

ПРЕХОД ОТ АДТИВЕН ФАКТОРЕН АНАЛИЗ НА АБСОЛЮТНИ РЕЗУЛТАТИВНИ ВЕЛИЧИНИ В ИНДЕКСЕН ФАКТОРЕН АНАЛИЗ С РЕАЛНИ ЕФЕКТИ

Разгледани са двете форми – адитивната и индексната, на факторния анализ на прирастите и намаленията на абсолютни резултативни величини. От адитивната форма на факторния анализ на прирасти на абсолютни резултативни величини с неосреднени данни се преминава в неговата адитивна и индексна форма с осреднени данни. Анализът на абсолютните резултативни величини се свързва с този на средните им равнища и се извежда цялостна методика за факторен анализ на техните промени.

JEL: C10; C44

Адитивен факторен анализ с неосреднени данни

Адитивната форма на факторния анализ може да се прилага за всяка абсолютна резултативна величина, която се представя като произведение най-малко на два факторни показателя. Пример за такава величина е обемът на произведената продукция $S = \bar{p}Q$. Нейният прираст или намаление е алгебрична сума от три факторни ефекта при еднопосочни промени на средната производителност \bar{p} и броя на заетите Q : $\Delta S_{\bar{p}}$ - само от промяната на средната производителност на труда, ΔS_Q - само от промяната на количеството заети и $\Delta S_{\bar{p}Q}$ - от еднопосочните промени на \bar{p} и Q . Ако няма такива еднопосочни промени, ΔS е алгебричната сума само от двата факторни ефекта $\Delta S_{\bar{p}}$ и ΔS_Q . Освен адитивната форма на анализа е известна и индексната форма, при която се използват относителните промени или индекси на факторните показатели \bar{p} и Q , откъдето и получените факторни ефекти се представят също чрез относителни величини спрямо базисното количество на произведената продукция.

При анализ с неосреднени или непретеглени данни обаче определяща роля има адитивната форма, защото при нея може най-ясно да се установи и обособне величината на всеки реално съществуващ съвместен резултат от едновременните и еднопосочните промени на двата факторни показателя, а оттам и реалността на всички останали ефекти. Общо са възможни четири случая на промени на тези

Преход от адитивен факторен анализ на абсолютни резултативни величини...

показатели както при неосреднените, така и при осреднените данни: $\bar{p}_0 < \bar{p}_1$ и $Q_0 < Q_1$, $\bar{p}_0 > \bar{p}_1$ и $Q_0 > Q_1$, $\bar{p}_0 < \bar{p}_1$ и $Q_0 > Q_1$, $\bar{p}_0 > \bar{p}_1$ и $Q_0 < Q_1$.

Първите два случая са с техните еднопосочни промени (увеличения или намаления), при които възникват съвместни резултати, докато другите са с разнопосочни изменения на показателите, при които не могат да възникнат такива резултати. Във връзка с това по-нататък се придържахме към така представените едновременни промени на двата факторни показателя. С цел да се установи приемственост и връзка с предходни наши публикации по посочените проблеми са използвани посочените в тях примери.

Първият случай на промени на двата факторни показателя $\bar{p}_0 < \bar{p}_1$ и $Q_0 < Q_1$ е със следните условни данни, поместени в табл. 1.¹ Използват се малки числа, за да се улесни тяхното графично представяне и изчисляване. Те се отнасят за четири предприятия на една компания ($i = 1 \div 4$), всяко от които се характеризира през двата сравнявани периода ($j = 1, 2$) със средна производителност на труда p_{ij} и брой на заетите q_{ij} . Средната производителност на цялата компания за всеки период е \bar{P}_j , а общият брой на заетите е Q_j . Взети са нарочни данни за четири предприятия, за да се представят еднопосочни и разнопосочни промени на производителността и броя на заетите.

Таблица 1

Заети, средна производителност и произведена продукция

Пред- приятия	Базисен период			Отчетен период		
	Брой заети q_{i0}	Средна произв. (хил. лв.), p_{i0}	Продукция (хил. лв.) $S_0 = q_{i0}p_{i0}$	Брой заети q_{i1}	Средна произв. (хил. лв.), p_{i1}	Продукция (хил. лв.) $S_1 = q_{i1}p_{i1}$
I	150	5	750	300	8	2400
II	100	1	100	50	4	200
III	100	4	400	50	3	150
IV	50	3	150	100	2	200
Общо	400	3.5	1400	500	5.9	2950

Според числата в табл. 1 продукцията от $S_0 = 1400$ хил. лв. през базисния период е нараснала на $S_1 = 2950$ хил. лв. през отчетния период

¹ Христов, Е. Факторен анализ на прирасти на абсолютни резултативни величини с реални нетни и брутни ефекти. – Икономическа мисъл, 2004, N 3, с. 45-69.

или с $\Delta S = 1550$ хил. лв. Чрез отделните (неосреднени) данни за всяко предприятие този прираст се разпределя на следните факторни прирасти или ефекти:

- нетен коефициентен прираст $\Delta S_p = 500$ хил. лв. само от промените на коефициентите на производителността на труда на отделните предприятия;
- съвместен резултат $\Delta S_{ps} = 100$ хил. лв. от еднопосочни коефициентни и структурни промени на заетите само в предприятията с такива съвместни промени;
- съвместен резултат $\Delta S_{pe} = 300$ хил. лв. от еднопосочни промени на коефициентите и абсолютния брой на заетите само в предприятията с такива съвместни промени;
- нетен структурен прираст $\Delta S_s = 270$ хил. лв. само от структурни промени на заетите по предприятия след елиминиране на промените на техните производителности;
- съвместен резултат $\Delta S_{se} = 67,5$ хил. лв. от еднопосочни структурни промени на заетите по предприятия и промяната на общия им брой;
- нетен прираст $\Delta S_e = 312,5$ хил. лв. само от промяната на общия брой на заетите.

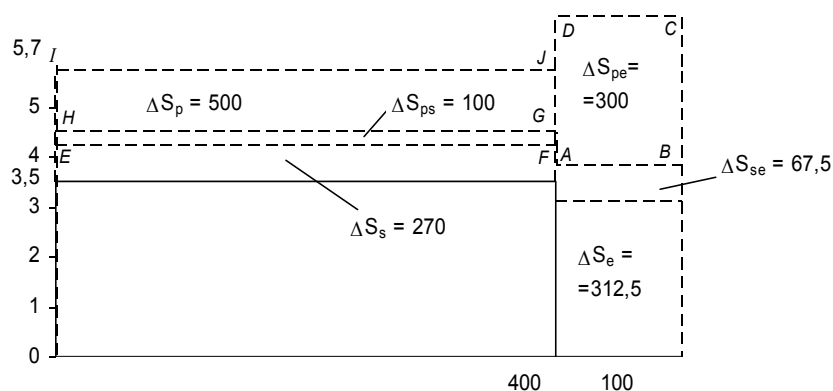
Прирастът на продукцията е точно равен на сумата на изброените ефекти: $\Delta S = S_1 - S_0 = \Delta S_p + \Delta S_{ps} + \Delta S_{pe} + \Delta S_s + \Delta S_{se} + \Delta S_e = 500 + 100 + 300 + 270 + 67,5 + 312,5 = 1550$ хил. лв. Както се вижда, тези шест резултата от факторния анализ на данните за отделните предприятия са най-подробни. Трите от тях - ΔS_p , ΔS_s и ΔS_e , са нетни или чисти, защото се дължат само на определен вид промени, докато другите три ефекта - ΔS_{ps} , ΔS_{pe} и ΔS_{se} , са съвместни резултати от два вида промени. По този начин се определя точният произход или източник на всеки ефект. Според критерия за ефективността двата нетни ефекта ΔS_p и ΔS_s , както и съвместният резултат ΔS_{ps} , са безусловно интензивни величини. Основанието за това е, че ΔS_p възниква само от промените на базисните производителности на четирите предприятия, ΔS_s - само от структурни промени на заетите, и ΔS_{ps} - от техните съвместни промени. Всички те влияят за изменението на средната интензивност на наблюдаваното явление, в случая – средната производителност на компанията. Последният нетен ефект ΔS_e е изцяло екстензивен, защото възниква само от промяната или увеличението на общия брой на заетите. Останалите два съвместни резултата ΔS_{pe} и ΔS_{se} са

Преход от адитивен факторен анализ на абсолютни резултативни величини...

по произход аналогични екстензивни величини, защото са свързани също с екстензивната промяна (увеличение) на общия брой на заетите. Според другия критерий за ефективността обаче те са и интензивни величини, защото ΔS_{pe} се дължи на най-голямото увеличение на производителността на труда на първото предприятие, а ΔS_{se} - на най-голямото увеличение на относителния дял на заетите в него, което има най-висока производителност и през двата периода (вж. табл. 1).

