

ФАКТОРЕН АНАЛИЗ НА ПРИРАСТИ НА АБСОЛЮТНИ РЕЗУЛТАТИВНИ ВЕЛИЧИНИ С РЕАЛНИ НЕТНИ И БРУТНИ ЕФЕКТИ

Предложена е методика за факторен анализ на прирасти на резултативни абсолютни величини – икономически показатели за произведена продукция, добавена стойност и др., които могат да се представят като произведения на интензивни характеристики за производителност на труда, капиталоемкост и т.н. с екстензивни количества единици за вложен труд, активи и др. Разгледани са две форми на анализа – при негрупирани и групирани данни. При първите се работи с два фактора - промените на интензивния и екстензивния показатели. При вторите интензивната характеристика представлява претеглена средна от групови характеристики, например по отрасли, фирми и др., докато екстензивната е сума от груповите екстензивни единици. С този подход се измерват ефектите на три фактора - промени на груповите интензивни показатели, структурни промени на груповите екстензивни показатели и промяна на сумарния екстензивен показател. Според възприетата логика възникват съвместни влияния само при еднопосочни изменения на факторните показатели.

JEL: C10; D11

I. Факторен анализ при негрупирани данни

С известния индексен факторен анализ се определят отделни прирасти (ефекти), на които се подразделя изменението на даден икономически показател като обем на произведена продукция, добавена стойност, разходи, печалба и др. Всеки такъв показател може да се представи като резултативна величина чрез произведението между интензивна и екстензивна характеристика. Ако първата е средната производителност на труда p на единица вложено количество труд, а втората характеристика – размерът на вложения труд q , произведението на двете величини е равно на обема на произведената продукция S през даден календарен период. Или аналитично: $S = pq$. Другият случай на връзка между резултативната величина като сума от нейните части по някакъв признак: $S = s_1 + s_2 + \dots + s_n$ не създава никакъв проблем и поради това не се обсъжда. Ако се сравняват данните за две календарни години, първата от които се разглежда като базисен период, а втората – като отчетен, прирастът на продукцията (резултативната величина) е $\Delta S = S_1 - S_0$, където S_1 е размерът на произведената продукция през отчетния период, а S_0 - размерът на съответната продукция през базисния

период. Целта на изследването е да се представи еднозначно и логически издържано решение на факторен анализ на прирасти въз основа на подразделяне прираста ΔS само на реални части.¹

В елементарния случай на индексния факторен анализ при негрупирани данни се решава задачата за подразделяне на общия прираст ΔS на два ефекта (прираста): ΔS_p - от промяна на средната производителност на труда и ΔS_q - от промяна на вложеното количество труд през отчетния период спрямо базисния. Посочената задача може да се реши в два аспекта - мултипликативен и адитивен. В мултипликативен аспект изменението на резултативната величина S се изразява чрез общ (тотален) индекс I_s , който се разлага на два факторни субиндекса: I_p за изменението на интензивната величина и I_q - за изменението на екстензивната величина. Тези факторни субиндекси измерват влиянията на двата вида промени. В учебната литература трите индекса I_s , I_p и I_q се разглеждат като темпове на растеж на произведената продукция, производителността на труда и вложеното количество труд – например броя на работниците.² Или $I_s = I_p I_q$. В адитивен аспект същата задача се решава чрез прираста на резултативната величина ΔS , който се разлага на два факторни прираста ΔS_p и ΔS_q от самостоятелните влияния на двата вида промени, както и на трети факторен прираст ΔS_{pq} от тяхно съвместно влияние.

Във връзка с посочените два аспекта на индексния факторен анализ, е необходимо да се отбележи, че вторият адитивен аспект е по-съдържателен от мултипликативния, защото именно чрез него може да се установи величината на евентуално съществуващ съвместен резултат ΔS_{pq} . Това е така, защото произведението $I_s = I_p I_q$ показва само колко пъти или с колко процента се е изменила резултативната величина S единствено от изменението на интензивната p (производителността на труда) и на екстензивната q (вложеното количество труд), но не и от тяхното съвместно изменение. В този смисъл по-нататъшното изложение е направено върху основата на адитивния анализ, от който може да се премине в мултипликативен.

¹ Христов, Е. Прирастът на продукцията според промените във вложеното количество труд и производителността на труда. – Статистика, 1978, N 5, с. 35-47.

² Гатев, К. Въведение в статистиката. С., Лиа, 1995, с. 353-354.

Най-напред се въвежда известното условие, че т. нар. съвместен резултат (прираст или намаление на продукцията) съществува реално само при еднопосочни изменения на интензивния и екстензивния показател.³ По-конкретно такъв съвместен прираст ще има реално само при едновременни увеличения на производителността на труда и на вложеното количество на труда през отчетния спрямо базисния период. И обратно, реално съвместно намаление на продукцията ще има само при едновременни намаления на производителността на труда и на вложеното количество труд. В другите случаи на разнопосочни промени – увеличение на производителността на труда и едновременно намаление на вложения труд, както и при обратно намаление на производителността и увеличение на труда, няма никакви съвместни резултати (прираст или намаление на продукцията).

Ако се обозначи с p_0 и p_1 средната производителност на труда на едно заето лице през базисен и отчетен период, а с q_0 и q_1 - съответният брой на заетите през двата периода, $S_0 = p_0 q_0$ е обемът на произведената продукция през базисния период, $S_1 = p_1 q_1$ - обемът на продукцията през отчетния период, а $\Delta S = S_1 - S_0$ е нейният прираст. Последният може да се представи като алгебрична сума от следните прирасти (ефекти):

ΔS_p - само от изменението на производителността на труда
 $\Delta p = p_1 - p_0$, ΔS_q - само от промените в броя на заетите $\Delta q = q_1 - q_0$ и
 ΔS_{pq} - евентуален съвместен резултат от еднопосочни изменения (увеличения или намаления) на производителността на труда и на заетите.

Посочените ефекти се определят при следните четири условия според измененията на p и q :

а) при $p_0 < p_1$ и $q_0 < q_1$, $\Delta S_p = (p_1 - p_0)q_0 = \Delta p q_0$,
 $\Delta S_q = (q_1 - q_0)p_0 = \Delta q p_0$ и $\Delta S_{pq} = (p_1 - p_0)(q_1 - q_0) = \Delta p \Delta q$. Този случай се решава с много популярната формула за съвместния резултат:

$$\Delta S = \Delta S_p + \Delta S_q + \Delta S_{pq} = (p_1 - p_0)q_0 + (q_1 - q_0)p_0 + (p_1 - p_0)(q_1 - q_0)^4$$

б) при $p_0 > p_1$ и $q_0 > q_1$, $\Delta S_p = (p_1 - p_0)q_1 = \Delta p q_1$,
 $\Delta S_q = (q_1 - q_0)p_1 = \Delta q p_1$ и $\Delta S_{pq} = (-1)(p_1 - p_0)(q_1 - q_0) = -\Delta p \Delta q$. Вторият случай е обратен на първия, но не може коректно да се реши чрез формулата със съвместния резултат в точка (а). Общо двата случая (а) и (б) се

³ Вж .Христов, Е. Цит. съч., с. 35-47.

⁴ Сугарев, З., Б. Русев. Демографска статистика. С., УИ "Стопанство", 1992, с. 65-66.

характеризират със съвместни резултати. В първия той представлява прираст на продукцията през отчетния период от едновременното увеличение на производителността на труда и на заетите, докато във втория случай съвместният резултат е реално намаление на продукцията от едновременното намаление на производителността и на заетите;

в) при $p_0 < p_1$ и $q_0 > q_1$, $\Delta S_p = (p_1 - p_0)q_1 = \Delta p q_1$ и $\Delta S_q = (q_1 - q_0)p_0 = \Delta q p_0$. Този случай е с разнопосочни промени на двата факторни показателя - увеличение на производителността на труда и намаление на заетите през отчетния период. Вижда се, че той има само два ефекта без съвместен резултат;

г) при $p_0 > p_1$ и $q_0 < q_1$, $\Delta S_p = (p_1 - p_0)q_0 = \Delta p q_0$ и $\Delta S_q = (q_1 - q_0)p_1 = \Delta q p_1$. Последният случай е също с разнопосочни, но обратни промени на двата факторни показателя - намаление на производителността на труда и увеличение на заетите през отчетния период. По тази причина при него също няма съвместен резултат. Общо за двата случая (в) и (г) е, че използването на формулата със съвместния резултат в точка (а) е погрешно, както за случая в точка (б).

