -статистиката на Стюдънт за параметъра  $\delta$  и той се сравнява с горните и долните прагови стойности от  $DF$ -таблицата. Когато стойността на изчислените  $t$ -статистики са по-малки от долните критични стойности за съответния брой наблюдения  $n$ , нулевата хипотеза трябва да се отхвърли и да приеме алтернативната. Това води до заключението, че процесът  $y_t$  е стационарен – интегриран от нулев порядък  $y_t \sim I(0)$ . Ако изчислената стойност на  $t$ -статистиката надвишава горната критична стойност, тогава нулевата хипотеза не може да бъде отхвърлена. В случай, когато изчислената емпирична стойност попада в областта между горната и долната критични стойности, не е възможно да се вземе решение. В случай, когато нулевата хипотеза за равенство  $\delta = 0$  не се отклонява, може да се твърди, че процесът  $y_t$  е нестационарен. Допълнителен извод, който следва е, че процесът е интегриран от по-висока степен или не е интегриран въобще.

На следващия етап трябва да се провери за интегрираност от първи порядък, т.е.  $y_t \sim I(1)$ . В този случай се прилага  $DF$ -тестът към първите разлики на реда  $\Delta y_t$ . уравнение (6). Ако на базата на  $DF$ -тестът се отхвърли нулевата хипотеза  $H_0$  в полза на алтернативната  $H_1$  следва, че новият ред  $\Delta y_t$  е стационарен, а процесът  $y_t$  е интегриран от първи порядък  $y_t \sim I(1)$ . Ако нулевата хипотеза не може да бъде отхвърлена, тогава трябва да се провери по аналогичната процедура за интегрираност от по-висок порядък.

Теоретично процесът на проверка за стационарност може да се продължи докато бъде доказан порядък на интегрираност или се установи неинтегрираност на времевия ред. Възможна е също ситуация, при която редът да бъде интегриран, но прилаганият тест неадекватно да оценява порядъка на интегрираност.

$DF$ -тестът се прилага и за оценка на порядъка на интегрираност на процеси, представени с авторегресионен модел с константа уравнение (9) и модел едновременно с константа и тренд (10). Механизмът за приложение на теста е подобен на описания, с изключение на прилаганите таблици с критични стойности. Констатирано, е че „е много трудно да се различи ситуация, когато трябва да се прилага  $DF$ -тест без константа и кога с константа. Опитът показва, че често резултатите от теста с константа е трудно да се тълкуват.” (Gujarati, 2007).

Ако се вгледаме в  $DF$ -теста се забелязва недостатък. Тестът не взема предвид възможността за автокорелираност на остатъците  $\varepsilon_t$ . Ако в тях се наблюдава автокорелация, тогава резултатите от приложението на обикновения метод на най-малките квадрати ще бъдат недостоверни. За решаване на този проблем Дики и Фулър са предложили включване в дясната част на уравнение (7) на допълнителен лагов компонент:



$$\Delta y_t = a_1 \cdot y_{t-1} + \sum_{i=1}^k a_{i-1} \cdot \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t, \quad (12)$$

където  $i$  е индекс на лаговия компонент на авторегресионния процес.

Този тест става известен като **обобщен тест на Дики-Фулър** (*ADF* тест<sup>3</sup>). „Това е най-ефективният и най-често срещан тест за интеграция” (Хаджиев, 2001).

Основната цел от включването на допълнителни компоненти е осигуряване на необходимите свойства на случайния компонент  $\varepsilon_t$ . Затова трябва той да се провери за независимост и нормално разпределение.

Процедурата за тестване е подобна на предходната. Оценяват се стойностите на  $t$ -критерия на Стюдънт за параметъра  $a_1$ .

По аналогия с добавянето в уравнение (7) на константа и тренд, без да се нарушава логиката, същите тези лагови променливи могат да се включат в уравнение (12):

$$\Delta y_t = a_0 + a_1 \cdot y_{t-1} + \sum_{i=1}^k a_{i-1} \cdot \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (13)$$

$$\Delta y_t = a_0 + a_1 \cdot y_{t-1} + \sum_{i=1}^k a_{i-1} \cdot \Delta y_{t-i} + a_2 \cdot t + \varepsilon_t \quad (14)$$

Добавянето на лаговия компонент в уравненията не променя горните и долните критични стойности. По този начин като таблица за критични стойности за *ADF*-теста се използва съответната таблица за *DF*-теста.

За провеждането на *ADF*-теста е необходим избор на оптимален лаг за добавената променлива. На практика „изборът на дължина на лаг и елементите на авторегресионните компоненти е трудна задача” (Gujarati, 2007). Като критерии за определяне на оптималната дължина на лага, може да се използват информационните критерии на Акайке и Шварц. Те се основават на основния принцип при изследване на зависимости - остатъчната сума от квадратите да намалява при добавянето на нов фактор. Критериите се изчисляват по следните формули:

$$AIC = 1 + \ln(2 \cdot \pi) + \ln \left( \frac{\sum_{t=1}^n \varepsilon_t^2}{T} \right) + \frac{2 \cdot k}{T} \quad (15)$$

<sup>3</sup> Augmented Dickey-Fuller test.

$$SC = 1 + \ln(2\pi) + \ln \left( \frac{\sum_{t=1}^n \varepsilon_t^2}{T} \right) + \frac{k \cdot \ln T}{T}, \quad (16)$$

където  $k$  е брой оценявани параметри;  $T$  – брой наблюдения.

От две регресии е по-добра тази, за която стойността на  $AIC$  или  $SC$  е по-малка. Добавянето на допълнителни лагови стойности в регресионното уравнение, от една страна, увеличава значението на  $n$ , а от друга, ако факторът е значим, след това добавяне значително ще се намали остатъчната сума на квадратите. „ $SC$  критерия избира по-икономични модели.” (Маринов, 2014).

*Основният недостатък на ADF-теста се състои в това, че е доста обемист за изчисление. За получаване на емпиричната стойност на теста трябва да се оценят параметрите на регресионното уравнение; да се следи за липса на автокорелация в остатъците на тази регресия, последователно да се добавят лагови стойности в дясната част на уравнението за премахване на автокорелацията; да се изключат междинните незначими лагови стойности на база на информационните критерии. Освен това може да се окаже, че автокорелационните остатъци успяват да се премахнат само чрез добавяне на голям брой лагови стойности, или изобщо автокорелацията не може да се премахне. Тестовите на Дики-Фулър са най-често предлаганите в иконометричните програмни продукти.*

Логиката на  $ADF$ -теста предполага липса на автокорелация и наличието на постоянна дисперсия в остатъците. Вече казахме, че той е обемист за изчисление. За преодоляване на трудностите в приложението на  $ADF$ -теста се предлага непараметричен метод. „П. Филипс и П. Перън в 1988 г. предлагат своя непараметричен тест ( $PP$  тест) за откриване порядъка на интегрираност на времевите редове.” (Enders, 1995). Уравнението на регресия за провеждане на  $PP$ -тест представлява обикновен авторегресионен процес от първи порядък  $AR(1)$  – уравнение (7).

За разлика от включването в дясната част на уравнението на регресията на допълнителни условия,  $PP$  тестът включва коригиране на  $t$ -статистиката на параметъра  $a_1$ , с помощта на коефициента  $\gamma$ . Подобна корекция е непараметрична, тъй като няма изискване за некорелиране и хомогенност на случайния компонент. Аналитичният израз на  $t$ -статистиката е:

$$t = \frac{t_{a_1} \cdot \sqrt{\gamma_0}}{\omega} - \frac{(\omega^2 - \gamma_0) \cdot Ts_{a_1}}{2\omega\sigma}, \quad (17)$$

където:

$t_{a_1}, s_{a_1}$  е  $t$  статистика и стандартна грешка на параметъра  $a_1$ ,

$\sigma$  - стандартна грешка на регресията.

$$\omega^2 = \gamma_0 + 2 \sum_{j=1}^q \gamma_j \cdot \left(1 - \frac{j}{q+1}\right) \quad (18) \quad \text{и} \quad \gamma_j = \frac{1}{T} \sum_{t=j-1}^T \varepsilon_t \varepsilon_{t-1} \quad (19)$$

$q$ - величината на лага - число на периодите за автокорелация, които са включени в коригиращия множител.