На фиг. 1 се виждат ясно местата на отделните ефекти спрямо промените на двата факторни показателя \bar{p} и Q . Двата съвместни резултата ΔS_{se} и ΔS_{pe} , които заедно с нетния екстензивен прираст ΔS_e са по произход пряко свързани с екстензивните промени на заетите, са представени на фигурата с площи, разположени над площта за нетния екстензивен прираст ΔS_e . Само площта за ΔS_{pe} е правоъгълникът $ABCD$. Сумата на трите ефекта е $\Delta S_e + \Delta S_{se} + \Delta S_{pe} = 312,5 + 67,5 + 300 = 680$ хил. лв. Другите три ефекта ΔS_p , ΔS_s и съвместният резултат ΔS_{ps} , които са безусловно интензивни величини, са изразени с площи, разположени над линията за базисната средна производителност на труда \bar{p}_0 . Специално площите за ΔS_{ps} и ΔS_p са $EFGH$ и $HGJI$. Сумата на трите ефекта възлиза на $\Delta S_p + \Delta S_{ps} + \Delta S_s = 500 + 100 + 270 = 870$ хил. лв. и заедно с първата сума образува общият прираст от 1550 хил. лв. на цялата продукция.

Фигура 1



По-нататък посочените факторни ефекти в стойностен израз (хил. лв.) могат да се превърнат в относителни величини чрез отнасянето им към базисното количество на продукцията $S_0 = 1400$ хил. лв. По-конкретно,

$$\Delta I_p = \frac{\Delta S_p}{S_0} = \frac{500}{1400} = 0,357, \quad \Delta I_{ps} = \frac{\Delta S_{ps}}{S_0} = \frac{100}{1400} = 0,072, \quad \Delta I_{pe} = \frac{\Delta S_{pe}}{S_0} = \frac{300}{1400} = 0,214,$$

$$\Delta I_s = \frac{\Delta S}{S_0} = \frac{270}{1400} = 0,193, \quad \Delta I_{se} = \frac{\Delta S_{se}}{S_0} = \frac{67,5}{1400} = 0,048 \text{ и } \Delta I_e = \frac{\Delta S_e}{S_0} = \frac{312,5}{1400} = 0,223.$$

Тяхната сума възлиза на 1,107 или прираст на продукцията със 110,7%, който е точно равен на относителното увеличение или темп на прираста, измерен чрез нейния индекс: $\Delta I_s = I_s - 1 = \frac{2950}{1400} - 1 = 1,107$ или 110,7%.

По аналогичен начин се определят конкретните ефекти от анализа на неосреднените данни за четирите предприятия и в обратния случай на промени на двата факторни показателя $\bar{p}_0 > \bar{p}_1$ и $Q_0 > Q_1$. Получават се абсолютно същите шест ефекта, но с обратни алгебрични знаци. Те могат да се измерят също чрез данните от примера в табл. 1, но при разменени места на двата периода. По тази причина тук ще разгледаме само следващия случай с разнопосочни промени на двата факторни показателя $\bar{p}_0 < \bar{p}_1$ и $Q_0 > Q_1$. Също за приемственост и връзка с предходни публикации² е използван известен пример, както разгледаният в табл. 1 (вж. табл. 2).

Таблица 2

Заети, средна производителност и произведена продукция

Пред- приятия	Базисен период			Отчетен период		
	Брой заети	Средна произв. (хил. лв.),	Продукция (хил. лв.)	Брой заети	Средна произв. (хил. лв.),	Продукция (хил. лв.)
	q_{i0}	p_{i0}	$S_0 = q_{i0}p_{i0}$	q_{i1}	p_{i1}	$S_1 = q_{i1}p_{i1}$
I	50	3	150	100	8	800
II	300	5	1500	150	7	1050
III	100	4	400	50	3	150
IV	50	6	300	100	4	400
Общо	500	4.7	2350	400	6.0	2400

² Вж. Христов, Е. Факторен анализ на прирасти на..., с. 65-68.

Преход от адитивен факторен анализ на абсолютни резултативни величини...

Според данните в табл. 2 продукцията $S_0 = 2350$ хил. лв. е нараснала на $S_1 = 2400$ хил. лв. или увеличението ΔS е само 50 хил. лв. Това незначително увеличение обаче се състои от големи факторни ефекти с различни алгебрични знаци:

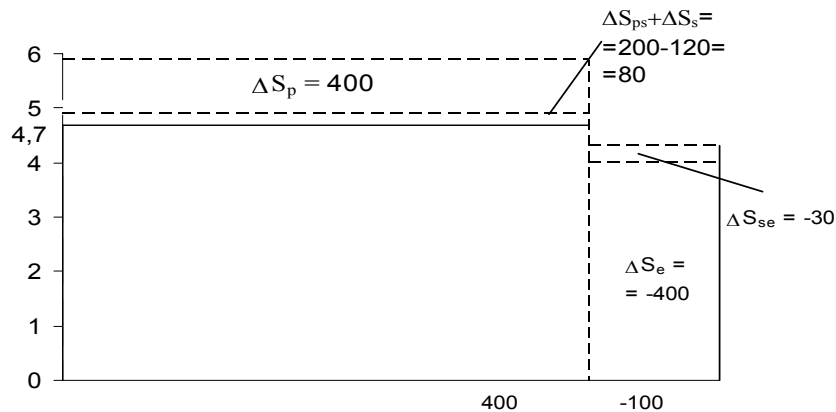
- нетен коефициентен прираст $\Delta S_p = 400$ хил. лв. само от промените на производителността на труда на отделните предприятия;
- съвместен прираст $\Delta S_{ps} = 200$ хил. лв. от еднопосочни коефициентни и структурни промени на заетите само в предприятията с такива съвместни промени;
- нетно структурно намаление на продукцията $\Delta S_s = -120$ хил. лв. само от структурни промени на заетите по предприятия след елиминиране на промените на техните производителности;
- съвместно намаление на продукцията $\Delta S_{se} = -30$ хил. лв. от еднопосочни структурни промени на заетите по предприятия и промяната на общия им брой;
- нетно екстензивно намаление на продукцията $\Delta S_e = -400$ хил. лв. само от промяната на общия брой на заетите в компанията.

Тук в случая на разнопосочни промени на $\bar{p}_0 < \bar{p}_1$ и $Q_0 > Q_1$ няма съвместен резултат ΔS_{pe} , защото в примера липсват предприятия с еднопосочни промени на производителността и общия брой на заетите. Трите ефекта ΔS_p , ΔS_s и ΔS_e са нетни, защото се дължат само на определен вид промени, докато другите два ефекта ΔS_{ps} и ΔS_{se} са съвместни резултати от два вида промени. Според критерия за ефективност ΔS_p , ΔS_s и ΔS_{ps} са изцяло интензивни величини, докато екстензивен е само ефектът ΔS_e . Съвместният ефект ΔS_{se} обаче е едновременно екстензивно и интензивно намаление на продукцията, защото произлиза от промяната в общия брой на заетите и заедно с това влияе за намалението на средната производителност на компанията след елиминиране на промените в производителностите на труда на отделните предприятия (вж. табл. 2). Всички ефекти от адитивния анализ на неосреднените данни за четирите предприятия са показани обобщено за цялата компания на фиг. 2.

Както се вижда от фиг. 2, ефектът $\Delta S_{se} = -30$ хил. лв., въпреки че е съвместен резултат, е отнесен изцяло към екстензивното намаление на продукцията, защото произлиза от общото понижение на заетите, но не

достига базисната средна производителност \bar{p}_0 . Площта на същия е разположена над площта за нетния екстензивен ефект ΔS_e . Сумата $\Delta S_{se} + \Delta S_e = -30 + (-400) = -430$ хил. лв. представлява екстензивното намаление на продукцията през отчетния спрямо базисния период. Другите три ефекта са безусловно интензивни величини, от които нетният $\Delta S_p = 400$ хил. лв. и съвместният $\Delta S_{ps} = 200$ хил. лв. са прирасти, а структурният $\Delta S_s = -120$ хил. лв. намаление на продукцията. Първият ефект ΔS_p е представен на фиг. 2 с площта над пунктираната линия, докато другите два интензивни ефекта ΔS_{ps} и ΔS_s са изразени чрез тяхната алгебрична сума $\Delta S_{ps} + \Delta S_s = 200 + (-120) = 80$ хил. лв. Този резултат е показан с площта, разположена между същата пунктирана линия и плътната линия за базисната производителност \bar{p}_0 . Общата сума на трите интензивни ефекта е $\Delta S_p + \Delta S_{ps} + \Delta S_s = 400 + 200 + (-120) = 480$ хил. лв. Заедно с общото намаление на продукцията от 430 хил. лв. на ефектите ΔS_e и ΔS_{se} се получава минималният прираст на цялата продукция на компанията през отчетния период с 50 хил. лв.

Фигура 2



Освен в стойностен израз посочените пет факторни ефекта се превръщат и в относителни величини чрез отнасянето им към базисното количество на продукцията $S_0 = 2350$ хил. лв. По-конкретно, $\Delta I_p = 0,170$,

Преход от адитивен факторен анализ на абсолютни резултативни величини...

$\Delta I_{ps} = 0,085$, $\Delta I_s = -0,051$, $\Delta I_{se} = -0,013$ и $\Delta I_e = -0,170$. Тяхната обща сума $0,170 + 0,085 + (-0,051) + (-0,013) + (-0,170) = 0,021$ е точно равна на минималното относително увеличение или темп на прираста на цялата продукция през отчетния период с $\Delta I_0 = \frac{50}{2350} = 0,021$, или 2,1%.