Предлаганите в нашата литература начини за разпределяне (разлагане) на съвместния резултат на части, всяка от които се отнася към съответния самостоятелен факторен ефект⁵ е съвършено формално и условно, защото във всички видове статистически анализи при два и повече фактора се допускат и съвместни влияния. Например получените съвместни резултати или ефекти в дисперсионния и регресионния анализи най-напред се тестват за статистическа значимост и при наличие на такава те се запазват отделно от ефектите на самостоятелно действащите фактори, като не се подразделят между тях. Същевременно формалното разделяне на един съвместен резултат означава промяна на изходната реална задача в някаква друга условна, която трябва да бъде без съвместния резултат. Поради тези причини съвместни резултати могат да се запазват така, както и нетните ефекти от самостоятелните влияния на отделните фактори. От логическа гледна точка при този факторен анализ, подобно на другите статистически анализи, всеки съвместен резултат може да се прибавя според целта на конкретната задача към ефектите на съответните фактори. Чрез подобно включване (сумиране) могат да се получат брутни ефекти на цялостните (крайни) влияния на отделните фактори. Така за случая с $p_0 < p_1$ и $q_0 < q_1$, ако съвместният резултат ΔS_{pq} се включи към нетния ефект ΔS_p , се получава брутният или цялостен интензивен прираст на продукцията

⁵ Радилев, Д., Д. Косева, Ч. Русев. Въведение в статистиката. Варна, УИ, 2003, с. 351-354.

ΔS_{pb} , който е свързан с увеличението на интензивния показател p (производителността на труда). Същият интензивен прираст сме предложили в по-ранни публикации.⁶ Другият ефект е екстензивният прираст ΔS_q само от увеличението на вложеното количество на труда (броя на заетите). По същия начин, ако към него се прибави съвместният резултат ΔS_{pq} , се получава цялостният ефект ΔS_{qb} , свързан с промяната на количеството на труда. За разлика от първия брутен ефект ΔS_{pb} обаче, който е изцяло интензивен, вторият ΔS_{qb} се състои от интензивна част ΔS_{pq} и екстензивна ΔS_q .

Представените принципи за измерване на реални ефекти при еднопосочни изменения на p и q със съвместни резултати и при разнопосочни изменения на същите показатели без съвместни резултати са публикувани от нас преди 25 години. Новото тук е отделянето на съвместния резултат като самостоятелен ефект и възможността за образуването на два ефекта, а не само на един за brutния интензивен прираст. Любопитно е, че в цитираната литература от другите автори всички обсъждания и примери се отнасят само за случая с $p_0 < p_1$ и $q_0 < q_1$.

Обобщено за четирите възможни случая на еднопосочни и разнопосочни промени на p и q изменението на резултативната величина ΔS може да се подраздели на три отделни ефекта:

1. Интензивен нетен (чист) ефект ΔS_p , който се дължи само на изменението на интензивната величина p :

$$\Delta S_p = (p_1 - p_0) \cdot q_j, \text{ където } q_j = \begin{cases} q_0 & \text{при } q_0 < q_1 \\ q_1 & \text{при } q_0 > q_1 \end{cases}$$

Нетният ефект само от промяната на интензивния показател се получава чрез по-малкия екстензивен показател q_0 от базисния период или q_1 от отчетния.

2. Екстензивен нетен (чист) ефект ΔS_q само от изменението на екстензивната величина q :

$$\Delta S_q = (q_1 - q_0) \cdot p_j, \text{ където } p_j = \begin{cases} p_0 & \text{при } p_0 < p_1 \\ p_1 & \text{при } p_0 > p_1 \end{cases}.$$

⁶ Вж. Христов, Е. Интензивен и екстензивен прираст на обемни величини от промени в производителността на труда и вложеното количество труд.- В: Икономико-математическото моделиране в действие. С., Изд. на БАН, 1987, с. 89-103.

Нетният ефект ΔS_q се получава също чрез по-малката величина на интензивния показател p_0 от базисния период или p_1 от отчетния.

3. Съвместен резултат или ефект ΔS_{pq} от съвместните изменения на p и q :

$$\Delta S_{pq} = h(p_1 - p_0)(q_1 - q_0) = h\Delta p\Delta q,$$

където при разнопосочни промени с $p_0 < p_1$ и $q_0 > q_1$ или $p_0 > p_1$ и $q_0 < q_1$, $\Delta p \cdot \Delta q = 0$, т.е. няма съвместни резултати.

При еднопосочни промени с $p_0 < p_1$ и $q_0 < q_1$, $h = 1$ и $\Delta p\Delta q > 0$, или с $p_0 > p_1$ и $q_0 > q_1$, $h = -1$ и $\Delta p\Delta q < 0$.

Този ефект е интензивен по характер, защото променя интензивната величина p_0 от базисния период.

Сумарно $\Delta S = \Delta S_p + \Delta S_q + \Delta S_{pq}$. Чрез съвместния резултат ΔS_{pq} се определят два брутни ефекта: $\Delta S_{pb} = \Delta S_p + \Delta S_{pq}$ и $\Delta S_{qb} = \Delta S_q + \Delta S_{pq}$. Първият ΔS_{pb} измерва цялостният интензивен ефект от промяната на интензивната величина p , докато вторият ΔS_{qb} - цялостният краен ефект, свързан с промяната на екстензивната величина q . За разлика от първия, който е изцяло интензивен, вторият включва интензивния ΔS_{pq} и екстензивния ΔS_q . При работа с брутни ефекти общият прираст на резултативната величина се представя чрез алгебричните суми: $\Delta S = \Delta S_{pb} + \Delta S_q$ или $\Delta S_p + \Delta S_{qb}$. Очевидно е, че логиката на предлаганите решения е същата, както при класическите елементарни задачи на механиката и физиката. Например обемът на извършената работа се представя чрез произведението на средната сила, приложена във всеки момент на времето по дължината на периода на работа. По същия начин разстоянието при праволинейното равномерно движение е произведение от средната скорост във всеки момент на времето по дължината на периода на движение.

Срещу индексния факторен анализ има и принципни възражения от други автори, тъй като представлявал тавтология и не носел нова информация.⁷ По същество основанията за подобно разбиране са срещу интензивния показател p като фактор, защото той е производна величина

⁷ Шкодрев, Е. Статистическата алтернатива на индексния факторен анализ. - В: Предизвикателствата на информационното общество пред статистиката и математиката – век XXI. Свищов, 2003, с. 125-126.

например на продукцията S и броя на заетите q чрез връзката $S = pq$. Като се съгласяваме с това възражение, че самото p не е фактор, трябва да се отбележи, че всеки един от трите показателя в посочената връзка може да се определи чрез другите два показателя, когато те са известни. В разглеждания случай са известни обемът на произведената продукция S и броят на заетите q , откъдето се определя производителността на труда

$$p = \frac{S}{q}$$

на показателите p и q , а не самите показатели, защото с този анализ се изследва прирастът ΔS на резултативната величина чрез прирастите Δp и Δq , а не самата величина S чрез показателите p и q .

В същия източник⁸ са отбелязани опити на наши автори за подмяна на индексния факторен анализ с анализ на разпределения на сравняваните съвкупности за двата периода. Според нас анализът на разпределения е безспорно най-съдържателен, но не и алтернативен, защото при негрупирани данни той е основан върху промените на двата основни параметъра на всяко разпределение – средната стойност на признака (в примера – средната производителност на труда) и на броя на единиците (броя на заетите).