Асимптотичното разпределение на  $t$ -статистиката на Филипс-Перън е аналогично на разпределение на  $t$ -статистиката на Дики-Фулър в общия случай. Така че критичните стойности на  $t$ -статистиката са същите, както и при  $ADF$ -теста.  $PP$ -тестът може да се прилага и за уравнения, съдържащи константа и тренд.

Тестът на Филипс-Перън е модификация на теста на Дики-Фулър. Следователно принципна разлика в резултатите от тези тестове няма, тъй като  $PP$ -тестът включва само корекция на  $t$ -теста и не довежда до промени в тестваната променлива. В случай на възникване на автокорелация в остатъците при прилагането на теста на Дики-Фулър, добавяйки лагови значения на зависимата променлива, автокорелацията може да се премахне. Но ако същата ситуация възникне по време на прилагането на теста на Филипс-Перън, то премахване на автокорелацията ще бъде вече невъзможно. *Допускането от теста за липса на автокорелация и наличието на постоянна дисперсия в остатъците е основния недостатък на теста на Филипс – Перън в сравнение с теста на Дики-Фулър. Освен това използването на този подход е незаменим в случаите, когато изчислената  $t$ -стойност, получена в рамките на  $DF$ -тестовете е в близост до критичните стойности.* Корекция на  $t$ -стойностите с помощта на допълнителни множители и компоненти ще доведе до това, че тази стойност ще се различава съществено от критичните и ще се измести или към отклонение или към не отклонение на нулевата хипотеза. *Тестът на Филипс-Перън е вторият по реализиране в специализираните програмни продукти.*

Тестовете от типа на Дики-Фулър са т. нар. тестове “нагоре”, т.е. изследователя започва проверка на порядъка на интеграция с хипотезата за стационарност и последователно увеличава степента на интегрираност до потвърждаване на определено ниво. Смята се, че „този подход може да доведе до лош резултат, ако реда е интегриран по-високо от втори порядък. (...) Статистическите тестове имат по-добри възможности, ако изследователя започне с проверка на по-широка хипотеза и се движи в посока към частни хипотези” (Charemza, 1998). Това са така наречените тестове “надолу”. За такъв се сочи теста на **Дики-Пантула** ( $DP$ -тест). Той „започва с тестване на интегрираността от най-висок порядък. (...) Тестването продължава до приемане нулевата хипотеза” (Петков, 2009). Основно предположение при този подход, е че икономическите времеви редове рядко се оказват интегрирани от повече от втори порядък. Ето защо се предлага започване на проверката с авторегресионен модел от втори порядък  $AR(2)$ :

$$y_t = a_1 \cdot y_{t-1} + a_2 \cdot y_{t-2} + \varepsilon_t, \quad (20)$$

където  $a_1, a_2$  са параметри.

Нулевата хипотеза се състои в проверка за интегрираност от втори порядък  $y_t \sim I(2)$ . Алтернативната хипотеза предполага интегрираност от първи или нулев порядък:

$$H_0: \delta_0 = \delta_1 = 0$$

$$H_1: \delta_0 = 0; \delta_1 < 0$$

Тъй като и в двете хипотези се предполага  $\delta_0 = 0$ , трябва да се провери дали оценяваният коефициент  $\delta_1$  е „значително отрицателен”.  $DP$ -тестът за оценка на коефициента  $\delta_1$ , се извършва аналогично на  $DF$ -теста. Коефициентът  $\delta_1$  се сравнява с критичните стойности посочени в таблицата за  $DF$ -тест без тренд и параметър.

Ако нулевата хипотеза за  $y_t \sim I(2)$  се отклони, това означава, че процесът не е интегриран от втори порядък и трябва да се провери аналогична хипотеза за  $y_t \sim I(1)$ . В този случай, като алтернативна хипотеза ще действа  $y_t \sim I(0)$ . Ако нулевата хипотеза не се отклонява, тогава  $\delta_0 = 0$  и  $\delta_1 < 0$  и в противен случай  $\delta_0 < 0$  и  $\delta_1 < 0$ . Ако нулевата хипотеза се отклонява може да се приеме, че реда е стационарен. Следователно проверката за интегрираност от първи порядък се извършва чрез следните две противоположни хипотези:

$$H_0: \delta_0 = 0; \delta_1 < 0$$

$$H_1: \delta_0 < 0; \delta_1 < 0$$

В  $DP$ -тестът нулевата хипотеза е за това, че реда е интегриран от първи порядък  $y_t \sim I(1)$ , за разлика от  $DF$ -теста, в който тази хипотеза предполага интегрираност от първи ред или по-висока. Това е едно от предимствата на  $DP$ -тестта пред  $DF$ -тестта.

Процедурата на Дики-Пантула може да бъде приложена и в случай на проверка на процес с интегриране от по-висок порядък. Въпреки че  $DP$ -тестът представлява модификация на  $DF$ -тестта, той не включва никакви изчислителни промени и допълнения в сравнение с оригинала. Основната разлика е в началната хипотеза, с която започва оценката на порядъка на интегрираност. Резултатите от двата теста са еднакви, тъй като се основават на едни и същи тестови критерии. Така че в общия случай да се говори за ефективност на единия тест в сравнение с другия не е възможно. С графичната форма на изследваните времеви редове и с помощта на  $DP$ -тестта, може да се намали броя на провежданите операции за установяване на порядъка на интегрираност.  $DP$ -тестът не е реализиран в изследваните софтуерни продукти.

Анализираните дотук методи се справят с идентифицирането на порядъка на интегрираност на времевите редове без да отчитат възможността за наличие на структурни прекъсвания в данните. През последните три десетилетия изследователите се фокусират върху кризисните събития и тяхното влияние върху

*икономическите процеси. Търсят се тестове, които да отчитат структурните прекъсвания във времевите редове.*

### **Интеграция при структурни прекъсвания**

Разработката на Нелсън и Плъсър от 1982 г. за тестване наличието на единичен корен в данните на времеви редове със структурни прекъсвания слага началото на десетилетия дискусии. Авторите достигат до извод, че „случайните шокове имат трайни последици върху равнището на макроикономиката в дългосрочен план, т.е. колебанията не са преходни” (Nelson, 1982). Този въпрос придобива допълнителна инерция с изследването на Перън от 1989 г., в което се подчертава значението на структурните прекъсвания при тестване за интегрираност на процесите. Според Перън „Повечето макроикономически времеви серии не се характеризират с нестационарност. Колебанията са наистина стационарни но около функция, представляваща детерминистичен тренд. Единствените шокове, които са имали устойчиви ефекти са катастрофата (икономическата криза) през 1929 г. и ценовият шок в нефта от 1973 г.” (Pergon, 1989).

Структурните прекъсвания биват разглеждани още в трудовете на А. А. Марков, но стават широк обект на изследване през осемдесетте и деветдесетте години на двайсети век. Фундаментални изследвания за интеграция и коинтеграция със структурни прекъсвания провеждат Зивот-Андрюс, Перън-Родригес, Сайконен-Люткепул, Грегъри-Хансен и др. С течение на времето, чрез различни подходи се разработват редица методи за откриване на прекъсванията във времевите редове. Според механизма за определяне на датата на прекъсването тестовете са разделени в три групи:

- Първата обхваща екзогенните тестове. При тях е необходимо изследователя предварително да зададе дата на евентуалното структурно прекъсване.
- Втората обхваща ендогенните тестове. Датата или множеството от дати на прекъсванията са резултат от процедурата на тестване.
- В третата група попадат смесените тестове.