Адитивен и индексен факторен анализ с осреднени данни

От факторния анализ на неосреднените данни за четирите предприятия може да се премине във факторен анализ с осреднени данни за цялата компания. При него се работи със средните производителности на труда \bar{p}_0 и \bar{p}_1 , както и с общия брой на заетите Q_0 и Q_1 за цялата компания през двата сравнявани периода. Всяка от тези производителности представлява претеглена средна от производителностите на отделните предприятия P_{ij} с тегла броя на заетите в тях q_{ij} . Или аналитично базисната средна

$$\bar{p}_0 = \frac{\sum_{i=1}^4 p_{i0} q_{i0}}{\sum_{i=1}^4 q_{i0}} = \frac{\sum_{i=1}^4 p_{i0} q_{i0}}{Q_0}, \text{ а отчетната } \bar{p}_1 = \frac{\sum_{i=1}^4 p_{i1} q_{i1}}{\sum_{i=1}^4 q_{i1}} = \frac{\sum_{i=1}^4 p_{i1} q_{i1}}{Q_1}. \text{ Сумите на}$$

теглата $\sum_{i=1}^4 q_{i0} = Q_0$ и $\sum_{i=1}^4 q_{i1} = Q_1$ са общите бройки на заети в компанията през двата периода. Ако се използват относителните дялове на заетите във всяко предприятие $f_{ij} = \frac{q_{ij}}{Q_j}$, двете средни производителности се представят

с изразите: $\bar{p}_0 = \sum_{i=1}^4 p_{i0} f_{i0}$ и $\bar{p}_1 = \sum_{i=1}^4 p_{i1} f_{i1}$. Тук относителните дялове f_{i0} и f_{i1} образуват двете структури на теглата, а техните суми трябва да отговарят на условието $\sum_{i=1}^4 f_{i0} = 1$ и $\sum_{i=1}^4 f_{i1} = 1$.

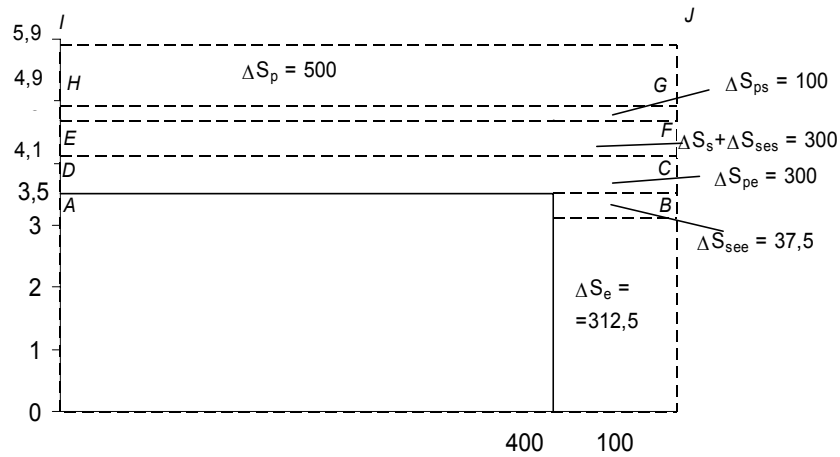
В съответствие с направения преди това анализ тук също ще разгледаме най-напред първия случай с еднопосочните промени $\bar{p}_0 < \bar{p}_1$ и $Q_0 < Q_1$. Според данните от табл. 1 общият прираст на продукцията $\Delta S = S_1 - S_0 = 1550$ хил. лв. се разпределя адитивно на два големи ефекта:

интензивен $\Delta S_u = (\bar{p}_1 - \bar{p}_0)Q_1 = (5,9 - 3,5) \cdot 500 = 2,4 \cdot 500 = 1200$ хил. лв. и

екстензивен $\Delta S_Q = (Q_1 - Q_0)\bar{p}_0 = (500 - 400) \cdot 3,5 = 100 \cdot 3,5 = 350$ хил. лв.

Първият ефект се дължи на промяната или увеличението на средната производителност на труда, докато вторият - само на промяната или увеличението на заетите в компанията (вж. фиг. 3).

Фигура 3



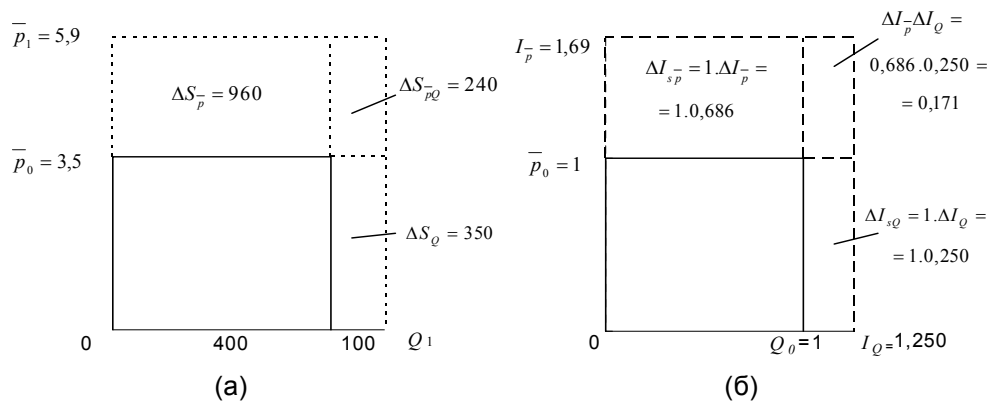
Фигура 3 произлиза от фиг. 1 за ефектите от неосреднените производителности на труда и показва, че при тяхното осредняване съвместният резултат $\Delta S_{se} = 67,5$ хил. лв. се разделя на две части. Първата $\Delta S_{see} = 37,5$ хил. лв. е екстензивна и допълва нетния екстензивен ефект $\Delta S_e = 312,5$ хил. лв. до базисната средна производителност $\bar{p}_0 = 3,5$ хил. лв. В резултат от това допълване се получава нов екстензивен ефект $\Delta S_Q = 37,5 + 312,5 = 350$ хил. лв., който е точно равен на вече изчисления $\Delta S_Q = (Q_1 - Q_0)\bar{p}_0 = 350$ хил. лв. Втората или останала част от съвместния резултат ΔS_{se} е $\Delta S_{ses} = 30$ хил. лв. и чрез осредняването преминава към нетния структурен ефект $\Delta S_s = 270$ хил. лв. Тяхната сума $30 + 270 = 300$ хил. лв. представлява нов структурен ефект $\Delta S'_s$, който на фиг. 3 е представен с правоъгълника *DCFE*. Едновременно с тези промени съвместният резултат $\Delta S_{pe} = 300$ хил. лв., представен на фиг. 1 с право-

Преход от адитивен факторен анализ на абсолютни резултативни величини...

ъгълника $ABCD$, се превръща при осредняването изцяло в интензивен прираст, показан на фиг. 3 чрез правоъгълник със същата площ, но с по-дълга основа. Също вследствие на осредняването останалите два прираста $\Delta S_p = 500$ хил. лв. и $\Delta S_{ps} = 100$ хил. лв., които на фиг. 1 са изразени с правоъгълниците $HGJI$ и $EFGH$, на фиг. 3 са превърнати в съответни правоъгълници със същите площи, но с по-дълги основи. Общата сума на всички интензивни ефекти, получени при осредняването на данните, е $\Delta S_p + \Delta S_{ps} + \Delta S'_s + \Delta S_{pe} = 500 + 100 + 300 + 300 = 1200$ хил. лв. и е точно равна на изчисления по-напред интензивен прираст $\Delta S_u = (\bar{p}_1 - \bar{p}_0)Q_1 = 1200$ хил. лв. Това е целият (брутен) интензивен прираст, който се дължи на увеличението на средната производителност и е представен на фиг. 3 с площта на правоъгълника $ABJI$. Или обобщено, при осредняването на данните се извършва прехвърляне на една част от съвместния резултат ΔS_{se} в интензивен структурен ефект, който заедно с нетния структурен ΔS_s от неосреднените данни образува нов структурен ефект $\Delta S'_s$. Другият съвместен резултат ΔS_{pe} от неосреднените данни се превръща също в интензивен, подобно на останалите два интензивни ефекта ΔS_p и ΔS_{ps} .

Адитивният анализ на прираста на абсолютната резултативна величина – обемът на произведената продукция, може да се развие, като се отчете видът на промените на \bar{p} и Q при осреднените данни. При разглежданите условия на $\bar{p}_0 < \bar{p}_1$ и $Q_0 < Q_1$ възниква въпросът каква част от прираста на произведената продукция $\Delta S = 1550$ хил. лв. се дължи само на промяната или увеличението на средната производителност на труда $\Delta \bar{p} = \bar{p}_1 - \bar{p}_0 = 2,4$ хил. лв., каква част – само на увеличението на заетите $\Delta Q = Q_1 - Q_0 = 100$, и каква – на едновременното увеличение на средната производителност на труда и заетите. Само нарастването на продукцията от увеличението на заетите, измерено по-напред, възлиза на $\Delta S_Q = (Q_1 - Q_0)\bar{p}_0 = 100 \cdot 3,5 = 350$ хил. лв. Според възприетата методика другите два прираста се определят, както следва: $\Delta S_p^- = (\bar{p}_1 - \bar{p}_0)Q_0 = 2,4 \cdot 400 = 960$ хил. лв. и $\Delta S_{pQ}^- = (\bar{p}_1 - \bar{p}_0)(Q_1 - Q_0) = 2,4 \cdot 100 = 240$ хил. лв. Сумата на трите ефекта възлиза на $\Delta S_p^- + \Delta S_Q + \Delta S_{pQ}^- = 960 + 350 + 240 = 1550$ хил. лв. Като абсолютни величини в хил. лв. тези ефекти са представени графично на фиг. 4а.