II. Факторен анализ при групирани данни

По-нататък с изложените принципи за анализ при елементарния случай на връзка между резултативния показател и определящите го величини $S = pq$ се предлагат методически решения за факторния анализ при групирани данни. Такава форма се получава, когато цялата наблюдавана съвкупност от единици със значенията на признака се подразделя на отделни части или групи единици (подсъвкупности). Например обемът на произведената продукция и броят на заетите в страната през дадена календарна година се разпределят на подсъвкупности по важни за управлението признаци (отраслови, секторни, териториални или други групировъчни). Именно по такива признаци се съставят и публикуват групировки на наблюдаваната информация в статистически редове и таблици. При такава разгърната форма на факторния анализ се използва

т.нар. адитивно-мултипликативна връзка $\sum_{i=1}^n p_i q_i$, където $i = 1 \div n$ са

отделните групи или подсъвкупности, на които е подразделена цялата наблюдавана съвкупност на заетите лица с произведената от тях продукция. Според тази връзка средната производителност на труда за страната

⁸ Пак там.

представлява средна претеглена аритметична \bar{p} от груповите средни производителности, например по отрасли, а броят на всички заети в страната

Q е сума от заетите в отделните отрасли. Или аналитично: $\bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^n p_i q_i}{Q}$,

където $Q = \sum_{i=1}^n q_i$. Оттук известните четири условия за получаването на реални ефекти (прирасти и намаления на продукцията) са валидни както за всеки i -и отрасъл, така и за цялото стопанство. Ако $p_{i0} < p_{i1}$ и $q_{i0} < q_{i1}$ или $p_{i0} > p_{i1}$ и $q_{i0} > q_{i1}$ са за еднопосочни промени, то $p_{i0} < p_{i1}$ и $q_{i0} > q_{i1}$ или $p_{i0} > p_{i1}$ и $q_{i0} < q_{i1}$ са за разнопосочни промени на p_i и q_i в i -я отрасъл. За цялото стопанство условията са същите: $\bar{p}_0 < \bar{p}_1$ и $Q_0 < Q_1$ или $\bar{p}_0 > \bar{p}_1$ и $Q_0 > Q_1$ са за еднопосочни промени на \bar{p} и Q , докато $\bar{p}_0 < \bar{p}_1$ и $Q_0 > Q_1$ или $\bar{p}_0 > \bar{p}_1$ и $Q_0 < Q_1$ са за разнопосочни промени на двата показателя.

Чрез по-подробната информация по отрасли анализът се задълбочава със следните видове факторни изменения, които влияят върху прираста на резултативната величина ΔS : промени на груповите интензивни характеристики (средните групови производителности на труда), на груповата структура на екстензивния показател (заетите по отрасли) и на неговото общо количество през отчетния спрямо базисния период. Или в сравнение с елементарния случай при разгърнатата форма на анализа се появяват като нов фактор структурните промени на заетите по отрасли. Тъй като средните групови характеристики са коефициенти (в случая за производителността на труда по отрасли p_i), за краткост техните промени могат да се нарекат "коефициентни". От своя страна измененията на относителните дялове на екстензивния показател за броя на заетите по отрасли са известни като структурни. Последната промяна на общото количество на екстензивния показател за броя на всички заети се смята за екстензивна величина. За всеки от тези три вида факторни промени могат да се пресметнат три нетни (чисти) ефекта – прирасти или намаления на резултативната величина (произведената продукция), които се дължат само на дадения вид промени. Както при всеки друг статистически анализ, и тук в общия случай възникват съвместни резултати или ефекти от съвместното влияние на всеки два вида факторни промени. За разлика обаче от другите известни схеми на индексния анализ специфично за предлагания анализ е, че съвместните резултати се образуват само при еднопосочни изменения на съответните показатели.

Факторният анализ с реални ефекти при групирани данни е представен в приложението на методиката с два условни примера. Всеки от тях е с четири групи единици (заети лица) със съответни средни производителности, за да се отразят всички възможни факторни промени. Основната цел на тези примери е да се покаже нагледно при разгърнатата форма на анализа, че положителни ефекти (прирасти) са само реалните допълнително произведени количества продукция през отчетния спрямо базисния период от увеличенията на дадени показатели, докато отрицателни ефекти (намаления) са само реално произведени количества продукция през базисния период, но непроизведени през отчетния поради намаления на други показатели. Както при разгледания елементарен случай на анализа, така и тук при неговата разгърната форма не се допуска прираст на продукцията през отчетния период от увеличението на даден показател и едновременно намаление на същата продукцията от съкращението на друг показател. Прирастът на продукцията ΔS при анализа с групирани данни може да се подраздели последователно на следните 6 реални прираста (ефекта):

1. Интензивен нетен (чист) коефициентен прираст ΔS_p само от промени на груповите коефициенти, които са независими от останалите видове промени. Той произлиза от еднакви по размер групови количества на заетите през базисния и отчетния период. Еднаквият брой на заетите за всяка отделна i -а група се определя с q_{i0} при $q_{i0} < q_{i1}$ или с q_{i1} при $q_{i0} > q_{i1}$, което може да се види за четирите групи заети на фиг. 1 в приложението. Например нетният коефициентен прираст за първата група заети се изчислява чрез базисното количество $q_{10} = 150$ заети, за втората – с отчетното количество $q_{21} = 50$ заети, за третата – също с отчетното количество $q_{31} = 50$ заети и за последната четвърта група – с базисното количество $q_{40} = 50$ заети.

Общият коефициентен прираст за цялата съвкупност на заетите ΔS_p е резултативна величина от отделните групови прирасти или намаления на продукцията и се образува чрез тяхната алгебрична сума:

$$\Delta S_p = \sum_{i=1}^n (p_{i1} - p_{i0}) q_{ij} = \sum_{i=1}^n \Delta p_i q_{ij}, \text{ където } q_{ij} = \begin{cases} q_{i0} & \text{при } q_{i0} < q_{i1} \\ q_{i1} & \text{при } q_{i0} > q_{i1} \end{cases}, \text{ а}$$

n е броят на групите заети.

Коефициентният прираст е интензивна величина, защото променя средното равнище на признака (средната производителност) от базисния период p_0 .

Следващите ефекти при разглежданата форма на анализа са съвместни резултати от еднопосочни промени на груповите коефициенти, груповата структура и на общия брой на заетите.

2. Най-напред се определя съвместният резултат (ефект) от еднопосочните коефициентни и структурни промени ΔS_{ps} само за групите заети със съвместни резултати. При такива структурни промени нарастванията на заетите в дадени групи с увеличени коефициенти се съпоставят със съответни намаления на заетите в други групи, които са с намалели коефициенти. При това съпоставяне се получава прираст или спад на продукцията от различните коефициентни промени на еднаквото общо увеличение и намаление на заетите. Това може да се види на фиг. 1, където само първата и третата група имат съвместни резултати от еднопосочни коефициентни и структурни промени. Целият съвместен резултат ΔS_{pq} е също резултативна величина и се получава като алгебрична сума от съвместните резултати за отделните групи заети.

Аналитично съвместният резултат ΔS_{ps} се определя в следната последователност:

Най-напред се образуват сумите от положителните и отрицателните промени на заетите само за онези групи, които имат съвместни резултати:

$\sum_{i=1}^r \Delta q_i^+$ и $\sum_{i=1}^s \Delta q_i^-$, където r е броят на положителните разлики, s - на отрицателните. Тъй като $\Delta q_i^+ = (q_{i1} - q_{i0}) > 0$, тяхната сума е също положителна величина. За отрицателните разлики $\Delta q_i^- = (q_{i1} - q_{i0}) < 0$ се получава сумата $\sum_{i=1}^s \Delta q_i^- < 0$. Според логиката на еднопосочните промени на

положителните разлики Δq_i^+ отговарят положителни разлики на коефициентите Δp_i^+ , а на отрицателните разлики Δq_i^- - отрицателни Δp_i^- . За положителните и отрицателните разлики Δp_i^+ и Δp_i^- се изчисляват отделно две средни аритметични:

$$\overline{\Delta p_+} = \frac{\sum_{i=1}^r \Delta p_i^+ \Delta q_i^+}{\sum_{i=1}^r \Delta q_i^+} > 0 \text{ и } \overline{\Delta p_-} = \frac{\sum_{i=1}^s \Delta p_i^- \Delta q_i^-}{\sum_{i=1}^s \Delta q_i^-} < 0.$$

Числителят в първата формула $\sum_{i=1}^r \Delta p_i^+ \Delta q_i^+$ изразява целия положителен съвместен резултат (прираст на продукцията) от

Факторен анализ на прирасти на абсолютни резултативни величини...