През 1989 г. **Перън** предлага процедура, характеризираща едно екзогенно прекъсване. Той използва модификация на теста за единичен корен на Дики-Фулър ( $DF$ ), като включва фиктивни променливи за отчитане на структурното прекъсване. Точката на прекъсване във функцията на тренда е фиксирана и се избира предварително от изследователя. Този тест има по-ниска мощност в сравнение със стандартния  $DF$ -тест. Но тестът на Перън е неизменен спрямо параметрите на прекъсването и по този начин неговата ефективност не зависи от размера на прекъсването. Въз основа на метода на Перън, се разработват тестове за трите вида модели на прекъсвания – в константата (нивото), в тренда и едновременно в двете. Прекъсването в нивото се характеризира със запазващ се тренд в двата подпериода разделени от прекъсването. При прекъсването в тренда, посоката на изменение след

прекъсването вече е различна. Всеки от трите модела се тества с нулева хипотеза за единичен корен с прекъсване. Алтернативната хипотеза предполага стационарен процес също с прекъсване. *Необходимостта от предварително приемане на датата на прекъсване при процедурата на Перън е силно критикувано и посочвано като основен недостатък. Процедурата дори е определена „не като изследване на структурни прекъсвания, а като извличане на данни” (Christiano, 1992). Не се среща реализиране на теста на Перън в изследваните програмни продукти.*

С оглед на критиките към Перън изследователите започват да развиват своите тестове в посока на ендогенно определяне датата на прекъсването. Моментите на прекъсване стават ясни в хода на процедурата, а не преди това. Първият тест в тази група е предложен от **Зивот и Андрюс** през 1992 г. (*ZA*-тест) (Zivot, 1992). Той представлява процедура която използва различни фиктивни променливи за всяка възможна дата със структурно прекъсване. Моментът на прекъсване се избира там където *t*-статистиката от *ADF*-теста за единичен корен достига своя минимум. Критичните стойности на Зивот-Андрюс са различни от тези при Перън. Разликата се поражда от това, че избирането на момента с прекъсване се третира като резултат на процеса за оценка, а не предварително определен екзогенно. *ZA е най-реализираният тест в програмните продукти за отчитане на интегрираност в редовете с прекъсвания.* Тестовите на Перън и Зивот-Андрюс улавят само едно прекъсване. Поставя се въпроса, какво ще се случи, ако има няколко прекъсвания в изследвания времеви ред?

**Лумсдейн и Папел** отговарят на възникналите до този момент въпроси и представят през 1997 г. теста *LP*. Той може да регистрира две структурни прекъсвания. Авторите доказват, че „процедурата за две прекъсвания е по-мощна от тази за само едно прекъсване” (Lumsdaine, 1997). Те развиват теста на Зивот-Андрюс до метод, локализиращ две предварително неизвестни прекъсвания. Проверката се базира на две фиктивни променливи, които позволяват регистриране на прекъсвания и в тренда, и в нивото на изследваната серия. *Тестът не се среща сред реализираните в изследваните програмни продукти.*

В няколко свои публикации **Бай и Перън** (Baï, 1998) представят разработена процедура (*BP*-тест) за намиране на повече от две структурни прекъсвания във времеви ред и тестване за тяхната статистическа значимост. *BP*-тестът е разделен в две части. Първо, се идентифицира броя на прекъсванията в данните. На второ място, използвайки асимптотични критични стойности, се тества статистическата значимост на тези прекъсвания. *BP*-тестът е вторият най-често предлаган в изследваните програмни продукти.

Метод за идентифициране на множество прекъсвания в данните на времевите редове е разработен и от **Охара** (Ohara, 1999). Той представя подход, основан на последователни *T*-тестове на Зивот-Андрюс, за да се разгледа случай с *n* прекъсвания с неизвестни дати. Охара доказва, че тестовите за единичен корен с няколко прекъсвания при тенденциите са необходими както за емпирични приложения, така и за развитие на теорията. *Сред реализираните тестове в изследваните програмни продукти не се среща процедурата на Охара.*

Критиките към почти всички ендогенни тестове са, че те не предполагат прекъсване в рамките на нулевата хипотеза за единичен корен. Това ги отличава от екзогенния тест на Перън, който позволява прекъсване както при нулевата, така и при алтернативната хипотеза. Отсъствието на предположение за прекъсване в нулевата хипотеза се сочи, за „проблем, който може да доведе до отклонение на резултатите от тези тестове.” (Lee, 2001). Нещо повече, Лий и Стразицих демонстрират как, когато се използват тези ендогенни тестове с отчитане на прекъсванията, изследователите могат да стигнат до заключение, че данните са стационарни, когато в действителност те са нестационарни с прекъсвания. „В този случай може да се стигне до *лъжливо отхвърляне*” (Lee, 2001). Авторите препоръчват внимателна интерпретация на резултатите получени от тестовете.

В допълнение към своите критики, **Лий** и **Стразицих** предлагат през 2003 г. двустъпков тест за единичен корен (*LS*), съчетаващ положителните характеристики на ендогенните и екзогенните процедури. Той е наречен и минимален множител на Лагранж. „В първия етап, се определят съвместно дали и къде има структурни прекъсвания в данните. След като се идентифицират прекъсванията се тества тяхната значимост” (Lee, 2003). *LS*-тестът не само определя структурните прекъсвания ендогенно, но също и решава проблема с фалшивото отхвърляне. След като наличието и местоположението на прекъсванията в реда са известни след първата стъпка, във втория етап се използва екзогенен тест. *Авторите доказват предимството на своя тест като обосновават, че екзогенните тестове имат по-голяма мощност от ендогенните тестове. LS-тестът решава и друг проблем. Тестовете пригодени да открояват няколко прекъсвания са способни да открият множество прекъсвания от данни в които има само едно прекъсване, т.е. те са способни да идентифицират и незначими прекъсвания. Тъй като „LS тестът е конструиран на първия етап да определя значимостта на прекъсванията, той предпазва изследователите от неистинни резултати”* (Lee, 2003). *LS-процедурата се среца в два от изследваните програми продукти.*

Поставеният от Нелсън-Плосер в разработката им от 1982 г. въпрос за влиянието на структурните прекъсвания във времевите редове намира отговори, приложения и критики десетилетия наред. Предимствата на прилагането на процедурата за тестване на интегрираност с възможни структурни прекъсвания се обобщават до две основни. „Първо, предотвратява се приемане на хипотеза за наличие на единичен корен, когато серията има прекъсване, а не на единичен корен, както предупреждава Перън. Второ, идентифицирането на възможно структурно прекъсване, предоставя ценна информация за анализа на промяна в структурата на системата, която се характеризира с данните” (Dritsakis, 2012).

Вижда се, че при приложение на различни методи може да се получи разминаване в изводите по отношение наличие на прекъсване в редовете. Възможно е прилагането на съответния метод да покаже наличие на прекъсване, а такова да няма. *По наше мнение би трябвало, когато се започне изучаването на един статистически ред първо той да се анализира на емпирична основа и да се направи опит да се оцени процеса по отношение наличието на структурни промени в икономическата среда. Това би подобрило адекватността на избора на прилаганите методи и респективно*

получените резултати за функционални зависимости с помощта на коинтеграционния подход.

След уточняване порядъка на интегрираност на изследваните времеви редове, може да се пристъпи към втория етап от изследването – наличие на коинтеграция между променливите.

### Концепция на коинтеграционния подход

Концептуално коинтеграцията се характеризира със съществуването на дългосрочно равновесие между две или повече явления, представени с нестационарни времеви редове. „Най-общо същността на подхода се изразява в определянето на системата от коинтегрирани уравнения и оценка на дългосрочната и краткосрочната зависимост между променливите с отчитане на адаптацията към равновесното състояние (корекция на грешката)” (Цанов, 1999). „Най-широко утвърденото определение за коинтегриране на времеви редове е въведено от Енгъл-Грейнджър през 1987 г.” (Аркадиев, 2005). То гласи, че „два времеви реда  $y_{1t}$  и  $y_{2t}$  се наричат коинтегрирани от порядък  $g$ , ако и двата са интегрирани поотделно от ред  $d$ , но съществува и линейна комбинация между тях, интегрирана от ред  $g$ , където  $0 < g < d$ .” (Engle, 1987). Аналитично коинтеграцията между редовете се обозначава по следния начин:  $y_{1t}, y_{2t} \sim CI(d, g)$ .