Фигура 4



Фиг. 4а съответства на фиг. 1 за анализа на неосреднените данни. Както се вижда, интензивният прираст $\Delta S_u = 1200$ хил. лв. се подразделя на две части: $\Delta S_p^- = 960$ хил. лв. само от увеличението на средната производителност и съвместния резултат $\Delta S_{pQ}^- = 240$ хил. лв. От адитивния анализ на фиг. 1 може да се установи, че съвместният ефект ΔS_{pQ}^- се образува от съвместните резултати $\Delta S_{see} = 375$ хил. лв. и $\Delta S_{pe} = 300$ хил. лв. Сумата им $\Delta S_{see} + \Delta S_{pe} = 375 + 300 = 3377$ хил. лв. е по-точна величина от съвместния резултат $\Delta S_{pQ}^- = 240$ хил. лв., измерен чрез осреднените данни. Така се потвърждава обективността на целия или брутен интензивен ефект от осреднените данни и необходимостта от анализ на съответните неосреднени данни за произхода на отделните ефекти. Чрез получените резултати за трите ефекта ΔS_p^- , ΔS_Q и ΔS_{pQ}^- се преминава в индексен факторен анализ на прираста на абсолютната резултативна величина. Тъй като при него се работи с относителни величини (индекси и темпове на прирасти), най-напред тези ефекти се отнасят към базисното количество на произведената продукция $S_0 = 1400$ хил. лв., за да се получат съответните относителни прирасти или темпове на резултативната величина: $\Delta I_{Sp}^- = \frac{\Delta S_p^-}{S_0} = \frac{960}{1440} = 0,686$ или $68,6\%$, $\Delta I_{SQ} = \frac{\Delta S_Q}{S_0} = \frac{350}{1400} = 0,250$, или $25,0\%$ и $\Delta I_{SpQ}^- = \frac{\Delta S_{pQ}^-}{S_0} = \frac{240}{1400} = 0,171$, или $17,1\%$.

Преход от адитивен факторен анализ на абсолютни резултативни величини...

Тяхната сума $\Delta I_{S_p^-} + \Delta I_{S_Q} + \Delta I_{S_{pQ}^-} = 68,6\% + 25,0\% + 17,1\% = 110,7\%$ представлява общият относителен прираст или темп на прираста на продукцията $\Delta I = \frac{\Delta S}{S_0} = \frac{1550}{1400} = 1,107$, или 110,7%. Същите относителни ефекти са

представени на фиг. 4б. За разлика от фиг. 4а тук базисните равнища на двата факторни показателя са единици, откъдето базисното количество на произведената продукция $\bar{p}_0 \bar{Q}_0 = 1.1 = 1$, или представлява геометрично квадрат. По този начин всеки нетен относителен прираст на продукцията, който се дължи само на относителния прираст на даден факторен показател, се изразява чрез произведението на единица със същия прираст на показателя. С данните от примера относителният прираст на производителността на труда е

$\Delta I_p^- = \frac{\bar{p}_1}{\bar{p}_0} - 1 = \frac{5,9}{3,5} - 1 = 0,686$, откъдето относителният прираст на продукцията

само от увеличението на производителността се представя с произведението $\Delta I_{S_p^-} = 1 \cdot \Delta I_p^- = 1 \cdot 0,686 = 0,686$, или 68,6%. По аналогия при относителен

прираст на броя на заетите $\Delta I_Q = \frac{Q_1}{Q_0} - 1 = \frac{500}{400} - 1 = 0,250$ този на продукцията само

от това им увеличение се изразява с произведението $\Delta I_{S_Q} = 1 \cdot \Delta I_Q = 1 \cdot 0,250 = 0,250$ или 25,0%. Най-накрая относителният прираст на продукцията като съвместен резултат от едновременните относителни увеличения на производителността и заетите се представя чрез произведението на същите относителни увеличения или $\Delta I_{S_{pQ}^-} = \Delta I_p^- \cdot \Delta I_Q = 0,686 \cdot 0,250 = 0,171$, т.е. 17,1%.

Чрез относителните промени на двата факторни показателя се получава същият индексен факторен анализ на изменението на произведената продукция. Като ненаименувани величини относителните промени на факторните показатели елиминират различията на техните изходни мащаби и дават само интензивността или силата на тези промени. Това е главното предимство на индексния анализ в сравнение с адитивния. В разглеждания случай едновременните увеличения на производителността на труда ΔI_p^- и на заетите ΔI_Q участват в израза на

този анализ: $I_S = \frac{S_1}{S_0} = (1 + \Delta I_p^-)(1 + \Delta I_Q)$. От развитието му произлизат трите

относителни факторни прираста или темпове на прираст на продукцията: $\Delta I_S = I_S - 1 = 1 + \Delta I_{S_Q} + \Delta I_{S_p^-} + \Delta I_{S_{pQ}^-} - 1 = \Delta I_{S_Q} + \Delta I_{S_p^-} + \Delta I_{S_{pQ}^-}$. Те се получават

също чрез известните произведения на съответните относителни величини: $\Delta I_{SQ} = 1 \cdot \Delta I_Q$, $\Delta I_{Sp} = 1 \cdot \Delta I_p$ и $\Delta I_{SpQ} = \Delta I_p \Delta I_Q$. Или крайните резултати от индексния факторен анализ при разглежданите условия $\bar{p}_0 < \bar{p}_1$ и $Q_0 < Q_1$ съвпадат с относителните факторни прирасти (ефекти) от адитивния анализ на произведената продукция. Окончателно $\Delta I_s = \Delta I_p + \Delta I_Q + \Delta I_p \Delta I_Q$. Аналогично на двата ефекта от адитивния анализ на осреднените данни (интензивния и екстензивния) и тук с индексния анализ най-точни са интензивният относителен прираст $\Delta I_{su} = \Delta I_{Sp} + \Delta I_p \Delta I_Q = \Delta I_p + \Delta I_p \Delta I_Q$ и екстензивният $\Delta I_{sQ} = \Delta I_Q$. С това решение съвместният резултат се интерпретира като интензивна величина.

Освен изтъкнатото предимство на индексния анализ, при който се елиминират мащабите на различните показатели, той има още едно предимство, отнасящо се до съвместния резултат. Според него същият резултат може да се раздели условно на две части, едната от които се дължи само на еднаквите относителни промени на двата факторни показателя, определени от по-малката промяна на единия показател.³ Втората част от съвместния резултат се дължи на по-голямата относителна промяна на другия факторен показател, но според нас двете части или която и да е от тях не трябва да се подразделя по-нататък по каквито и да са неформални съображения, защото са съвместни резултати.⁴ Във връзка с това трябва да се отбележи, че има учени като акад. Струмилин, които още преди повече от половин век са били с правилни принципни разбирания за аналитичните възможности на индексния анализ, но поради формални съображения на тогавашната епоха за факторите на производство не са дали в общия случай логичното крайно решение на проблема.

Тъй като общият или брутен интензивен прираст ΔS_u се дължи на промяната на средната производителност на компанията $\Delta \bar{p} = \bar{p}_1 - \bar{p}_0$, той може да се подраздели на три части, които се определят с отделен факторен анализ на средни равнища.⁵ Последният се основава на същите принципи, както факторния анализ на абсолютните резултативни величини. Чрез него $\Delta \bar{p}$ се разделя на следните части: Δp_p - само от промените на произво-

³ Струмилин, Г.С. К анализу совокупного действия нескольких факторов. Ученые записки по статистике. Т. III, Москва, 1957.

⁴ Христов, Е. Факторен анализ на прирасти на..., с. 47-48.

⁵ Христов, Е. Факторен анализ на средни равнища с реални и брутни ефекти. – Икономическа мисъл, 2004, N 6, с. 56-72.

Преход от адитивен факторен анализ на абсолютни резултативни величини...

дителностите p_i на отделните предприятия, Δp_s - само от структурните промени на заетите f_i в тях и Δp_{ps} - само от съвместните промени на производителностите и структурните промени на заетите. Тези части или ефекти се измерват с изразите:

$$\Delta p_p = \sum_{i=1}^n (p_{i1} - p_{i0}) f_{ij}, \text{ където } f_{ij} = \begin{cases} f_{i0} & \text{при } f_{i0} < f_{i1} \\ f_{i1} & \text{при } f_{i0} > f_{i1} \end{cases}$$

$$\Delta p_s = \sum_{i=1}^n (f_{i1} - f_{i0}) p_{ij}, \text{ където } p_{ij} = \begin{cases} p_{i0} & \text{при } p_{i0} < p_{i1} \\ p_{i1} & \text{при } p_{i0} > p_{i1} \end{cases}$$