едновременните увеличения на груповите коефициенти Δp_c^+ и на груповите количества на заетите Δq_i^+ . От своя страна числителят във втората формула $\sum_{i=1}^s \Delta p_i^- \Delta q_i^-$ представя целия отрицателен съвместен резултат или намаление на продукцията от едновременните намаления на груповите коефициенти Δp_i^- и на съответните групови количества заети Δq_i^- .

На по-малката по абсолютна стойност сума $\sum_{i=1}^r \Delta q_i^+$ или $\left| \sum_{i=1}^s \Delta q_i^- \right|$ съответства средната аритметична $\overline{\Delta p_+}$ или $\overline{\Delta p_-}$, както и съответният съвместен резултат – прирастът на продукцията $\sum_{i=1}^r \Delta p_i^+ \Delta q_i^+$ или намалението $\left(- \sum_{i=1}^s \Delta p_i^- \cdot \Delta q_i^- \right)$. Например, ако по-малката сума е $\sum_{i=1}^r \Delta q_i^+$, от по-

голямата сума се взема количеството заети $\frac{\left| \sum_{i=1}^s \Delta q_i^- \right|}{\sum_{i=1}^r \Delta q_i^+} \sum_{i=1}^r \Delta q_i^+$, което е точно

равно на по-малката по абсолютна стойност сума на заетите $\left| \sum_{i=1}^s \Delta q_i^- \right|$. На

това по-малко количество заети съответства средната аритметична $\overline{\Delta p_-}$ и

намалението на продукцията в размер на $(\overline{\Delta p_-}) \frac{\left| \sum_{i=1}^s \Delta q_i^- \right|}{\sum_{i=1}^r \Delta q_i^+} \sum_{i=1}^r \Delta q_i^+$. Най-накрая

търсеният съвместен резултат се определя чрез алгебричната сума:

$$\Delta S_{ps} = (\overline{\Delta p_-}) \frac{\left| \sum_{i=1}^s \Delta q_i^- \right|}{\sum_{i=1}^r \Delta q_i^+} \sum_{i=1}^r \Delta q_i^+ + \sum_{i=1}^r \Delta p_i^+ \Delta q_i^+ .$$

В другия случай с $\sum_{i=1}^r \Delta q_i^+ < \left| \sum_{i=1}^s \Delta q_i^- \right|$ по-малката сума на променените количества заети е $\sum_{i=1}^r \Delta q_i^+$ и съвместният резултат от еднопосочните коефициентни и структурни промени се определя по същия начин:

$$\Delta S_{ps} = \overline{\Delta p_+} \frac{\sum_{i=1}^r \Delta q_i^+}{\left| \sum_{i=1}^s \Delta q_i^- \right|} \left| \sum_{i=1}^s \Delta q_i^- \right| + \left| - \sum_{i=1}^s \Delta p_i^- \Delta q_i^- \right|.$$

Съвместният резултат ΔS_{ps} е интензивен прираст, защото се дължи на коефициентни и структурни промени, които влияят върху изменението на средното равнище $\overline{p_0}$.

3. Следващият съвместен резултат ΔS_{pe} се дължи също на коефициентни промени, но които са еднопосочни само с екстензивната промяна на общия брой на заетите в групите със съвместни резултати

$\left(\sum_{i=1}^r \Delta q_i^+ - \left| \sum_{i=1}^s \Delta q_i^- \right| \right)$. Той се определя според условията: $\sum_{i=1}^r \Delta q_i^+ > \left| \sum_{i=1}^s \Delta q_i^- \right|$

или $\sum_{i=1}^r \Delta q_i^+ < \left| \sum_{i=1}^s \Delta q_i^- \right|$. Ако $\sum_{i=1}^r \Delta q_i^+ > \left| \sum_{i=1}^s \Delta q_i^- \right|$,

$\Delta S_{pe} = \overline{\Delta p_+} \left(\sum_{i=1}^r \Delta q_i^+ - \left| \sum_{i=1}^s \Delta q_i^- \right| \right) > 0$, докато при $\sum_{i=1}^r \Delta q_i^+ < \left| \sum_{i=1}^s \Delta q_i^- \right|$,

$\Delta S_{pe} = (-\overline{\Delta p_-}) \left(\sum_{i=1}^r \Delta q_i^+ - \left| \sum_{i=1}^s \Delta q_i^- \right| \right) < 0$.

На фиг. 1 се вижда, че такъв съвместен резултат ΔS_{pe} произлиза само от първата група заети. С числата от примера $\Delta S_{pe} = (8 - 5)(500 - 400) = 3 \cdot 100 = 300$ хил. лв. Същият резултат е показан

отделно от другите прирасти (ефекти) на фиг. 3б. При $\sum_{i=1}^r \Delta q_i^+ = \left| \sum_{i=1}^s \Delta q_i^- \right|$

$\Delta S_{pe} = 0$. Подобно на първия съвместен резултат ΔS_{ps} , и вторият ΔS_{pe}

Факторен анализ на прирасти на абсолютни резултативни величини...

представлява интензивен прираст, защото се дължи също на коефициентни промени, които влияят върху изменението на средното равнище \bar{p}_0 .

Двата съвместни резултата ΔS_{ps} и ΔS_{pe} могат да бъдат проверени чрез тяхната алгебрична сума: $\Delta S_{(pse)} = \Delta S_{ps} + \Delta S_{pe} = \sum_{i=1}^n h_i \Delta p_i \Delta q_i$, където при $p_{i0} < p_{i1}$ и $q_{i0} < q_{i1}$, $h = 1$ и $\Delta p_i \Delta q_i > 0$, докато при $p_{i0} > p_{i1}$ и $q_{i0} > q_{i1}$, $h = -1$ и $\Delta p_i \Delta q_i < 0$. $\Delta S_{(pse)}$ е общ съвместен резултат (ефект) само от групите заети с еднопосочни промени на коефициентите и количествата заети. Посочените неравенства изразяват условията за различните алгебрични знаци на реалните съвместни резултати (увеличения или намаления на продукцията) от еднопосочните увеличения или намаления на груповите коефициенти Δp_i и на груповите количества заети Δq_i . Последните, както е известно, се подразделят на структурни и на екстензивна промяна на общото количество на заетите през отчетния спрямо базисния период само в групите със съвместни резултати. В обратните случаи на разнопосочни промени с $p_{i0} < p_{i1}$ и $q_{i0} > q_{i1}$ или $p_{i0} > p_{i1}$ и $q_{i0} < q_{i1}$ няма реални съвместни резултати, а само фиктивни, които се получават с другите схеми на индексния факторен анализ. Посочената зависимост между двата ефекта ΔS_{ps} , ΔS_{pe} и тяхната сума $\Delta S_{(pse)}$ може да се използва както за проверка, така и за определянето на всеки един от тях, когато другите две събираеми са известни.

Определянето на трите независими ефекта ΔS_p , ΔS_{ps} и ΔS_{pe} , които са свързани с коефициентните промени, е новото в предлаганата форма на факторния анализ с групирани данни и е доразвитие на известни наши разбирания за измерване на интензивен прираст.⁹

За всички посочени дотук ефекти важи правилото, че когато няма коефициентни промени, няма нетен коефициентен прираст ($\Delta S_p = 0$), както и няма съвместни резултати ($\Delta S_{ps} = 0$ и $\Delta S_{pe} = 0$). Аналогично, липсват съвместни резултати ΔS_{ps} и ΔS_{pe} при отсъствие на структурни изменения и на екстензивна промяна в общия брой на заетите на групите със съвместни резултати.