Коинтеграцията при повече времеви редове може да се представи чрез съществуването на  $n$  мерен вектор:  $Y_t = (y_{1t}, y_{2t}, \dots, y_{nt})'$ , обозначаващ  $(n \times 1)$  вектор от  $I(1)$  времеви редове.  $Y_t$  е коинтегриран ако съществува с размерност  $(n \times 1)$  вектор  $\beta' = (\beta_1, \dots, \beta_n)$  такъв, че съществува уравнение:

$$\beta' Y_t = \beta_1 y_{1t} + \dots + \beta_n y_{nt} \quad (21)$$

Нестационарните времеви редове в  $Y_t$  са коинтегрирани ако е налице линейна комбинация от тях, която е стационарна  $I(0)$ . Линейната комбинация  $\beta' Y_t$  се обяснява като дългосрочна равновесна връзка. „Очакването е, че  $I(1)$  времевите редове с дългосрочно равновесие не могат да се отклонят прекалено далеч от равновесното състояние, защото икономическите сили ще действат за възстановяване на равновесната връзка” (Zivot, 1992). Подготовката за приложение на изследването за коинтеграция изисква да бъдат определени всички променливи, които ще се включат в уравнението за дългосрочно равновесие – факторни и резултативни. Дългосрочната връзка се изразява чрез уравнението на коинтеграционната регресия:

$$y_{1t} = \beta_2 y_{2t} + \dots + \beta_n y_{nt} + \varepsilon_t \quad (22)$$

Възможни са различни случаи на интегрираност и коинтегрираност на времевите редове. Например при две променливи  $y_{1t}$  и  $y_{2t}$ :



- „Ако  $y_{1t} \sim I(0)$  и  $y_{2t} \sim I(0)$ , тогава  $\varepsilon_t \sim I(0)$  и въпросът за коинтеграция между променливите няма смисъл;
- Ако  $y_{1t} \sim I(1)$  и  $y_{2t} \sim I(0)$ , или  $y_{1t} \sim I(0)$  и  $y_{2t} \sim I(1)$ , тогава  $\varepsilon_t \sim I(1)$  и променливите  $y_{1t}$  и  $y_{2t}$  не са коинтегрирани;
- Ако  $y_{1t} \sim I(1)$  и  $y_{2t} \sim I(1)$ , тогава е възможно  $\varepsilon_t \sim I(0)$  и променливите да са коинтегрирани” (Charemza, 1998);

Ако броят на променливите в уравнението на дългосрочното равновесие се увеличава, например при уравнение с два фактора – уравнение (22) при  $n=3$ , изискването за еднакъв порядък на интеграция не е наложително. Подобен случай позволява формулиране на по-общото състояние за коинтеграция на процесите. „Ако променливите, включени в уравнението, са от различен порядък на интеграция, то порядъка на интеграция на зависимата променлива трябва да бъде по-нисък от най-високия ред на интеграция на факторните променливи” (Johansen, 2000).

#### Тестове за наличие на коинтеграция

Подобно на проверката за порядък на интегрираността на времевите редове, тестването за коинтегриране на променливите може да се извършва с помощта на критерия на **Дърбин-Уотсън (CRDW)**.<sup>4</sup> Тестът за наличието на коинтеграция се състои от изчисления за оценка на грешките от нарушеното равновесие –  $\varepsilon_t$  в регресионното уравнение:

$$y_{1t} = a_2 \cdot y_{2t} + \varepsilon_t, \quad (23)$$

където:

$y_{1t}$  е зависима променлива;

$y_{2t}$  – факторна променлива;

$a_2$  – параметър;

с допускането, че  $\varepsilon_t$  могат да бъдат моделирани като авторегресионен процес от първи порядък.

При следните хипотези:

$H_0$ :  $CRDW=0$  – няма коинтеграция

$H_1$ :  $CRDW>0$  – има коинтеграция

Разпределението на  $CRDW$  критерия не е до край изучено и критичните стойности за този показател не са известни. Въпреки това, по аналогия с критерия за

---

<sup>4</sup> CRDW – Cointegrating Regression Durbin-Watson – Коинтеграционна Регресия на Дърбин-Уотсън.

интегрираност, за емпиричната стойност на  $CRDW$  може да се очаква, ориентировъчно да приема стойност в интервала от 0 до 2. Свидетелства за наличието на коинтеграция са налице ако неговата стойност не се различава значително от 2 и може да се говори за липса на коинтеграция, ако стойността му е приблизително равна на 0. Точните критични стойности на теста зависят от неизвестните към момента на тестване  $\beta$  коефициенти на дългосрочното уравнение (22) и дължината на редовете. Проблем представлява необходимостта граничните стойности да се симулират за всеки конкретен случай. Следователно използването на този тест е изключително ограничено.

През 1987 г. **Енгъл** и **Грейнджър** предлагат своя двустъпков алгоритъм за регистриране на коинтеграция<sup>5</sup>. В началото е наричан и тест за общи стохастични тенденции. „Процедурата на Енгъл-Грейнджър има предимството, че е интуитивна и сравнително лесна за изпълнение” (КШАН, 2003). През годините той се утвърждава като фундаментален.

Първият етап се състои в оценяване на т.нар. коинтеграционна регресия. Оценяват се  $\beta$  коефициентите в коинтеграционното уравнение (22). В тази регресия се предполага, че всички променливи са интегрирани от първи порядък и може да се образува коинтеграционна стационарна комбинация. Получават се и стойности за остатъците от регресията  $\varepsilon_t$ . Тъй като са оценки те се бележат с  $\hat{\varepsilon}_t$  и имат вида:

$$\hat{\varepsilon}_t = y_{1t} - \beta_1 - \beta_2 y_{2t} + \dots + \beta_p y_{pt} \quad (24)$$

Вторият етап, в процедурата на Енгъл и Грейнджър е тестване за единичен корен остатъците от регресията на процеса от първия етап чрез  $ADF$  тест. Нулевата хипотеза е за липса на коинтеграция. Алтернативната е че уравнението е коинтеграционно, което означава, че променливата  $y_{1t}$  коинтегрира с най-малко една от променливите в дясната страна на уравнението. За вземане на решение за приемане на хипотеза не може да се ползват критичните стойности за  $ADF$  теста. Причината е, че теста за единичен корен тук се прилага към получената като остатък променлива от регресията. Оценки на критичните стойности за  $ADF$ -теста, когато той се използва за тестване на коинтеграция, са въведени от Маккинън (MacKinnon, 2010).

Приемане на нулевата хипотеза означава липсата на коинтеграция или, че остатъците имат същата тенденция както зависимата променлива. Приемане на алтернативната хипотеза сочи наличие на коинтеграция. Но тестът не може да покаже дали  $y_{1t}$  е коинтегрирана с всички, с някой или само с една от променливите в дясната страна на уравнението.

*Има два основни проблема с двустъпковата процедура на Енгъл-Грейнджър: първо, тъй като се включва  $ADF$ -тест във втория етап, всички проблеми на  $ADF$ -теста са валидни, особено избора на броя на лаговете; второ, процедурата се базира на*

<sup>5</sup> Engle, Granger, 1987.

предположението за един коинтеграционен вектор, т.е. оценяваното уравнение за дългосрочно равновесие изисква една променлива да се намира в лявата част на уравнението, а останалите да са в дясната – като фактори. Присъединяваме се към мнението, че използването на Енгъл-Грейнджър е най-подходящо в случаите на модели с един фактор. Тази процедура е относително лека за прилагане. Същността на оценяваното коинтеграционно уравнение е много близка до класическото регресионно уравнение. Това прави лесна интерпретацията на резултатите. Процедурата на Енгъл-Грейнджър е втора по разпространение в програмните продукти.

През 1991 г. Сорен Йохансен предлага свой алгоритъм за идентифициране и оценка на коинтеграция. Той се базира на идентификация на не само един, а на множество коинтеграционни вектори. Процедурата се основава на взаимодействията между ранга на матрицата на коефициентите на модела и векторна авторегресия на собствените му числа. Модел на векторна авторегресия (*VAR*) за две променливи  $y_{1t}$  и  $y_{2t}$  е:

$$y_{1t} = A_{1,1} \cdot y_{1,t-1} + A_{1,2} \cdot y_{2,t-1} + \varepsilon_{1,t} \quad (25)$$

$$y_{2t} = A_{2,1} \cdot y_{1,t-1} + A_{2,2} \cdot y_{2,t-1} + \varepsilon_{2,t} \quad (26)$$

където:

$A_i$  е независима от времето  $k \times k$  матрица;

$\varepsilon_t$  –  $k \times 1$  вектор от остатъци.