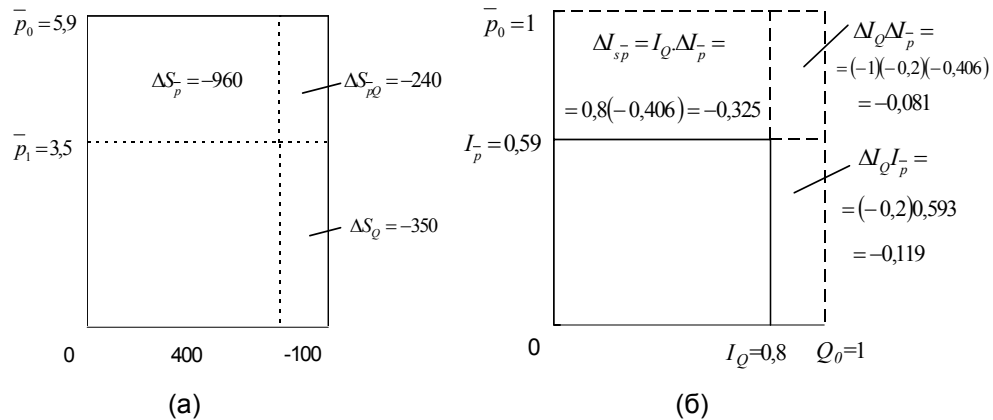
$$\Delta p_{ps} = \sum_{i=1}^n h(p_{i1} - p_{i0})(f_{i1} - f_{i0}), \text{ където } h = 1 \text{ при } p_{i0} < p_{i1} \text{ и } f_{i0} < f_{i1},$$

$h = -1$ при $p_{i0} > p_{i1}$ и $f_{i0} > f_{i1}$ и $h = 0$ при $p_{i0} < p_{i1}$ и $f_{i0} > f_{i1}$ или $p_{i0} > p_{i1}$ и $f_{i0} < f_{i1}$. Последните две условия за $h = 0$ показват, че при разнопосочни промени на p_i и f_i няма съвместни резултати.

С числата от примера се получават следните ефекти или прирасти на средната производителност: $\Delta p_p = 1,200$ хил. лв. на 1 заето лице, $\Delta p_s = 0,675$ хил. лв. и $\Delta p_{ps} = 0,525$ хил. лв. Тези числа разкриват, че най-голямото увеличение на средната производителност на компанията с $\Delta p_p = 1,200$ хил. лв. на едно заето лице произлиза от преобладаващи увеличения на производителностите в отделните предприятия. Значителен е и съвместният резултат $\Delta p_{ps} = 0,525$ хил. лв., който се дължи на едновременното увеличение на производителността и относителния дял на заетите в първото предприятия (табл. 1). Всеки отделен ефект е резултативна величина от преобладаващи факторни промени със съответния алгебричен знак в отделните предприятия. Оттук целият интензивен прираст от продукцията ΔS_u може да се разпредели чрез ефектите Δp_p , Δp_s и Δp_{ps} на следните реални части: $\Delta S_{up} = \Delta p_p Q_1 = 1,2 \cdot 500 = 600$ хил. лв. прираст само от промените на производителностите на труда в отделните предприятия, $\Delta S_{us} = \Delta p_s Q_1 = 0,675 \cdot 500 = 337,5$ хил. лв. само от структурните промени на заетите в предприятията и $\Delta S_{ups} = \Delta p_{ps} Q_1 = 0,525 \cdot 500 = 262,5$ хил. лв. - само от еднопосочните промени на производителността и дяловете на заетите. Тяхната сума възлиза на интензивния прираст $\Delta S_u = 1200$ хил. лв. В относителни числа спрямо базисния размер на продукцията същите

интензивни прирасти са съответно $\Delta I_{sup} = \frac{\Delta S_{up}}{S_0} = \frac{600}{1400} = 0,429$, или 42,9%,
 $\Delta I_{sus} = \frac{\Delta S_{us}}{S_0} = \frac{337,5}{1400} = 0,241$, или 24,1% или $\Delta I_{sup_s} = \frac{\Delta S_{ups}}{S_0} = \frac{2625}{1400} = 0,187$,
 или 18,7%. Тяхната сума е 85,7% и е точно равна на относителния размер
 на целия интензивен прираст $\Delta I_{su} = \frac{\Delta S_u}{S_0} = \frac{1200}{1400} \cdot 100 = 85,7\%$.

Фигура 5



Вторият случай на промени на двата факторни показателя е обратен на първия, защото е с $\bar{p}_0 > \bar{p}_1$ и $Q_0 > Q_1$. Или той се характеризира с едновременни намаления на факторните показатели. Примерът за него е същият, както в табл. 1, но при разменени места на данните за двата периода. При тези условия през базисния период е произведена продукцията $S_0 = 2950$ хил. лв., докато през отчетния е $S_1 = 1400$ хил. лв. Нейното намаление възлиза на $\Delta S = S_1 - S_0 = 1400 - 2950 = -1550$ хил. лв. и се разпределя на съответните факторни ефекти:

- нетно (чисто) намаление на продукцията ΔS_p само от понижаването на средната производителност на труда $\Delta \bar{p} = (\bar{p}_1 - \bar{p}_0) = (3,5 - 5,9) = -2,4$ хил. лв. на едно заето лице. $\Delta S_p = (\bar{p}_1 - \bar{p}_0) Q_0 = -2,4 \cdot 400 = -960$ хил. лв.

Преход от адитивен факторен анализ на абсолютни резултативни величини...

- нетно (чисто) намаление на продукцията ΔS_Q само от понижаването на заетите $\Delta Q = (Q_1 - Q_0) = (400 - 500) = -100$ човека. $\Delta S_Q = (Q_1 - Q_0)\bar{p}_1 = -100 \cdot 3,5 = -350$ хил. лв.

- съвместен резултат (намаление) на продукцията ΔS_{pQ} от едновременните намаления на производителността на труда и заетите. $\Delta S_{pQ} = h(\bar{p}_1 - \bar{p}_0)(Q_1 - Q_0) = (-1)(3,5 - 5,9)(400 - 500) = (-1)(-2,4)(-100) = -240$ хил. лв.

Както се вижда, тези резултати са еднакви по абсолютна стойност на факторните прирасти в първия случай на увеличения на факторните показатели, но са с обратни (отрицателни) знаци. Същите факторни намаления (ефекти) на продукцията са представени на фиг. 5а.

Чрез отнасянето на получените факторни ефекти към базисния обем на продукцията S_0 се преминава в относителните им величини или темпове на нама-

ление: $\Delta I_{sp} = \frac{\Delta S_p}{S_0} = \frac{-960}{2950} = -0,325$, или $-32,5\%$; $\Delta I_{sQ} = \frac{\Delta S_Q}{S_0} = \frac{-350}{2950} = -0,119$,

или $-11,9\%$, $\Delta I_{spQ} = \frac{\Delta S_{pQ}}{S_0} = \frac{-240}{2950} = -0,081$, или $-8,1\%$. Сумата

$\Delta I_{sp} + \Delta I_{sQ} + \Delta I_{spQ} = (-0,325) + (-0,119) + (-0,081) = -0,525$, или $-52,5\%$.

Тя е точно равна на относителното намаление на продукцията

$\Delta I_s = \frac{\Delta S}{S_0} = \frac{-1550}{2950} = -0,525$ или $-52,5\%$.

Базисното количество на продукцията на фиг. 5б представлява също квадрат, който е подобен на квадрата на фиг. 4б. Той се получава също чрез произведението на двата факторни показателя, приети за единици. По аналогичен начин като произведения се представят и относителните факторни намаления (ефекти) на продукцията чрез относителните промени на факторните показатели или техните темпове на намаление. Например относителното намаление на производителността на труда е

$\Delta I_p = \frac{\bar{p}_1}{\bar{p}_0} - 1 = \frac{3,5}{5,9} - 1 = -0,406$, а относителният размер на заетите през

отчетния период е $I_Q = \frac{Q_1}{Q_0} = \frac{400}{500} = 0,8$.

Оттук относителното намаление на продукцията само от промяната на производителността на труда е $\Delta I_{sp} = \Delta I_p I_Q = (-0,406) \cdot 0,8 = -0,325$ или 32,5%.

Чрез другото относително намаление на заетите $\Delta I_Q = \frac{Q}{Q_0} - 1 = \frac{400}{500} - 1 = -0,2$ и

относителния размер на производителността на труда през отчетния период $I_p = \frac{\bar{p}_1}{p_0} = \frac{3,5}{5,9} = 0,593$ се получава второто относително намаление на

продукцията ΔI_{SQ} . То се дължи само на промяната на заетите и се изразява също чрез произведението $\Delta I_Q I_p = (-0,2) \cdot 0,593 = -0,119$, или -11,9%.

Накрая последното относително намаление на продукцията ΔI_{spQ} , което се дължи на едновременните намаления на \bar{p} и Q , се определя също чрез произведението $h\Delta I_p \Delta I_Q = (-1)(-0,406)(-0,2) = -0,081$, или -8,1%. Сумата на трите факторни намаления на продукцията е $\Delta I_{sp} + \Delta I_{SQ} + \Delta I_{spQ} = (-0,325) + (-0,119) + (-0,081) = -0,525$. Полученото число е точно същото, както за общия темп на намаление на продукцията през отчетния период спрямо базисния с $\Delta I_S = I_S - 1 = \frac{S_1}{S_0} - 1 = \frac{1400}{2950} - 1 = 0,475 - 1 = -0,525$ или -52,5%.