⁹ Христов, Е. Интензивен и екстензивен прираст на обемни величини..., с. 98.

След отчитане (елиминирание) на всички коефициентни изменения се пресмятат още три независими прираста (ефекти).

4. Интензивен нетен (чист) структурен прираст ΔS_s само от структурни промени на груповите количества на заетите, които са независими от коефициентните изменения. За целта се пресмятат две нови средни равнища на производителността на труда за базисния и отчетния период \bar{p}_0' и \bar{p}_1' , при които са отчетени (елиминирани) коефициентните промени.

$$\bar{p}_0' = \frac{\sum_{i=1}^n p_{ij} q_{i0}}{Q_0} \text{ и } \bar{p}_1' = \frac{\sum_{i=1}^n p_{ij} q_{i1}}{Q_1}, \text{ където } p_{ij} = \begin{cases} p_{i0} \text{ при } p_{i0} < p_{i1} \\ p_{i1} \text{ при } p_{i0} > p_{i1} \end{cases}.$$

Интензивният нетен структурен прираст ΔS_s се определя по формулата:

$$\Delta S_s = (\bar{p}_1' - \bar{p}_0') \cdot Q_j, \text{ където } Q_j = \begin{cases} Q_0 \text{ при } \bar{p}_0' < \bar{p}_1' \\ Q_1 \text{ при } \bar{p}_0' > \bar{p}_1' \end{cases}.$$

Този прираст е също интензивен, защото влияе за изменението на средното равнище \bar{p}_0 . Във връзка с това не са прави някои автори, които разделят факторните промени на интензивни, екстензивни и структурни, защото, както беше показано, структурните са по същество интензивни.¹⁰

5. Следващият прираст (ефект) представлява съвместният резултат ΔS_{se} от структурните изменения и промяната ΔQ в общия брой на заетите без коефициентните промени. За разлика от ΔS_{pe} новият съвместен резултат ΔS_{se} се отчита чрез всички групи на заетите (със съвместни и без съвместни резултати) като се определя по формулата:

$$\Delta S_{se} = k(\bar{p}_1' - \bar{p}_0')(Q_1 - Q_0), \text{ където } k = 1 \text{ при } \bar{p}_0' < \bar{p}_1' \text{ и } Q_0 < Q_1 \\ k = -1 \text{ при } \bar{p}_0' > \bar{p}_1' \text{ и } Q_0 > Q_1.$$

Връзката между общия съвместен резултат само за групите заети със съвместни резултати $\Delta S_{(pse)}$ и общия съвместен резултат ΔS_{pse} е $\Delta S_{pse} = \Delta S_{(pse)} + \Delta S_{se}$.

Определянето на двата структурни ефекта ΔS_s и ΔS_e след елиминирането на коефициентните промени е също нов момент във

¹⁰ Радилев, Д. и др. Цит. съч., с. 343.

Факторен анализ на прирасти на абсолютни резултативни величини...

факторния анализ и представлява доразвитие на разбиранята ни за измерването на структурен ефект.¹¹

6. Последният прираст (ефект) е екстензивен ΔS_e , защото се дължи само на промяната ΔQ в общия брой на заетите. По тази причина той е нетен (чист) ефект и се намира чрез израза:

$$\Delta S_e = (Q_1 - Q_0) \cdot \bar{p}_j', \text{ където } \bar{p}_j' = \begin{cases} \bar{p}_0' \text{ при } \bar{p}_0' < \bar{p}_1' \\ \bar{p}_1' \text{ при } \bar{p}_0' > \bar{p}_1' \end{cases}.$$

Когато няма структурни изменения на заетите във всички групи, $\Delta S_s = 0$ и $\Delta S_{se} = 0$, а когато няма екстензивна промяна в техния общ брой, $\Delta S_{se} = 0$ и $\Delta S_e = 0$.

Обобщено, общият прираст на продукцията $\Delta S = S_1 - S_0$ може да се представи като алгебрична сума на трите нетни (чисти) прираста ΔS_p , ΔS_s и ΔS_e и трите съвместни резултата ΔS_{ps} , ΔS_{pe} и ΔS_{se} . Или $\Delta S = \Delta S_p + \Delta S_s + \Delta S_e + \Delta S_{ps} + \Delta S_{pe} + \Delta S_{se}$. Това е логически най-подробното и издържано решение на задачата.

III. Приложение на методиката за факторния анализ при групирани данни

Методиката за анализ на прирасти на резултативни абсолютни величини е приложена върху хипотетични примери, които съдържат всички видове промени. Заедно с тяхното решаване се показва нагледно и нейната обосновааност за измерването на реални ефекти чрез обсъждане на разглежданите случаи на съответните фигури.

За факторния анализ при групирани данни са решени два условни примера, единият от които е за случая с еднопосочни промени, а другият е с разнопосочни промени на \bar{p} и Q .

Първият условен пример е за случая с $\bar{p}_0 < \bar{p}_1$ и $Q_0 < Q_1$, изходните данни на които са посочени в табл. 1.

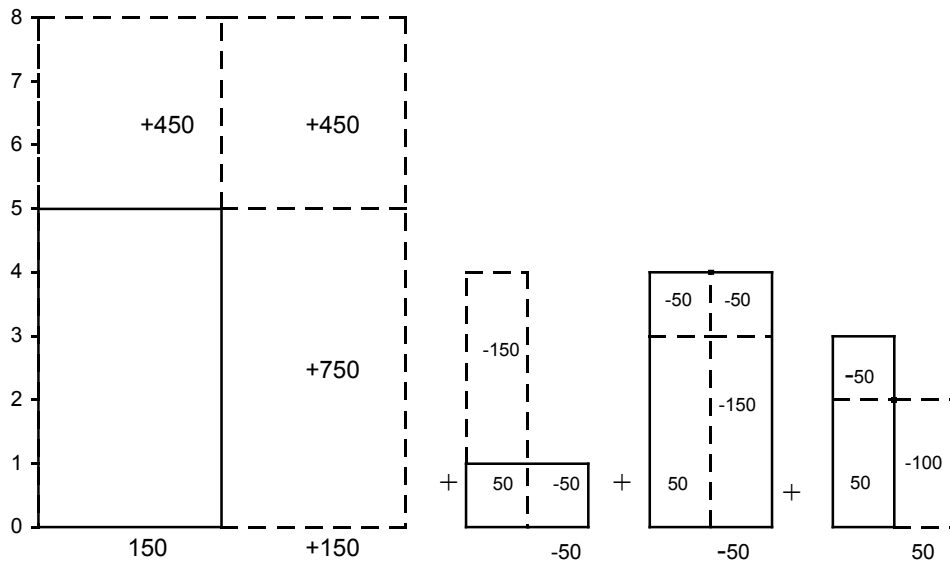
¹¹ Христов, Е. Интензивен и екстензивен прираст на обемни величини..., с. 100.

Таблица 1

Заети, средна производителност и произведена продукция

| Групи заети | Базисен период | | | Отчетен период | | |
|-------------|------------------------|-------------------------------------|--|------------------------|-------------------------------------|--|
| | Брой заети q_{i0} | Средна производителност p_{i0} | Продукция (хил. лв.) $S_0 = q_{i0}p_{i0}$ | Брой заети q_{i1} | Средна производителност p_{i1} | Продукция (хил. лв.) $S_1 = q_{i1}p_{i1}$ |
| I | 150 | 5 | 750 | 300 | 8 | 2400 |
| II | 100 | 1 | 100 | 50 | 4 | 200 |
| III | 100 | 4 | 400 | 50 | 3 | 150 |
| IV | 50 | 3 | 150 | 100 | 2 | 200 |
| Общо | 400 | 3.5 | 1400 | 500 | 5.9 | 2950 |

Данните за отделните групи заети са представени на фиг. 1.