Уравнения (25) и (26) във векторна форма и първи разлики имат следния вид:

$$\begin{bmatrix} \Delta y_{1t} \\ \Delta y_{2t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{1,1} - 1 & A_{1,2} \\ A_{2,1} & A_{2,2} - 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{1,t-1} \\ y_{2,t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,t} \\ \varepsilon_{2,t} \end{bmatrix} \quad (27)$$

При полагане с

$$\Delta z_t = \begin{bmatrix} \Delta y_{1t} \\ \Delta y_{2t} \end{bmatrix}, \pi = \begin{bmatrix} A_{1,1} - 1 & A_{1,2} \\ A_{2,1} & A_{2,2} - 1 \end{bmatrix}, \varepsilon_t = \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,t} \\ \varepsilon_{2,t} \end{bmatrix}$$

$$\text{придобиват следния вида } \Delta z_t = \pi \cdot z_{t-1} + \varepsilon_t \quad (28)$$

Следва да се изчисли ранга на матрицата  $\pi$ . Ако тя е с нулев ранг, то  $\Delta z_t = \varepsilon_t$  т.е.  $y_{1t}$  и  $y_{2t}$  не са стационарни и не са коинтегрирани променливи. Ако рангът е равен на броя на променливите, тогава  $y_{1t}$  и  $y_{2t}$  са стационарни променливи. В междинните случаи, ранга на матрицата определя броя на коинтеграционните уравнения – в случая вектори. Така ако рангът е равен на единица, съществува само един коинтеграционен вектор.

На практика, броят на коинтеграционните вектори може да бъде установен като резултат от оценка на значимостта на собствените стойности на матрицата  $\pi$ . За това за всяко цяло число  $r$  от 0 до ранга на матрицата  $\pi$  се изчислява тест  $\lambda(r)$  по формулата:

$$\lambda(r) = -T \sum_{t=r+1}^n \ln(1 - \hat{\lambda}_t), \quad (29)$$

където:

$T$  е брой наблюдения;  $\hat{\lambda}_t$  - собственото значение на матрицата  $\pi$ .

След това, „тези стойности се сравняват с таблични при съответстващо ниво на значимост“ (Johansen, 1995). Всяка тестова статистика на  $\lambda(r)$  се използва за проверка на хипотезата  $H_0$  – броят на коинтеграционните вектори равен на  $r$  срещу  $H_1$ :  $r+1$ .

*VAR*-моделът в дясната част съдържа само лагови стойности на променливите от лявата страна. Тези променливи по дефиниция не корелират с остатъците. Поради това оценяването на параметрите на *VAR* модела може да се извършва чрез обикновения метод на най-малките квадрати, оценявайки последователно едно уравнение след друго. Въпреки това, общият вектор с остатъци  $\varepsilon_t$  може да има недиагонална матрица на ковариация. По този начин най-подходящ метод за оценяване на параметрите се оказва обобщения МНМК.

Тълкуването на резултатите от процедурата на Йохансен създава затруднения. „Провеждани са опити векторните коефициенти да се тълкуват като коефициенти на еластичност, но опитите са остро критикувани и в следствие отхвърлени“ (Johansen, 2005). Това отличава рязко методът от процедурата на Енгъл-Грейнджър, където резултатите се тълкуват като коефициенти на регресионното уравнение.

*Присъединяваме се към мнението, че основно предимство на процедурата на Йохансен е възможността да се идентифицират множество коинтеграционни вектори между изследваните променливи. Друго важно достоинство е отпадането на необходимостта в предварителния етап на изследване променливите да бъдат разделяни на факторни и зависими. Недостатък е затруднената интерпретация на векторните коефициенти.*

### **Тестове за наличие на коинтеграция при структурни прекъсвания**

В продължение на тестването за единичен корен със структурни прекъсвания се разглеждат и възможностите за коинтеграция на времевите редове със структурни прекъсвания. **Грегъри** и **Хансен** предлагат през 1996 г. един от първите тестове за коинтеграция с възможност за отчитане на евентуални прекъсвания в данните. *Те предлагат четири различни модела, според спецификата на данните – стандартна*

коинтеграция, коинтеграция с прекъсване в нивото, с прекъсване в тренда и с прекъсване в нивото и тренда, използват фиктивна променлива за евентуалните дати на прекъсвания в редовете. Тестовата статистика се базира на проверка за единичен корен в остатъците. Проверява се нулева хипотеза за липса на коинтеграция срещу алтернативна за коинтеграция със структурни прекъсвания. Методът позволява регистрирането на едно прекъсване, което е с неизвестна дата. Това класифицира процедурата към ендогенните техники. Критичните стойности за Грегъри-Хансен са таблични, модифициращи стойностите на Маккинън. „Процедурата на Грегъри-Хансен може да се разглежда като естествено продължение на теста за единичен корен със структурни прекъсвания на Зивот-Андрюс” (Dritsakis, 2012).

*Проучването на тестовете в иконометричните програмни продукти показва, че метода на Грегъри-Хансен е най-често предлаганата процедура за коинтеграция при структурни прекъсвания.*

**Сайконен и Люткепул** (Saikkonen, 2000) представят своя процедура за изследване на коинтеграцията между няколко променливи. В първият етап се оценява детерминистичен тренд  $D_t$ , а параметрите му – чрез специална процедура, предложена от авторите и базираща се на МНК. Като следваща стъпка, оцененият тренд се изважда от стойностите на реда. Във вторият етап за коригираната серия се прилага тест от типа на Йохансен. Критичните стойности варират според типа на детерминистичния тренд за конкретно изследваните величини. Възможни опции са константа линеен тренд, сезонни фиктивни променливи. “Предимството на тази процедура е, че асимптотичното разпределение на тестовата статистика при нулевата хипотеза е същата, както в случая на известна дата на прекъсване и не зависи от самата дата. Процедурата съчетава предимствата на екзогенните и ендогенните тестовете за единичен корен.” (Lee, 2003). *Методът се предлага реализиран само в програмния продукт Jmulti.*

Тъй като може да има повече от едно структурно прекъсване в коинтеграционните връзки **Хатеми-Дж** през 2008 г., публикува тест, който отчита две структурни прекъсвания. Тестът разглежда само модел с прекъсване, в който две ендогенни прекъсвания влияят едновременно върху зависимостта. „Процедурата се смята за продължение на теста на Грегъри-Хансен, но за две прекъсвания” (Ketenci, 2014). *Тестът се среща само в програмния продукт Gauss.*

За случаи с повече от две прекъсвания се предлага тест от **Маки** през 2012 г. Той е базиран на процедурата на Бай-Перън за структурни прекъсвания. Тестът реагира на първоначално неизвестен брой прекъсвания. Нулевата хипотеза предполага липса на коинтеграция, а алтернативната – коинтеграция с неуточнен брой прекъсвания. За основно преимущество се посочва, че „тестът може да реагира на едно, две или повече неизвестни прекъсвания” (Maki, 2012). *Няма реализации в известните иконометрични програмни продукти.*

Процедурите за регистриране на коинтеграция при редове, съдържащи структурни прекъсвания, са по-малко и по-нови в сравнение с методите за интеграция при прекъсвания. Също така са и по-рядко реализирани в специализираните програмни

продукти (вж. табл. 2). Резултатите от тестовете, неотчитащи прекъсвания и тестовете с отчитане на прекъсванията са сравнени експериментално с реални данни.

*В резултат от анализ на развитието на коинтеграционния подход, предлагаме обобщение на развитието на теорията за коинтеграцията и методите за изследването ѝ в три етапа. Според нас те най-добре характеризират качествените промени в изграждането и утвърждаването на коинтеграционния подход.*

*Първи етап – инициране.* Той обхваща изследвания и открития, които обуславят потребността от нови методи за изучаване на времеви редове. Тук могат да се отнесат изследванията за фалшива регресия, революционните нововъведения на Бокс и Дженкинс за авторегресията и моделирането ѝ, както и теорията и теста на Грейнджър за причинно-следствени връзки – каузалност по Грейнджър.

*Втори етап – формиране.* Към него могат да се отнесат откриването и затвърждаването на коинтеграцията като подход. Към този етап принадлежат фундаменталните публикации на Енгъл и Грейнджър, критиките към тях и утвърждаването на метода на Йохансен.

*Трети етап – развитие.* През този етап се решават проблеми, възникващи при емпиричното използване на коинтеграцията и се търсят приложения на подхода в други области на статистиката. Предлагат се решения на казуса обвързан със структурните прекъсвания. За изследване порядъка на интегрираност с отчитане на структурните изменения се утвърждават процедурите на Зивот-Андрюс, Бай-Перън, предлагат се и по-нови решения. За коинтеграцията със структурни прекъсвания се въвеждат и утвърждават процедурите на Грегъри-Хансен, Сайконен-Люткепул и други, с които се решават съвременни икономически проблеми. Разработват се и методи за изследване на коинтеграцията при панелни данни.<sup>6</sup>

### **Програмно осигуряване**

Тестовете за проверка порядъка на интеграция и наличието на коинтеграция във времевите редове са станали част от статистико-иконометричните програмни продукти. В табл. 1 са представени резултатите от проучването на различните методи за проверка на интегрираност според наличието им в софтуерни продукти, към 10.11.2014 г. (включват се не само стандартно наличните, но и допълнително достъпните процедури – добавки към съответния софтуер). Продуктите са подбрани като най-често използвани.