Всички посочени факторни намаления на продукцията могат да се определят и чрез съответния индексен факторен анализ с реалните ефекти. За целта се използват относителните намаления на двата факторни показателя в известния израз за индекса на продукцията

$I_S = \frac{S_1}{S_0} = I_p I_Q = (1 + \Delta I_p)(1 + \Delta I_Q)$. От развитието на този израз се намират

съответните относителни факторни намаления или темпове на продукцията. Тъй като промените на факторните показатели са намаления или отрицателни величини, съвместният резултат $\Delta I_p \Delta I_Q$ трябва да се умножи с (-1) , за да бъде също отрицателна величина (намаление на продукцията). За разлика от първия случай с увеличения на факторните показатели обаче тук всяко от другите две относителни факторни намаления на продукцията не може да се определи само чрез известните произведения $\Delta I_{sp} = 1 \cdot \Delta I_p$ и $\Delta I_{SQ} = 1 \cdot \Delta I_Q$. Причината за това е, че всяко от тези произведения

Преход от адитивен факторен анализ на абсолютни резултативни величини...

представлява съответния брутен ефект от намалението на дадения факторен показател, защото единицата в производението е относителната величина за базисното равнище на другия показател (вж. фиг. 5б).

Оттук всяко нетно намаление на продукцията се определя чрез алгебричната сума на отрицателния брутен ефект и положителния съвместен резултат. Или $\Delta I_{s\bar{p}} = 1 \cdot \Delta I_p^- + \Delta I_p^- \Delta I_Q$ и $\Delta I_{sQ} = 1 \cdot \Delta I_Q + \Delta I_p^- \Delta I_Q$. Това означава, че към формално получените два отрицателни брутни ефекта и положителния съвместен резултат от развитието на израза за относителното намаление на продукцията $\Delta I_s = I_s - 1 = 1 \cdot \Delta I_p^- + 1 \cdot \Delta I_Q + \Delta I_p^- \Delta I_Q$, трябва да се прибавят още един положителен и един отрицателен съвместен резултат. С тях изразът не се променя, но се получават два положителни съвместни резултата, с които се определят двете нетни факторни намаления на продукцията и реалният отрицателен съвместен резултат. Аналитично $\Delta I_s = \Delta I_{s\bar{p}} + \Delta I_{sQ} + (-1) \Delta I_p^- \Delta I_Q =$

$= \Delta I_p^- + \Delta I_p^- \Delta I_Q + \Delta I_Q + \Delta I_p^- \Delta I_Q + (-1) \Delta I_p^- \Delta I_Q = I_Q \Delta I_p^- + I_p^- \Delta I_Q + (-1) \Delta I_p^- \Delta I_Q$. Последното равенство е крайният израз на решението на индексния факторен анализ в случая на $\bar{p}_0 > \bar{p}_1$ и $\bar{Q}_0 > \bar{Q}_1$. С числата от примера нетното намаление на продукцията само от намалението на производителността е $\Delta I_{s\bar{p}} = 1 \cdot \Delta I_p^- + \Delta I_p^- \Delta I_Q = \Delta I_p^- + \Delta I_p^- \Delta I_Q = -0,406 + 0,081 = -0,325$. Другото нетно намаление на продукцията само от съкращаването на заетите е $\Delta I_{sQ} = 1 \cdot \Delta I_Q + \Delta I_p^- \Delta I_Q = \Delta I_Q + \Delta I_p^- \Delta I_Q = -0,2 + 0,081 = -0,119$. Или се получава същият краен резултат от индексния факторен анализ: $\Delta I_s = I_Q \Delta I_p^- + I_p^- \Delta I_Q + (-1) \Delta I_p^- \Delta I_Q = -0,325 - 0,119 - 0,081 = -0,525$ (фиг. 5б).

Подобно на предходния случай с едновременните увеличения на \bar{p} и \bar{Q} и тук двата ефекта – интензивният и екстензивният от факторния анализ с осреднените данни, са най-точни, когато съвместният резултат се разглежда като интензивна величина. Само интензивното намаление на продукцията $\Delta S_u = -1200$ хил. лв. може също да се подраздели на части чрез факторния анализ на средните равнища. Получават се същите адитивни ефекти, както в предходния случай, но с обратни (отрицателни) алгебрични знаци. Техните относителни величини обаче са различни, защото базисното количество на продукцията не е 1400., а 2950 хил. лв. Оттук $\Delta I_{sup} = \frac{\Delta S_{up}}{S_0} = \frac{-600}{2950} = -0,203$,

или $-20,3\%$, $\Delta I_{sus} = \frac{S_{us}}{S_0} = \frac{-337,5}{2950} = -0,114$, или $-11,4\%$ и

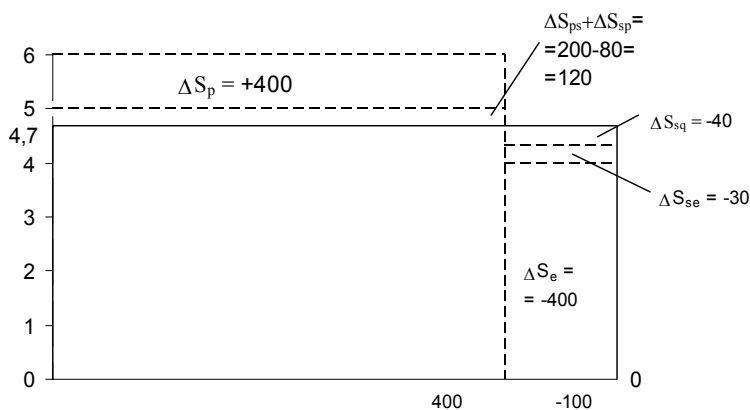
$$\Delta I_{sup,s} = \frac{S_{ups}}{S_0} = \frac{-262,5}{2950} = -0,089 \text{ или } -8,9\%.$$
 Тяхната сума възлиза на цялото относително намаление на продукцията от намалението на средната производителност с $\Delta I_{su} = \frac{\Delta S_u}{S_0} = \frac{-1200}{2950} = -0,406$, или $-40,6\%$. Заедно с относителното екстензивно намаление $\Delta I_{sQ} = -11,9\%$ се получава общото относително понижение или темп на продукцията с $\Delta I_s = -52,5\%$.

В заключение при разглеждания случай на едновременни намаления на двата факторни показателя с индексния факторен анализ не могат пряко да се определят нетните ефекти (намаления) на продукцията. Те се намират по косвен начин чрез отбелязаното допълнително включване на положителен и отрицателен съвместен резултат. Същевременно посоченото решение показва предимство на адитивния анализ на резултативните абсолютни величини, при който същите ефекти се получават пряко като нетни отрицателни величини. И тук обаче индексният анализ притежава изтъкнатите по-напред предимства в сравнение с адитивния. Освен че работи с ненаименувани величини на разнородни показатели, индексният анализ позволява разделянето на относителния съвместен резултат на две части. Едната от тях се обяснява само с еднаквите относителни намаления на двата факторни показателя, които се измерват с по-малкото намаление на единия показател. Втората част от съвместния резултат се дължи само на по-голямото относително намаление на другия факторен показател, но всяка от двете части също не може да се подразделя по-нататък по неформални съображения. Обобщено, крайните резултати от индексния факторен анализ съвпадат с относителните ефекти (намаления) на продукцията, които се получават с адитивния анализ на резултативните абсолютни величини. Същите крайни резултати обаче не могат пряко да се изведат с индексния анализ и обосновката на разглеждания случай на едновременни намаления на двата факторни показателя е най-трудна.

Следващите два случая бяха с разнопосочни промени на факторните показатели. Първият от тях с $\bar{p}_0 < \bar{p}_1$ и $Q_0 > Q_1$ е разгледан в табл. 2. Тук същият анализ е извършен с осреднените данни, които са показани на фиг. 6. Последната произлиза от фиг. 2 за същия пример с неосреднените данни. От тези фигури се установява, че при осреднените данни няма съвместен резултат от едновременните промени на средната производителност на труда \bar{p} и броя на заетите Q в компанията, защото те са разнопосочни величини.

Преход от адитивен факторен анализ на абсолютни резултативни величини...

Фигура 6



Минималният прираст на продукцията $\Delta S = 50$ хил. лв. се разпределя на следните два нетни или чисти ефекта: интензивен прираст ΔS_p^- - само от увеличението на средната производителност на труда \bar{p}_0 , и екстензивно намаление на продукцията ΔS_Q - само от намалението на общия брой на заетите Q_0 . С числата от примера $\Delta S_p^- = (\bar{p}_1 - \bar{p}_0)Q_1 = (6,0 - 4,7) \cdot 400 = 1,3 \cdot 400 = 520$ хил. лв. и $\Delta S_Q = (Q_1 - Q_0)\bar{p}_0 = (400 - 500) \cdot 4,7 = -100 \cdot 4,7 = -470$ хил. лв. Сумата $\Delta S_p^- + \Delta S_Q = 520 + (-470) = 50$ хил. лв.