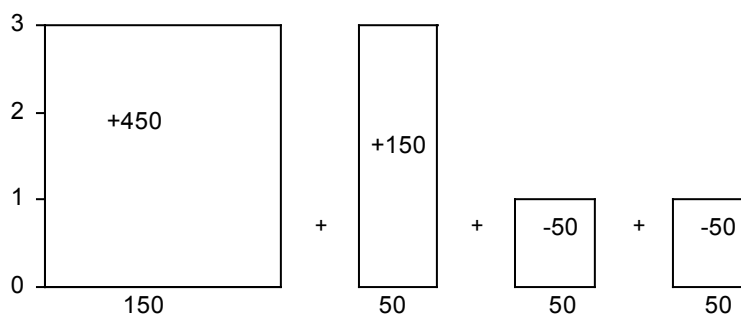


Фиг. 1

Общият прираст на произведената продукция е известният $\Delta S = S_1 - S_0 = 2950 - 1400 = 1550$ хил. лв. Следва определянето на ефектите.

1. Нетният коефициентен прираст за първата група заети се изчислява чрез базисното количество $q_{10} = 150$ заети, за втората група – с отчетното количество $q_{21} = 50$, за третата – също с отчетното количество $q_{31} = 50$ и за последната четвърта група – с базисното количество $q_{40} = 50$ заети.

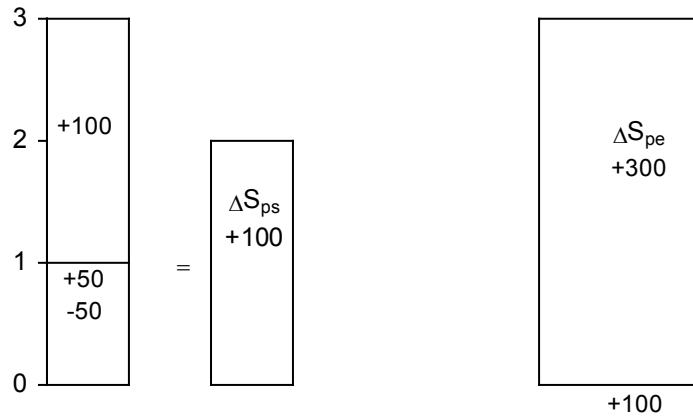
На фиг. 2 е показано как се образува интензивният нетен коефициентен прираст ΔS_p в примера от отделните коефициентни прирасти и намаления на продукцията за разглежданите четири групи заети. С числата от примера $\Delta S_p = (8 - 5) \cdot 150 + (4 - 1) \cdot 50 + (3 - 4) \cdot 50 + (2 - 3) \cdot 50 = 450 + 150 - 50 - 50 = 500$ хил. лв.



Фиг. 2

2. Следващият ефект е съвместният резултат ΔS_{ps} от едно-посочните коефициентни и структурни промени, но само за групите заети със съвместни резултати.

По-конкретно първата група има прираст на продукцията в размер на 450 хил. лв. от увеличение на груповия коефициент на производителността на труда от 5 хил. на 8 хил. лв. и едновременно увеличение на заетите със 150 човека. И обратно, в третата група има намаление на продукцията с 50 хил. лв., което представлява съвместен резултат от едновременното намаление на производителността на труда от 4 на 3 хил. лв. и на заетите с 50 човека. За разлика от тези две групи заети при останалите две – втората и четвъртата, няма съвместни резултати. Целият съвместен резултат е показан на фиг. 3а, където съвместните резултати от първата и третата група са наложени един върху друг и получената разлика между тях изразява графично прираста ΔS_{ps} .



Фиг. 3 (а)

Фиг. 3 (б)

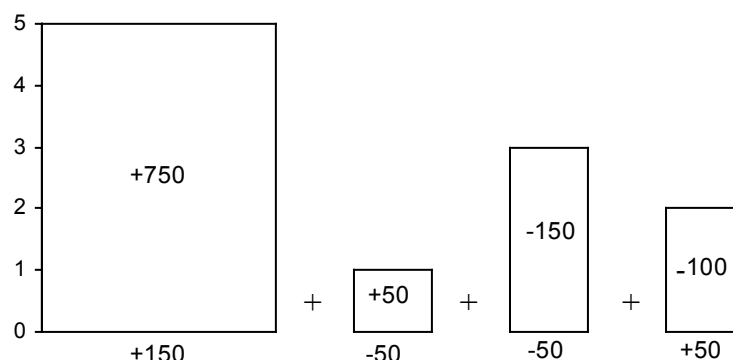
Както беше отбелязано, в разглеждания пример има увеличение на продукцията като съвместен резултат $\Delta p_1^+ \cdot \Delta q_1^+ = (8 - 5) \cdot 150 = 450$ хил. лв. в първата група заети и съответно намаление $\Delta p_3^- \cdot \Delta q_3^- = (-1) \cdot (3 - 4) \cdot (-50) = -50$ хил. лв. в третата група. Оттук $\Delta S_{ps} = (8 - 5) \cdot 50 + (-1) \cdot (3 - 4) \cdot (-50) = 3 \cdot 50 - 1 \cdot 50 = 150 - 50 = 100$ хил. лв. (фиг. 3а).

3. Следващият съвместен резултат ΔS_{pe} се дължи на еднопосочните коефициентни промени и промяната в общия брой на заетите в групите със съвместни резултати. На фиг. 1 се вижда, че такъв съвместен резултат ΔS_{pe} произлиза само от първата група заети. С числата от примера $\Delta S_{pe} = (8 - 5)(500 - 400) = 3 \cdot 100 = 300$ хил. лв. Същият резултат е показан отделно от другите прирасти (ефекти) на фиг. 3б.

Общият съвместен резултат само от групите на заетите с еднопосочни промени на коефициентите и заетите е $\Delta S_{(pse)} = \Delta S_{ps} + \Delta S_{pe} = (8 - 5) \cdot 150 + (-1) \cdot (3 - 4) \cdot (-50) = 3 \cdot 150 - 1 \cdot 50 = 450 - 50 = 400$ хил. лв. Или се получава същият съвместен резултат, както сумата на отделните прирасти $\Delta S_{ps} = 300$ хил. лв. и $\Delta S_{pe} = 100$ хил. лв.

Останалите ефекти се измерват след елиминирането на всички коефициентни промени. Получените данни в примера за четирите групи заети след това елиминирание са показани на фиг. 4.

Факторен анализ на прирасти на абсолютни резултативни величини...



Фиг. 4

От посочените данни се пресмятат две нови средни производителности на труда $\overline{p_0}'$ и $\overline{p_1}'$. С числата от примера, $\overline{p_0}' = \frac{5 \cdot 150 + 1 \cdot 100 + 3 \cdot 100 + 2 \cdot 50}{400} = 3,125$

хил. лв. $\overline{p_1}' = \frac{5 \cdot 300 + 1 \cdot 50 + 3 \cdot 50 + 2 \cdot 100}{500} = 3,800$ хил. лв. Оттук

$$\Delta S_s = (3,800 - 3,125) \cdot 400 = 0,675 \cdot 400 = 270 \text{ хил. лв.}$$

4. Интензивният нетен структурен ефект е $\Delta S_s = (3,800 - 3,125) \cdot 400 = 0,675 \cdot 400 = 270$ хил. лв.

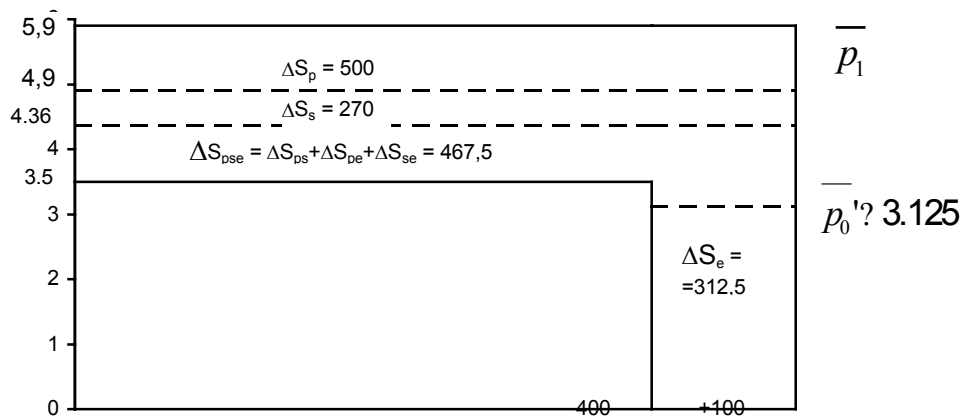
5. Следващият ефект е съвместният резултат ΔS_{se} от структурните изменения и промяната ΔQ в общия брой на заетите.