---

<sup>6</sup> В част от литературата са известни и като „*Longitudinal data*” – надлъжни данни, по дължина – комбинация между вариационни и времеви редове. Тестове за единичен корен при панелни данни са разработени от Левин-Лин-Чу (*LLC*), Им-Песаран-Шин (*IPS*), Мадала-Ю (*MW*) и др. За коинтеграция са известни техниките на Педрони, Као, Банержи-Силвестр, МакКоски-Као и др.

Таблица 1

Наличие на тестове за порядък на интегрираност на времеви редове в програмни продукти

Тестове за интегрираност / Програмни продукти	DF	ADF	ERS	PP	KPSS	ZA	PR	LS	BP	HEGY	Други
Eviews		<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>			<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Gauss			<input checked="" type="checkbox"/>					<input checked="" type="checkbox"/>			<input checked="" type="checkbox"/>
Gretl		<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>					<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
JMulti		<input checked="" type="checkbox"/>			<input checked="" type="checkbox"/>					<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Limdep & Nlogit	<input checked="" type="checkbox"/>			<input checked="" type="checkbox"/>							
Mathematica	<input checked="" type="checkbox"/>			<input checked="" type="checkbox"/>							
Matlab		<input checked="" type="checkbox"/>		<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>					
R		<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>			<input checked="" type="checkbox"/>		
RATS	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>			<input checked="" type="checkbox"/>
RTS	<input checked="" type="checkbox"/>			<input checked="" type="checkbox"/>		<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>				<input checked="" type="checkbox"/>
SAS		<input checked="" type="checkbox"/>		<input checked="" type="checkbox"/>					<input checked="" type="checkbox"/>		
Shazam	<input checked="" type="checkbox"/>			<input checked="" type="checkbox"/>							
Stata		<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>		<input checked="" type="checkbox"/>				<input checked="" type="checkbox"/>	
NumXI (добавка към Ексел)		<input checked="" type="checkbox"/>			<input checked="" type="checkbox"/>						
Web.reg (добавка към Ексел)		<input checked="" type="checkbox"/>									

където:

*DF* – Дики-Фулър тест

*ADF* – Обобщен тест на Дики-Фулър

*ERS* – известен и като *DF-GLS* – Елиът, Ротенберг и Сток тест

*PP* – Филипс-Перън тест

*KPSS* – Квайтовски, Филипс, Шмидт, Шин тест

*ZA* – Зивот-Андрюс тест

*PR* – Перън-Родригес тест

*BP* – Бай-Перън тест

*LS* – Лий и Страцицих тест

*HEGY* – Хилебърг-Енгъл-Грейнджър-Юо тест

Най-често реализирани са процедурите на Дики-Фулър; на следващо място е Филипс-Перън; третото място заема КПСС. Някои от програмните продукти предлагат и *ERS*-тест. Той е базиран на Дики-Фулър алгоритъма, но е реализиран чрез обобщения метод на най-малките квадрати от Елиът, Ротенберг и Сток.

От групата на тестовете с отчитане на структурни прекъсвания, най-често срещан е теста на Зивот-Андрюс. След него се нарежда теста на Бай-Перън. Само в два от продуктите се срещат Лий-Страцицих и Перън-Родригес. Прави впечатление, че тестовете с прекъсвания са по-рядко изградени в програмните продукти. Представени са само ендогенни и смесени тестове.

Четири от продуктите предлагат тест с възможност за отчитане на сезонността *HEGY*. Шест от разглежданите софтуери предлагат и други тестове за наличие на единичен корен.

Не всички програмни продукти, които разполагат с функционалност за изследване на интегрираност, разполагат с възможности за проверка на коинтеграция. В табл. 2 са представени резултатите от проучването на наличните процедури за коинтеграция в иконометрични софтуерни продукти, към 10.11.2014 г. (включват се не само стандартно наличните, но и допълнително достъпните процедури – добавки).

Разгледаните програмни продукти най-често съдържат коинтеграционната процедура на Йохансен. По-рядко се среща реализация на алгоритъма на Енгъл-Грейнджър. Само Гретъл и Матлаб позволяват на изследователите да сравнят резултатите като съдържат едновременно и двете процедури.

Таблица 2  
Наличие на процедури за изследване на коинтеграция при времеви редове в иконометрични програмни продукти

Процедури за коинтеграция / Програмни продукти	Енгъл-Грейнджър	Йохансен	Грегъри-Хансен	Сайконен-Люткепул	Хатеми-Дж
Eviews		<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>		
Gauss					<input checked="" type="checkbox"/>
Gretl	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>		
Jmulti		<input checked="" type="checkbox"/>		<input checked="" type="checkbox"/>	
Mathematica		<input checked="" type="checkbox"/>			
Matlab	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>			
R		<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>		
RATS	<input checked="" type="checkbox"/>		<input checked="" type="checkbox"/>		
SAS	<input checked="" type="checkbox"/>				
Shazam		<input checked="" type="checkbox"/>			
Stata		<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>		
NumXI (към Ексел)		<input checked="" type="checkbox"/>			

Методите за тестване на коинтеграция с прекъсвания са представени по-рядко. Само пет от разглежданите продукти съдържат такива техники. Пет от софтуерите предлагат тест на Грегъри-Хансен, един на Сайконен-Люткепул и един на процедурата на Хатеми-Дж.

**Апробиране на методи за изследване на коинтеграция на времеви редове без и със отчитане на прекъсванията**

Вече отбелязахме, че в икономиката често настъпват структурни промени. Ако тяхното влияние в данните – прекъсвания във времевите редове, не се отчете може да се стигне до некоректни изводи за тенденциите и функционалните зависимости на изследваните икономически процеси. Пример за икономически процеси, които имат статистически времеви редове с прекъсвания са БВП, внос, износ и др.

За сравнение на резултатите от процедурите за изследване на порядъка на интегрираност на редове без и със отчитане на структурните прекъсвания са



използвани данните за внос на стоки и услуги по текущи цени за периода 2000-2013 г. – тримесечни оценки (данните са от електронния портал на НСИ към 01.07.2014 г.).

1. Първоначално се проверява вида и порядъка на интегрираност на времевия ред. Като подготвителен етап прилагаме статистическия графичен метод. Той е силен инструмент, който може да се ползва за визуализация на времевия ред. От графиката на реда изследователят може да направи заключения за наличие на тенденции, резки отклонения (възможни прекъсвания), вариационен размах, минимални и максимални стойности и др. На фиг. 1 е представен вноса по тримесечия за периода 2000-2013 г. Наблюдава се тенденция към покачване на вноса с леки отклонения. Следователно реда на вноса е нестационарен. Очертават се и две големи отклонения под формата на резки спадове извън границите на обичайното флукуиране. Те са около 2005-2006 г. и около 2009-2010 г. Двата спада разделят условно реда на три части, което ще имаме предвид по-нататък в анализа.

Фигура 1



Изследването на серията от данни за порядъка на нейната интегрираност извършваме чрез един от най-често реализираните тестове в програмните продукти – *ADF*-тест. Той се ползва в трите му разновидности – без и със константа и едновременно с константа и тренд. Нулевата хипотеза е за нестационарност на процеса, алтернативната – за стационарност. Резултатите от тестването с програмния продукт Гретъл са обобщени в табл. 3.

И за трите разновидности на теста асимптотичната  $p$ -стойност<sup>7</sup> е по-голяма от критичната 0.05 (при 95% сигурност). Следователно и за трите разновидности няма

<sup>7</sup>  $P$  - probability – вероятност, правдоподобност

основание да се отхвърли нулевата хипотеза. На втори етап е приложен същия тест към първите разлики на променливата (фиг. 2 – ляво).