На фиг. 6 се вижда, че с осредняването на данните за четирите предприятия една част от нетния структурен ефект $\Delta S_s = -120$ хил. лв. се е прехвърлила към екстензивното намаление на продукцията в размер на $\Delta S_{sq} = -40$ хил. лв. Нейната площ е представена над площта за ефекта $\Delta S_{se} = -30$ хил. лв. Цялото екстензивно намаление на продукцията се изразява със сумата $\Delta S_e + \Delta S_{se} + \Delta S_{sq} = -400 + (-30) + (-40) = -470$ хил. лв. Другата част от структурния ефект е $\Delta S_{sp} = -80$ хил. лв. и е отнесена към съвместния резултат $\Delta S_{ps} = 200$ хил. лв. Полученият остатък представлява прираст на продукцията от 120 хил. лв., който е представен с площ между долната пунктирана линия за целия интензивен прираст и плътната линия за средната базисна производителност на труда \bar{p}_0 . Същият остатък заедно с

нетния ефект $\Delta S_p = 400$ хил. лв. или прираста на продукцията само от промените на производителностите на отделните предприятия, образува общия интензивен прираст $\Delta S_u = 520$ хил. лв. Той се дължи на увеличението на средната производителност на компанията. Площта за него се намира над плътната линия за същата средна производителност $\bar{p}_0 = 4,7$ хил. лв. на едно заето лице. В относителни величини или темпове спрямо базисния размер на продукцията S_0 двата нетни ефекта са

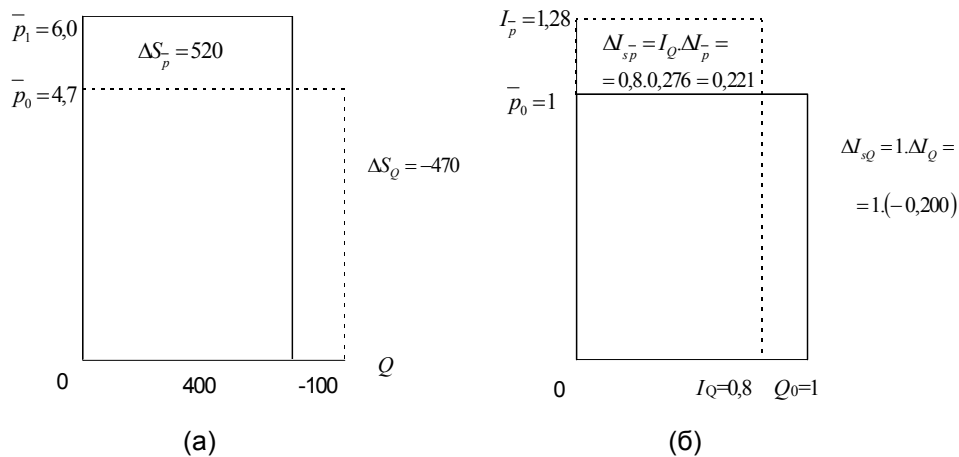
$$\Delta I_{sp} = \frac{\Delta S_p}{S_0} = \frac{520}{2350} = 0,221, \text{ или } 22,1\% \text{ и } \Delta I_{sQ} = \frac{\Delta S_Q}{S_0} = \frac{-470}{2350} = -0,200,$$

или $-20,0\%$. Тяхната сума $\Delta I_{sp} + \Delta I_{sQ} = 22,1 + (-20) = 2,1\%$ е точно равна на относителния прираст или общия темп на продукцията с

$$\Delta I_s = \frac{\Delta S}{S_0} = \frac{50}{2350} \cdot 100 = 2,1\%.$$

Чрез посочените относителни промени на продукцията и факторните показатели се преминава в индексен факторен анализ. Необходимите данни и резултати от него са представени на фиг. 7.

Фигура 7



Фиг. 7а е графичен израз на обобщените резултати за интензивния и екстензивния прираст от фиг. 6, докато фиг. 7б представя индексния

Преход от адитивен факторен анализ на абсолютни резултативни величини...

факторен анализ на същите осреднени данни. За целта се излиза от индекса на продукцията $I_S = (1 + \Delta I_p^-)(1 + \Delta I_Q)$. От неговото развитие се получават

трите ефекта или темпове на продукцията ΔI_{SQ} , $\Delta I_{S\bar{p}}$ и $\Delta I_{S\bar{p}Q}$, които могат да се изразят като произведения на относителни величини. Например относителното намаление на продукцията е $\Delta I_{SQ} = 1 \cdot \Delta I_Q$, където единицата

е за базисната производителност на труда, а $\Delta I_Q = \frac{Q_1}{Q_0} - 1 = \frac{400}{500} - 1 = -0,2$ е

относителното намаление (темп) на заетите. Оттук в примера първият факторен ефект $\Delta I_{SQ} = 1 \cdot \Delta I_Q = 1 \cdot (-0,2) = -0,2$ (вж. фиг. 7б). На тази фигура

базисното количество на продукцията е представено също с квадрат. Вторият факторен ефект представлява прираст на продукцията $\Delta I_{S\bar{p}} = 1 \cdot \Delta I_p^-$, където единицата е за базисното количество на заетите, докато

$\Delta I_p^- = \frac{\bar{p}_1}{\bar{p}_0} - 1 = \frac{6,0}{4,7} - 1 = 0,276$ е относителното увеличение (темп) на

производителността на труда. Оттук $\Delta I_{S\bar{p}} = 1 \cdot 0,276 = 0,276$, но този ефект е

брутен, защото включва и несъществуващ съвместен резултат $\Delta I_{S\bar{p}Q} = (-1) \Delta I_p^- \Delta I_Q = (-1) 0,276 \cdot (-0,2) = 0,055$. По тази причина

реалният нетен относителен прираст на продукцията само от увеличението на средната производителност се определя чрез алгебричната сума $\Delta I_{S\bar{p}} = 1 \cdot \Delta I_p^- + \Delta I_p^- \Delta I_Q = 0,276 + (-0,055) = 0,221$ (вж. фиг. 7б). Това е

точно същото число, което се получи по-напред чрез отношението

$$\Delta I_{S\bar{p}} = \frac{\Delta S_{\bar{p}}}{S_0} = \frac{520}{2350} = 0,221, \text{ или } 22,1\%.$$

В заключение с индексния анализ при разнопосочните промени на двата факторни показателя $\bar{p}_0 < \bar{p}_1$ и $Q_0 > Q_1$ възникват винаги брутен положителен относителен прираст на продукцията от увеличение на производителността на труда и реално несъществуващ съвместен резултат. Съответният реален относителен прираст се получава чрез приспадането на съвместния резултат. Общо двата нетни ефекта образуват прираста на продукцията $\Delta I_S = \Delta I_{S\bar{p}} + \Delta I_{SQ} = (\Delta I_p^- + \Delta I_p^- \Delta I_Q) + \Delta I_{SQ} = I_Q \Delta I_p^- + \Delta I_Q$. Последното равенство е крайният израз на решението от индексния анализ в случая на $\bar{p}_0 < \bar{p}_1$ и $Q_0 > Q_1$.

На следващ етап интензивният прираст $\Delta S_u = 520$ хил. лв. се подразделя на известните части според отделните ефекти Δp_p , Δp_s и Δp_{ps} на разликата $\Delta \bar{p} = 1,7$ хил. лв. С авторовия метод за факторен анализ на средни равнища тези ефекти са $\Delta p_p = 0,925$ хил. лв., $\Delta p_s = -0,300$ хил. лв. и $\Delta p_{ps} = 0,675$ хил. лв. на едно заето лице. Чрез тях интензивният прираст ΔS_u на фиг. 7а се разпределя на следните части: $\Delta S_{sup} = \Delta p_p Q_1 = 0,925 \cdot 400 = 370$ хил. лв. прираст само от преобладаващи увеличения на производителността на труда, $\Delta S_{us} = \Delta p_s Q_1 = -0,300 \cdot 400 = -120$ хил. лв. намаление на продукцията само от промени на структурата на заетите и $\Delta S_{sup_s} = \Delta p_{ps} Q_1 = 0,675 \cdot 400 = 270$ хил. лв. прираст само от еднопосочни промени на производителността и относителните дялове на заетите.

Получените ефекти се превръщат в относителни величини или темпове чрез отнасянето им към базисния размер на продукцията:

$$\Delta I_{sup} = \frac{\Delta S_{sup}}{S_0} = \frac{370}{2350} = 0,157, \text{ или } 15,7\%, \quad \Delta I_{sus} = \frac{\Delta S_{sus}}{S_0} = \frac{-120}{2350} = -0,051, \text{ или } -5,1\%$$

$$\text{и } \Delta I_{sup_s} = \frac{\Delta S_{sup_s}}{S_0} = \frac{270}{2350} = 0,115, \text{ или } 11,5\% \quad \text{Сумата на тези относителни}$$

числа възлиза на 22,1% и е точно равна на относителния размер или темп на

$$\text{интензивния прираст с } \Delta I_{su} = \frac{\Delta S_u}{S_0} \cdot 100 = \frac{520}{2350} \cdot 100 = 22,1\% .$$

Последният случай с разнопосочните промени $\bar{p}_0 > \bar{p}_1$ и $Q_0 < Q_1$ е обратен на предходния и може да се представи със същия условен пример от табл. 2, но при разменени места на данните за двата периода. При тези условия най-напред се установяват следните ефекти в изходните абсолютни единици (хил. лв.):

- нетно (чисто) намаление на продукцията само от понижаването на производителността на труда.

$$\Delta S_p = (\bar{p}_1 - \bar{p}_0) Q_0 = (4,7 - 6,0) \cdot 400 = -1,3 \cdot 400 = -520 \text{ хил. лв.}$$

- нетен (чист) прираст на продукцията само от увеличението на броя на заетите. $\Delta S_Q = (Q_1 - Q_0) \bar{p}_1 = (500 - 400) \cdot 4,7 = 100 \cdot 4,7 = 470$ хил. лв.

Сумата на двата факторни ефекта $\Delta S_p + \Delta S_Q = -520 + 470 = -50$ хил. лв. е минималното намаление на продукцията през отчетния спрямо

Преход от адитивен факторен анализ на абсолютни резултативни величини...