С данните от примера $\Delta S_{se} = (3,800 - 3,125)(500 - 400) = 0,675 \cdot 100 = 67,5$ хил. лв. Подобно на ΔS_s този прираст е също интензивен, защото влияе за промяната на $\overline{p_0}$.

6. Последният ефект е екстензивният ΔS_e , който се дължи само на промяната в общия брой на заетите ΔQ .

В разглеждания пример $\Delta S_e = (500 - 400) \cdot 3,125 = 100 \cdot 3,125 = 312,5$ хил. лв. С получените резултати за тези прирасти $\Delta S = 500 + 270 + 312,5 + 100 + 300 + 67,5 = 1550$ хил. лв., т.е. колкото е целият прираст на продукцията. Ако сумата на трите съвместни резултата се означава с ΔS_{pse} , общият прираст на продукцията е

$\Delta S = \Delta S_p + \Delta S_s + \Delta S_e + \Delta S_{pse} = 500 + 270 + 312,5 + 467,5 = 1550$ хил. лв.
 Връзката между общия съвместен резултат само за групите заети със съвместни резултати $\Delta S_{(pse)}$ и общия съвместен резултат за всички групи на заетите ΔS_{pse} е $\Delta S_{pse} = \Delta S_{(pse)} + \Delta S_{se}$. Всички посочени ефекти, отнесени към броя на заетите през отчетния период Q_1 , са показани на фиг. 5.



Фиг. 5

За сравнение са пресметнати и ефектите според традиционния факторен анализ. Получените резултати от него са определени по следния начин:

$$\text{Целият интензивен прираст } \Delta S_p = (\bar{p}_1 - \bar{p}_0) Q_0 = (5,9 - 3,5) \cdot 400 = 2,4 \cdot 400 = 960$$

хил. лв. Само коефициентният прираст $\Delta S_p = \sum_{i=1}^4 (p_{i1} - p_{i0}) \cdot q_{i0} = (8 - 5) \cdot$

$150 + (4 - 1) \cdot 100 + (3 - 4) \cdot 100 + (2 - 3) \cdot 50 = 3.150 + 3.100 + (-1) \cdot 100 +$

$+ (-1) \cdot 50 = 750 - 150 = 600$ хил. лв. Структурният ефект

$\Delta S_s = \Delta S_p - \Delta S_p = 960 - 600 = 360$ хил. лв. Екстензивният прираст

$\Delta S_e = (Q_1 - Q_0) \bar{p}_0 = (500 - 400) \cdot 3,5 = 100 \cdot 3,5 = 350$ хил. лв., а общият

съвместен резултат $\Delta S_{pse} = (\bar{p}_1 - \bar{p}_0) (Q_1 - Q_0) = (5,9 - 3,5) (500 - 400) = 2,4 \cdot 100 = 240$

хил. лв. Или общо $\Delta S = \Delta S_p + \Delta S_s + \Delta S_e + \Delta S_{pse} = 600 + 360 + 350 + 240 = 1550$

хил. лв. Както се вижда, крайните резултати по двата метода са много различни.

Факторен анализ на прирасти на абсолютни резултативни величини...

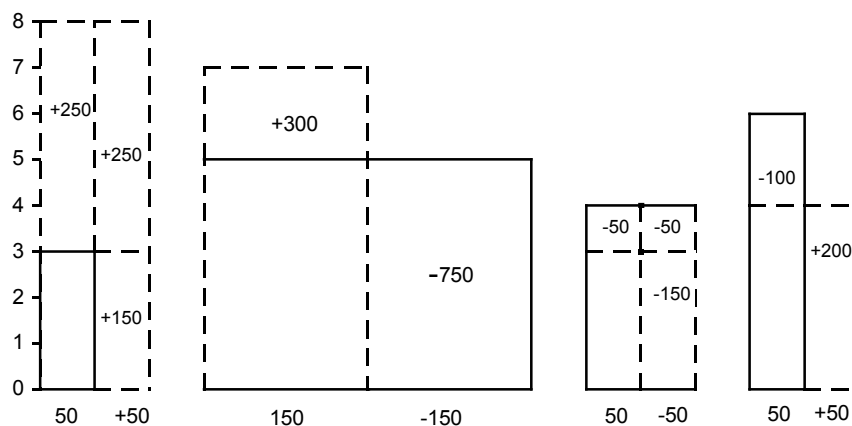
Пример за обратния случай с $\overline{p_0} > \overline{p_1}$ и $Q_0 > Q_1$ при разглежданата форма на факторния анализ може да се реши със същите данни в табл. 1, но при разменени места на базисния и отчетния период. Получават се същите ефекти, както изчислените, но с обратни алгебрични знаци. Тук е решен пример с разнопосочните промени $\overline{p_0} < \overline{p_1}$ и $Q_0 > Q_1$. Изходните данни за него са поместени в табл. 2.

Таблица 2

Заети, средна производителност и произведена продукция

| Групи заети | Базисен период | | | Отчетен период | | |
|-------------|------------------------|-------------------------------------|--|------------------------|-------------------------------------|--|
| | Брой заети q_{i0} | Средна производителност P_{i0} | Продукция (хил. лв.) $S_0 = q_{i0}P_{i0}$ | Брой заети q_{i1} | Средна производителност P_{i1} | Продукция (хил. лв.) $S_1 = q_{i1}P_{i1}$ |
| I | 50 | 3 | 150 | 100 | 8 | 800 |
| II | 300 | 5 | 1500 | 150 | 7 | 1050 |
| III | 100 | 4 | 400 | 50 | 3 | 150 |
| IV | 50 | 6 | 300 | 100 | 4 | 400 |
| Общо | 500 | 4,7 | 2350 | 400 | 6,0 | 2400 |

От числата в табл. 2 се установява, че общият прираст на произведената продукция е $\Delta S = S_1 - S_0 = 2400 - 2350 = 50$ хил. лв. Всички данни за отделните групи заети са представени на фиг. 6.



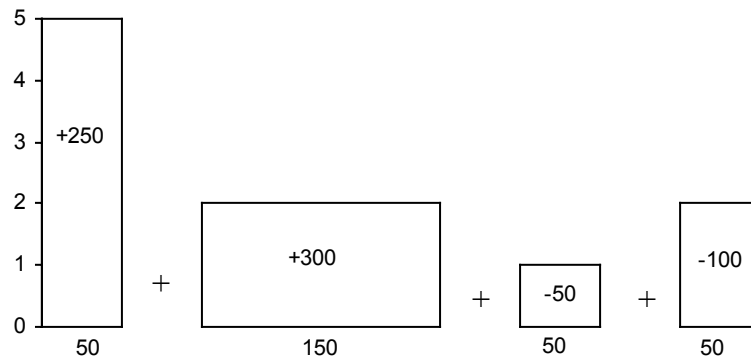
Фиг. 6

С помощта на посочената методика общият прираст ΔS се разпределя на следните реални ефекти:

1. Интензивен нетен (чист) коефициентен ефект само от промени на груповите коефициенти:

$$\Delta S_p = (8-3).50 + (7-5).150 + (3-4).50 + (4-6).50 = 250 + 300 - 50 - 100 = 400 \text{ хил. лв.}$$

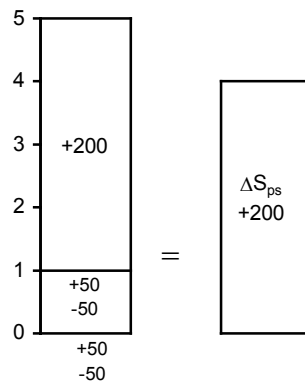
Източниците на този прираст при отделните групи заети са показани на фиг. 7.