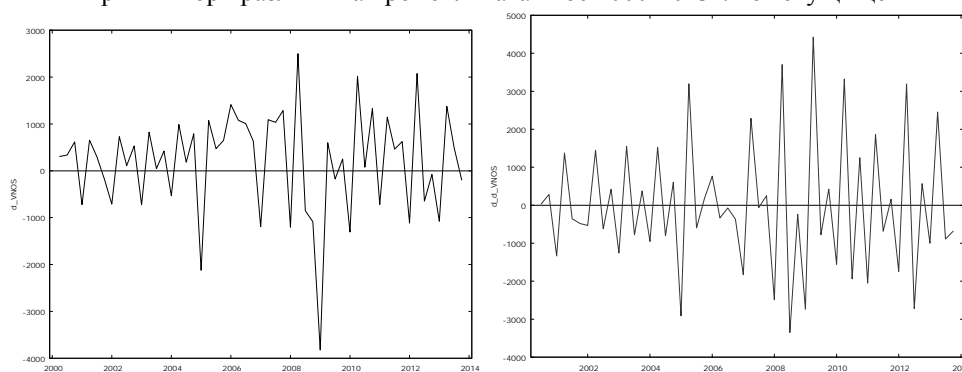
Таблица 3

Резултати от приложение на ADF тест

ADF тест/асимптотична $p$ -стойност	Без константа	С константа	С константа и тренд
Внос	0.947	0.786	0.116
D (Внос)	0.097	0.042	0.160
DD (Внос)	4.095e-008	1.611e-006	2.086e-005

Фигура 2

Първи и втори разлики на променливата внос 2000-2013г. по текущи цени



Резултатите за първите разлики  $D$  на променливата показват, че в случаите без константа и едновременно с константа и тренд категорично описват нестационарен процес. Само в случая с константа  $p$ -стойността е близка до граничната  $0.05$  и показва стационарност. Поради липсата на категоричност тестът се прилага и за вторите разлики  $DD$  на променливата (фиг. 2 – дясно). Резултатите от вторите разлики са в една посока. И при трите разновидности  $p$ -стойностите са далеч по-малко от граничната  $0.05$ . Приемаме алтернативната хипотеза за стационарност. Следователно променливата е интегрирана от втори порядък  $Vнос \sim I(2)$ .

За сравнение на резултатите с групата на тестовете, индикиращи структурни прекъсвания се използва метода на Зивот-Андрюс. Тестът се реализира чрез програмния продукт Евюс. Резултатите са обобщени в табл. 4.

Тестът е конструиран с нулева хипотеза за нестационарност със структурно прекъсване и алтернативна – стационарност със структурно прекъсване. Разполага се с три разновидности за изследваните прекъсвания – в константата, в тренда и едновременно в двете. Тестът съдържа и графична интерпретация (фиг. 3).

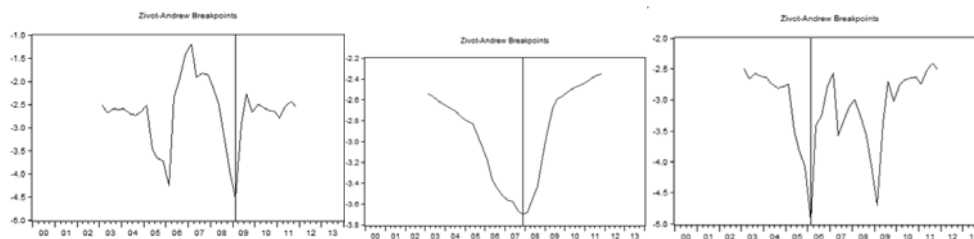
Таблица 4

Резултати от приложение на Зивот-Андрюс тест

Зивот-Андрюс тест		Прекъсване в константата	Прекъсване в тренда	Прекъсване в константата и тренда
5% крит. стойност за t		-4.930	-4.420	-5.080
Внос	t-статистика	-3.702	-4.548	-4.947
	Хипотеза	$H_0$	$H_0$	$H_0$
	Дата на прекъсване	2007Q4	2009Q1	2006Q1
D (Внос)	t-статистика	-2.918	-3.884	-4.056
	Хипотеза	$H_0$	$H_0$	$H_0$
	Дата на прекъсване	2009Q3	2008Q3	2008Q3
DD (Внос)	t-статистика	-	-12.106	-12.041
	Хипотеза	-	$H_1$	$H_1$
	Дата на прекъсване	-	2009Q3	2009Q3

Фигура 3

Графичен резултат от тестването на променливата *Внос* с метода на Зивот-Андрюс



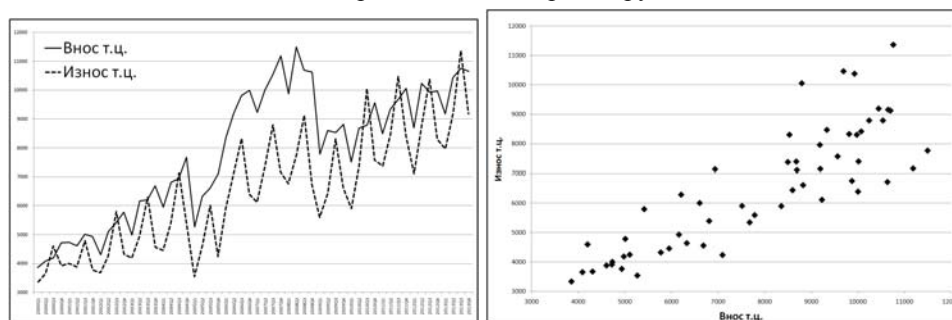
Трите разновидности на теста индикират за променливата внос по една дата на прекъсване, съответно: *2007Q4*, *2009Q1*, *2006Q1*. И трите форми на теста приемат нулевата хипотеза за нестационарност. Провежда се втора итерация, но с данните за първите разлики *D* на променливата. Отново и трите разновидности на Зивот-Андрюс теста затвърждават хипотезата за нестационарност. Поради изместването на данните за изчисляване на първите разлики, следва датите за прекъсвания от теста да не се вземат предвид. При следващата итерация с вторите разлики *DD*, тестът индикира стационарност. Формата за прекъсване в константата не дава резултат поради близост до единична матрица. *Въпреки ограничението на теста за идентификация на само едно прекъсване, чрез прилагането на различните му модификации се открояват няколко дати.* Техниката на Зивот-Андрюс затвърждава заключението от *ADF*-теста – интегрираност от втори порядък  $Внос \sim I(2)$ .

- За сравнение на резултатите от процедурите за изследване на коинтеграция без и със отчитане на структурните прекъсвания в данните проверяваме коинтеграцията на реда на вноса с данните за износа през същия период. Износът също е интегриран от втори порядък – *Износ*  $\sim I(2)$ . Обвързаността на импортните и экспортните структури, както и тяхната важност за икономиката са изследвани от Александър Тасев (Тасев, 2011), а външнотърговската специализация от Веселин Минчев (Mintchev, 1999). От разпределението на двете променливи във времето

(фиг. 4 ляво) се вижда, че те си взаимодействат в голяма степен. Двете величини имат относително еднаква посока на изменение през оформените подпериоди. Точковата диаграма (фиг. 4 дясно) показва струпване около мястото на глолоповящата, което отново потвърждава силното им взаимодействие.

Фигура 4

Променливите Внос и Износ от 2000 до 2013 г. по текущи цени, тримесечни данни – във времето и една спрямо друга



По отношение на коинтегрирането на статистическите времеви редове на вноса и износа, на първо място се прилага процедурата на Енгъл-Грейнджър. Двата разглеждани времеви реда изпълняват изискването да бъдат интегрирани от еднакъв порядък и той да е различен от нула. Дългосрочното уравнение между променливите се специфицира като  $Износ=f(Внос)$ . На етапа за тестване за стационарност на остатъците метода показва наличие на коинтеграция – асимптотичната  $p$ -стойност е  $0.035$  и е по-ниска от граничната  $0.050$ . Софтуерът предлага следното уравнение.

$$Износ=0.8220.Внос \quad (30)$$

Направено е изследване на данните за коинтеграция със структурни прекъсвания, чрез прилагане на най-разпространения метод в програмните продукти – теста на Грегъри-Хансен. Използваме програмния продукт  $R$ . Резултатите са обобщени в табл. 5.

И трите разновидности на теста потвърждават алтернативната хипотеза за наличие на коинтеграция със структурно прекъсване. Отделните модели очертават различни дати за прекъсванията –  $2009Q1$  и  $2006Q1$ .

Както процедурата на Енгъл-Грейнджър посочва, че между променливата на вноса и променливата на износа съществува коинтеграция, така и техниката на Грегъри-Хансен допълнително потвърждава наличието на коинтеграционна зависимост и идентифицира две от вече известните дати на прекъсване.