базисния период. Или се получават същите ефекти по абсолютна стойност както в предходния случай, но с обратни алгебрични знаци. Тези ефекти са показани на фиг. 8а, на която се вижда, че няма никакъв съвместен резултат нито като прираст, нито като намаление на продукцията.

Съгласно възприетата логика на изследване, определените по-горе ефекти се отнасят към базисното количество на продукцията S_0 , за да се намерят

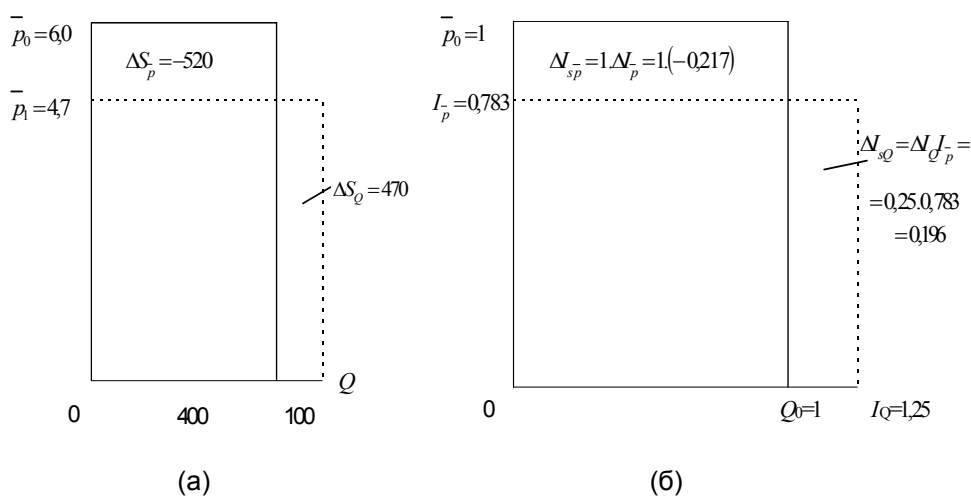
относителните им величини или темпове: $\Delta I_{S\bar{p}} = \frac{\Delta S_{\bar{p}}}{S_0} = \frac{-520}{2400} = -0,217$, или

$-21,7\%$ и $\Delta I_{SQ} = \frac{\Delta S_Q}{S_0} = \frac{470}{2400} = 0,196$, или $19,6\%$. Тяхната сума

$(-0,217) + 0,196 = -0,021$ представлява минималното относително намаление

(темп) на продукцията с $\Delta I_S = \frac{\Delta S}{S_0} = \frac{-50}{2400} = -0,021$ или $-2,1\%$.

Фигура 8



Същите резултати се получават и с индексния факторен анализ. От развитието на неговия известен израз $I_S = (1 + \Delta I_{\bar{p}})(1 + \Delta I_Q)$ се намират съответните факторни ефекти или темпове на продукцията: $\Delta I_{S\bar{p}}$, ΔI_{SQ} и

$\Delta I_{S\bar{p}Q}$. Те могат също да се представят като произведения на относителни величини. По-конкретно, $\Delta I_{S\bar{p}} = 1 \cdot \Delta I_{\bar{p}}$, където единицата е за базисния брой на заетите, а $\Delta I_{\bar{p}} = \frac{\bar{p}_1}{\bar{p}_0} - 1$ е относителното намаление (темп) на базисната производителност на труда. С данните от примера $\Delta I_{\bar{p}} = \frac{4,7}{6,0} - 1 = -0,217$, откъдето $\Delta I_{S\bar{p}} = 1 \cdot (-0,217) = -0,217$ или $-21,7\%$. Тези числа са показани на фиг. 8б, където базисното количество на продукцията е представено също с квадрат. Аналогично вторият ефект ΔI_{SQ} представлява произведението $1 \cdot \Delta I_Q$, където единицата е за базисната производителност на труда, докато $\Delta I_Q = \frac{Q_1}{Q_0} - 1$, е относителният прираст (темп) на заетите през отчетния период. Или с конкретните данни $\Delta I_Q = \frac{500}{400} - 1 = 0,250$, откъдето $\Delta I_{SQ} = 1 \cdot 0,250 = 0,250$ или $25,0\%$. Същият факторен прираст обаче е неточен, защото е брутен ефект, съдържащ несъществуващ положителен съвместен резултат, който трябва да се приспадне (фиг. 8б). Необходимото намаление може да се осъществи с третия ефект $\Delta I_{S\bar{p}Q} = \Delta I_Q \Delta I_{\bar{p}}$, който се получава формално от индексния факторен анализ и представлява несъществуващия съвместен резултат с отрицателен знак. Оттук реалният факторен прираст на продукцията само от увеличението на заетите се определя с алгебричната сума $1 \cdot \Delta I_Q + \Delta I_Q \Delta I_{\bar{p}}$. С числата от примера $\Delta I_{SQ} = 1 \cdot 0,250 + 0,250 \cdot (-0,217) = 0,250 - 0,054 = 0,196$, или $19,6\%$. Сумата на двата реални факторни ефекта $\Delta I_{S\bar{p}} + \Delta I_{SQ} = -0,217 + 0,196 = -0,021$, или $-2,1\%$. Това число е същото, получено по-горе като минимално относително намаление (темп) на продукцията с $\Delta I_S = \frac{\Delta S}{S_0} = \frac{-50}{2400} = -0,021$.

В заключение с индексния анализ при разгледаните разнопосочни промени на двата факторни показателя $\bar{p}_0 > \bar{p}_1$ и $Q_0 < Q_1$ възникват винаги брутен положителен прираст на продукцията само от увеличение на заетите и

Преход от адитивен факторен анализ на абсолютни резултативни величини...

реално несъществуващ отрицателен съвместен резултат. Съответният нетен относителен прираст се получава чрез тяхната алгебрична сума. Общо двата нетни ефекта образуват прираста на продукцията $\Delta I_s = \Delta I_{sp} + \Delta I_{sQ} = \Delta I_p + (\Delta I_Q + \Delta I_p \Delta I_Q) = \Delta I_p + I_p \Delta I_Q$. Последното равенство е крайният израз на решението с индексния факторен анализ в случая на $\bar{p}_0 > \bar{p}_1$ и $Q_0 < Q_1$.

Най-накрая, интензивното намаление на продукцията $\Delta S_u = -520$ хил. лв. се подразделя на известните три части според ефектите Δp_p , Δp_s и Δp_{ps} . Тъй като тези ефекти са същите по абсолютна стойност както в предходния случай, но са с обратни алгебрични знаци, съответните части на ΔS_u са следните: $\Delta S_{sup} = \Delta p_p Q_0 = -0,925.400 = -370$ хил. лв. намаление на продукцията само от промените на производителностите в отделните предприятия, $\Delta S_{sus} = \Delta p_s Q_0 = 0,300.400 = 120$ хил. лв. прираст само от структурните промени на заетите, и $\Delta S_{sup s} = \Delta p_{ps} Q_0 = -0,675.400 = -270$ хил. лв. намаление на продукцията само от еднопосочните промени на производителностите и относителните дялове на заетите в предприятията. Относителните величини на получените ефекти или темпове обаче се различават от съответните в предходния случай, защото се изчисляват не спрямо 2350 хил. лв., а спрямо базисното количество на произведената продукция $S_0 = 2400$ хил. лв. По-конкретно, $\Delta I_{sup} = \frac{\Delta S_{sup}}{S_0} = \frac{-370}{2400} = -0,154$, или $-15,4\%$, $\Delta I_{sus} = \frac{\Delta S_{sus}}{S_0} = \frac{120}{2400} = 0,05$, или $5,0\%$ и $\Delta I_{sup s} = \frac{\Delta S_{sup s}}{S_0} = \frac{-270}{2400} = -0,113$, или $-11,3\%$. Сумата на тези относителни числа е точно равна на относителното интензивно намаление или темп на продукцията с $\Delta I_{su} = \frac{\Delta S_u}{S_0} = \frac{-520}{2400} \cdot 100 = -21,7\%$.

Обобщено, при индексния анализ на двата случая с разнопосочни промени на факторните показатели винаги възниква нереален отрицателен съвместен резултат, с който трябва да се намали съответният положителен брутен относителен прираст. Най-общият и важен извод за предложения индексен анализ обаче е, че крайните резултати от него съвпадат с относителните ефекти, които се получават, и с адитивния анализ на абсолютните резултативни величини.

*

С прехода от адитивен факторен анализ на абсолютните резултативни величини при неосреднени данни в адитивен и индексен с осреднени данни, както и неговото продължение с факторен анализ на съответните средни равнища, се предлага единна методика за анализ на прирастите на всякакви множествени явления в икономическите и социалните изследвания. Препоръчваме на практиката да прилага най-напред адитивен анализ на наличните най-подробни и неосреднени данни, след който да ползва адитивен или индексен анализ на съответните осреднени данни. Тези две форми са еквивалентни, но индексната е задължителна за анализи на разнородни дейности в икономиката, защото техните средни характеристики могат да нямат конкретна съдържателна и познавателна стойност. Същата методика може да намери приложение и във всички останали области на знанието, където всяка резултативна величина се представя като произведение най-малко на два факторни показателя, от които единият е интензивен, а другият – екстензивен.

15.IX.2005 г.