Фиг. 7

2. Съвместен резултат ΔS_{ps} от еднопосочни коефициентни и структурни промени на групите със съвместни резултати:
 $\Delta S_{ps} = (8-3).50 + (-1).(3-4).(-50) = 250 - 50 = 200 \text{ хил. лв.}$

Този прираст е представен на фиг. 8, на която се вижда, че само първа и трета група имат съвместни резултати.



Фиг. 8

Факторен анализ на прирасти на абсолютни резултативни величини...

3. Съвместният резултат от еднопосочните коефициентни промени и екстензивната промяна на общия брой на заетите в групите със съвместни резултати е $\Delta S_{pe} = 0$. Или в разглеждания пример няма такъв прираст, защото липсва екстензивна промяна в общия брой на заетите на първа и трета група: $\Delta q_1^+ = |\Delta q_3^-| = 50$.

4. Интензивен нетен (чист) структурен ефект при отчетени (елиминирани) коефициентни промени, който се изчислява за всички групи заети (със съвместни и без съвместни резултати):

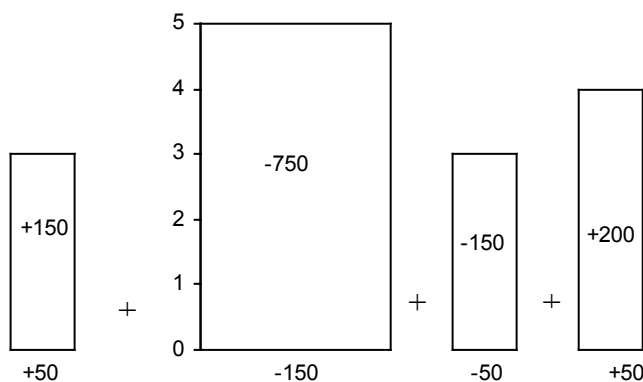
$$\Delta S_s = (4,0 - 4,3) \cdot 400 = (-0,3) \cdot 400 = -120 \text{ хил. лв., където}$$

$$\frac{p_0}{p_1} = \frac{3 \cdot 50 + 5 \cdot 300 + 3 \cdot 100 + 4 \cdot 50}{500} = \frac{2150}{500} = 4,3 \text{ хил. лв.}$$

и

$$\frac{p_1}{p_0} = \frac{3 \cdot 100 + 5 \cdot 150 + 3 \cdot 50 + 4 \cdot 100}{400} = \frac{1600}{400} = 4,0 \text{ хил. лв.}$$

Полученият резултат за $\Delta S_s = -120$ хил. лв. показва, че без коефициентните промени, които осигуряват положителен прираст $\Delta S_p = 400$ хил. лв., има намаление на продукцията от най-голямото намаление на относителния дял на заетите във втората група, характеризираща се с най-високо равнище на производителност на труда (фиг. 9).



Фиг. 9

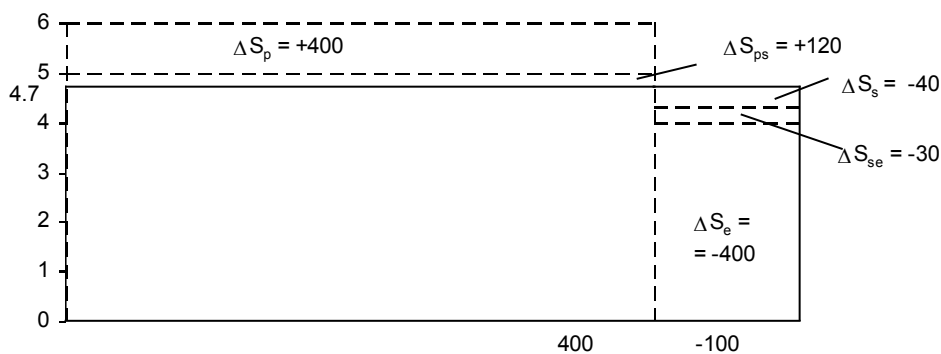
5. Съвместен резултат от структурни промени и екстензивна промяна в общия брой на заетите от всички групи при елиминирани коефициентни промени:

$$\Delta S_{se} = (-1)(4,0 - 4,3)(400 - 500) = (-1)(-0,3)(-100) = -30 \text{ хил. лв.}$$

6. Екстензивен ефект само от екстензивната промяна на общия брой на заетите: $\Delta S_e = (400 - 500) \cdot 4,0 = (-100) \cdot 4 = -400$ хил. лв.

Сумарно, в разглеждания пример има три нетни ефекта и два съвместни резултата, които образуват общия прираст на продукцията. Или $\Delta S = \Delta S_p + \Delta S_s + \Delta S_e + \Delta S_{ps} + \Delta S_{se} = 400 - 120 - 400 + 200 - 30 = 600 - 550 = 50$ хил. лв. Тези ефекти са представени на фиг. 10. На нея са отразени цялостно само $\Delta S_p = 400$ хил. лв., $\Delta S_e = -400$ хил. лв. и $\Delta S_{se} = -30$ хил. лв. Другите два ефекта - $\Delta S_s = -120$ хил. лв. и $\Delta S_{ps} = 200$ хил. лв., са изразени чрез тяхната алгебрична сума (80 хил. лв.), която е представена на фиг. 10 чрез положителния прираст $\Delta S_{ps} = 120$ хил. лв. и отрицателния $\Delta S_s = -40$ хил. лв. Както се вижда, за разлика от ефектите ΔS_p , ΔS_{se} и ΔS_e в разглеждания случай на разнопосочни промени не могат да се покажат графично цялостните ефекти ΔS_{ps} и ΔS_s .

Брутният коефициентен ефект $\Delta S_{pb} = \Delta S_p + \Delta S_{ps} = 400 + 200 = 600$ хил. лв. е прираст на продукцията, който се дължи на всички коефициентни промени. Вторият възможен брутен ефект е структурният $\Delta S_{sb} = \Delta S_s + \Delta S_{ps} + \Delta S_{se} = -120 + 200 + (-30) = -150 + 200 = 50$ хил. лв. и е прираст на продукцията от всички структурни изменения. Друг възможен брутен ефект е екстензивният $\Delta S_{\Delta Q} = \Delta S_e + \Delta S_{se} = -400 - 30 = -430$ хил. лв. Това е цялото намаление на продукцията, свързано с екстензивното намаление на общия брой на заетите.



Фиг. 10

Въвеждането на брутни ефекти прави предлагания факторен анализ в някаква степен също условен. Тази условност обаче се допуска само на основата на реални, а не на условни прирасти. Още по-условен и формален ще стане анализът, ако се допусне подразделянето на съвместните резултати между нетните ефекти.

Последният четвърти случай на факторния анализ с реални ефекти е обратен на разгледания и се характеризира с условията: $\overline{p_0} > \overline{p_1}$ и $Q_0 < Q_1$. При него се получават същите по абсолютна стойност ефекти както посочените преди това, но с обратни алгебрични знаци. Той може да се покаже също с разгледания пример в табл. 2, но при разменени места на данните за двата периода.

С предложените нетни и брутни ефекти се разкриват максималните познавателни възможности на адитивния факторен анализ с реални прирасти (ефекти). Подобно на всяко друго средство на познание, и той има определени възможности и граници на приложение, излизането от които превръща анализа в много условен и формален. Основното му предимство в сравнение с другите известни схеми на индексния факторен анализ е, че измерва отделните ефекти чрез реални, а не фиктивни прирасти и намаления на резултативната величина. Новото и специфично на този анализ е, че се измерват съвместни резултати на коефициентните промени със структурни изменения, както и с екстензивна промяна само за групите единици със съвместни резултати. Отделно се измерват такива резултати на структурните изменения с екстензивната промяна на общия брой на единиците от всички групи след елиминирането на коефициентните промени. По-нататъшното развитие на факторния анализ е свързано с приложението му върху разпределения на единичните данни. Разпределенията обаче изискват информация за всяка отделна единица на съвкупността и на практика винаги се свързват с някаква тяхна групировка.

8.XII.2003 г.