Приложените процедури за коинтеграционен анализ –  $ADF$ -тест, Зивот-Андрюс, Енгъл-Грейнджър и Грегъри-Хансен се вписват адекватно по отношение на изследваните времеви редове на износа и вноса. От гледна точка на прецизността е ясно, че трябва да се отчетат възможностите за структурни прекъсвания в данните.

Процедурите, които не отчитат влиянието на структурните изменения в икономическата система крият риск. От една страна, съществува риск от загуба на информация, тъй като няма да е отчетено наличието на отделни подпериоди в развитието на изследвания обект. От друга страна, поради промяна в характера на изследваното явление, е възможно редовете да не се коинтегрират, т.е. да не се достигне до уравнение на функционалната зависимост. *По наше мнение преди прилагане на коинтеграционния подход следва към времевите редове първоначално да се приложи графичния метод, чрез него да се отчете евентуално наличие на структурни прекъсвания в данните, след което да се изберат подходящи подпериоди и коинтеграционни тестове за установяване на функционалните зависимости между изследваните явления.*

Таблица 5

Резултати от приложение на Грегъри-Хансен тест

Грегъри-Хансен Тест		Прекъсване в нивото	Прекъсване в тренда	Прекъсване в нивото и тренда
Дата на прекъсване		2009Q1	2006Q1	2006Q1
ADF	t-статистика	-6.556	-7.456	-10.211
	5% крит. Стойност	-4.610	-4.990	-4.950
	Хипотеза	$H_1$	$H_1$	$H_1$
Zt	t-статистика	-6.611	-7.525	-10.502
	5% крит. Стойност	-4.610	-4.990	-4.950
	Хипотеза	$H_1$	$H_1$	$H_1$
Za	t-статистика	-49.062	-56.864	-71.802
	5% крит. Стойност	-40.480	-47.960	-47.040
	Хипотеза	$H_1$	$H_1$	$H_1$

### Заклучение

Класическите статистико-икономически методи, чрез които се изследват зависимости между процеси представени с времеви редове, предоставят ограничени възможности. С развитието на теорията за коинтеграцията между времеви редове се прави крачка за разширяване на възможностите за анализ. От обзорния анализ на коинтеграционния подход направен в това изследване се установяват някои негови предимства. Първо, той предоставя допълнителни възможности за анализ на времеви редове, като осигурява база за изучаване на по-широк кръг от явления – представените чрез нестационарни времеви редове. Второ, отпадането на необходимостта от предварителна обработка (разпадане на компонентите на времевия ред) на данните осигурява наличието на реалната информация за дългосрочното взаимодействие между анализирани променливи. Посочените предимства налагат коинтеграционния подход при изследване на статистически времеви редове на икономически процеси и показатели. Направената апробация е едно доказателство, че методите на коинтеграционния подход успешно моделират функционални зависимости и в частност връзката между внос и износ.

## Използвана литература

- Аркадиев, Д. (2005). Иконометрия. Стара Загора: РИК Искра.
- Кралска Шведска академия на науките. (2003). Нобелова награда за постижения в областта на икономическите науки за 2003г. – Икономическа мисъл, N 6, с. 102-110.
- Маринов, Г. (2014). Панелни единични корени и коинтеграция, издирени и записани чудновати истории. С примери на Р. Варна: Онгъл.
- Петков, П. (2009). Коинтеграционен анализ на агрегираната производствена функция посредством авторегресионни модели с разпределен лаг (ARDL). – Икономически изследвания, N 4, с. 3-35.
- Русев, Ч. (1999). Статистически методи за анализ на временни редове. Варна: Университетско издателство на ИУ-Варна.
- Стефанова, И. (2013). Банкова практика за сигурност на кредитите. – Икономическа мисъл, N 5, с. 90-108.
- Тасев, А. (2011). Статистически времеви редове на външнотърговския стокообмен на България, 1986-2006. Том 1 и 2. София: АИ „Проф. Марин Дринов”.
- Хаджиев, В. (2001). Иконометрична оценка на еластичността на външната търговия чрез биспектралния анализ. – Икономически изследвания, N 2, с.150-167.
- Цанов, В. (1999). Моделиране на пазара на труда в България. – Икономически изследвания, N 1, с. 123-172.
- Bai, J., Perron, P. (1998). Estimating and Testing Linear Models With Multiple Structural Changes. – *Econometrica*, 66, p. 47-78.
- Campos, J., Ericsson, N. R., Hendry, D. F. (1996). Cointegration tests in the presence of structural breaks. – *Journal of Econometrics*, 70, p. 187-220.
- Charemza, W. W., Syczewska, E. M. (1998). Joint application of the Dickey-Fuller and KPSS tests. – *Economics Letters* 61, p. 17-21.
- Christiano, L. J. (1992). Searching for a break in GNP. – *Journal of Business Economics and Statistics*, 10, p. 237-250.
- Dritsakis, N. (2012). Structural Breaks, Cointegration and the Demand for Money in Greece. – *The IUP Journal of Applied Economics*, Vol. XI, N 3, p. 5-21.
- Engle, R. Granger, C. (1987). Co-integration and error correction: representation, estimation and testing. – *Econometrica*.
- Gujarati, D. (2007). *Basic Econometrics*. New Delhi: Tata McGraw-Hill.
- Johansen, S. (2005). Interpretation of cointegrating coefficients in the cointegrated vector autoregressive model. – *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 67(1), p. 93-104.
- Johansen, S., Juselius, K. (1995). Testing structural hypotheses in a multivariate cointegration analysis of the PPP and the UIP of UK. – *Journal of Econometrics* 53, p. 211-244.
- Johansen, S., Mosconi, R., Nielsen, B. (2000). Cointegration analysis in the presence of structural breaks in the deterministic trend. – *The Econometrics Journal*, 3, p. 216-249.
- Ketenci, N. (2014). The bilateral trade balance of the EU in the presence of structural breaks. – MPRA Paper N 54661.
- Lee, J., Strazicich, M. (2001). Testing the null hypothesis of stationarity in the presence of structural breaks. – *Applied Economic Letters*, Vol. 8, p. 377-382
- Lee, J., Strazicich, M. (2003). Minimum Lagrange Multiplier unit root tests with two structural breaks. – *Review of Economics and Statistics*, Vol. 81, p. 1082-1089.
- Lumsdaine, L., Papell, D. (1997). Multiple trend breaks and the unit root hypothesis. – *Review of Economics and Statistics*, Vol. 79, p. 212-218.
- MacKinnon, J. (2010). *Critical Values for Cointegration Tests*. – Working Papers 1227, Queen's University, Department of Economics.

- Maddala, G., Kim, M. (1998). Unit Roots, Cointegration, and Structural Change. Cambridge University Press.
- Maki, D. (2012). Tests for cointegration allowing for an unknown number of breaks. – *Economic Modelling*, 29(5), p. 2011-2015.
- Mintchev, V. (1999). Les Echanges de biens industriels entre la Bulgarie et L' Union europeenne (1990-1995). – *Revue d'etudes comparatives Est-Ouest*, Vol. 30, N 4, p. 123-152.
- Nelson, C., Plosser, C. (1982). Trends and random walks in macroeconomic time series: Some evidence and implications. – *Journal of Monetary Economics*, Vol. 10, N 2, p. 139-162.
- Ohara, H. (1999). A unit root test with multiple trend breaks: A theory and application to US and Japanese macroeconomic time series. – *The Japanese Economic Review*, Vol. 50, p. 266-290.
- Peracchi, F. (2001). *Econometrics*. John Wiley and Sons, Ltd.
- Perron, P. (1989). The great crash, the oil price shock and the unit root hypothesis. – *Econometrica*, Vol. 57, p. 1361-1401.
- Phillips, P. (1986). Understanding spurious regressions in econometrics. – *Journal of Econometrics* 33, p. 311-340.
- Saikkonen, P., Lutkepohl, H. (2000). Testing for the cointegration rank of a VAR process with structural shifts. – *Journal of Business & Economic Statistics*, 18, p. 451-464.
- Enders, W. (1995). *Applied Econometric Time Series*. John Wiley and Sons, Inc.
- Zivot, E., Andrews, D. (1992). Further evidence on the great crash, the oil price shock and the unit root hypothesis. – *Journal of Business and Economic Statistics*, Vol. 10, p. 251-270.