

НОБЕЛОВА НАГРАДА ЗА ПОСТИЖЕНИЯ В ОБЛАСТТА НА ИКОНОМИЧЕСКИТЕ НАУКИ ЗА 2012 Г.*

Кралската шведска академия на науките реши наградата на Шведската национална банка за постижения в областта на икономическите науки в памет на Алфред Нобел да бъде присъдена на Алвин Е. Рот и Лойд С. Шапли за “теорията на стабилните разпределения и практиката на пазарното устройство”.

Алвин Е. Рот е роден през 1951 г. Защитава докторат в Станфорд през 1974 г. Професор е по икономика и бизнес-администрация в Харвардския университет в Кеймбридж, САЩ и в бизнес-школата на Харвард в Бостън, както и хоноруван професор по икономика в Станфордския университет, Калифорния.

Лойд С. Шапли е роден през 1931 г. в Кеймбридж, САЩ. Защитава докторат в Принстън през 1954 г. Почетен професор е по математика и икономика в Калифорнийския университет в Лос Анджелис.

Въведение

Икономистите изследват начина, по който обществата разпределят ресурси. Някои проблеми на разпределението се решават с помощта на ценовата система: високите заплати привличат работници към определени работни места, докато високите цени принуждават потребителите да пестят енергия. В много случаи обаче използването на ценовата система среща правни или етични възражения. Такива области са например разпределението на местата в обществени училища или на човешки органи сред пациенти, нуждаещи се от трансплантация. Освен това съществуват множество пазари, където ценовата система работи, но традиционното допускане за свършена конкуренция не може да бъде изпълнено дори приблизително. Някои стоки са неделими и хетерогенни, поради което пазарът за тях става твърде тънък (с малко агенти от двете страни). Начинът, по който подобни тънки пазари преразпределят ресурсите, зависи от институциите, управляващи сделките.

Тазгодишната награда се присъжда на изследвания, съдържащи както теоретичната рамка за анализа на разпределението на ресурси, така и емпирични проучвания и препоръки за същинско преустройство на реално съществуващи институции като клиринговите къщи на трудовия пазар и процедурите за училищен прием. Основите на теоретичната рамка са положени през 1962 г., когато Дейвид Гейл и Лойд Шапли публикуват математическо изследване на определени проблеми, свързани с разпределението. Те разглеждат модел с два вида агенти, например работници и фирми, които трябва да бъдат съчетани по двойки. Ако даден работник е нает от работодател А, но би предпочел работодателя Б, който също би го наел (но не е), налице са неизползвани печалби от

* Оригиналният текст на английски език на официалната научна обосновка на наградата може да бъде намерен в "The Prize in Economic Sciences 2012 - Advanced Information". Nobelprize.org. 4 Dec 2012, http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/economics/laureates/2012/advanced.html

търговията. Ако работодателят Б беше наел работника, би било по-добре и за двамата. Гейл и Шапли дефинират стабилното съчетаване по двойки като такова, при което не съществуват подобни неизползвани печалби от търговията. В един идеален пазар, където работниците и фирмите имат неограничено време и способности да сключват сделки, резултатът винаги би бил стабилен. Разбира се, реалните пазари се различават от идеалния по множество важни характеристики. Въпреки това Гейл и Шапли откриват процеса на “отложено приемане”, който е лесно разбираем и винаги води до стабилен резултат. Той определя как агентите от едната страна на пазара (например работодателите) правят предложения на тези от другата страна, които ги приемат или отхвърлят съобразно конкретни правила.

Емпиричната приложимост на тази теоретична рамка е разпозната от Алвин Рот. В статия, публикувана през 1984 г., той открива, че пазарът за новозавършили лекари в САЩ исторически претърпява серия неуспехи, но централизираната клирингова къща подобрява ситуацията чрез прилагането на процедура, която по същество е еквивалентна на тази с отложено приемане на Гейл и Шапли. В статията са изяснени задачите, решавани от пазарите, и е показано как концепцията за стабилност се превръща в организиращ принцип, който помага за разбирането на това защо понякога пазарите работят добре, а друг път – не.

Впоследствие Рот и колегите му използват тази рамка заедно с емпирични изследвания, контролирани лабораторни експерименти и компютърни симулации, за да проучат функционирането и на други пазари. Изследванията им не само показват как работят тези пазари, но са полезни и за създаването на институции, които подобряват функционирането им, често прилагайки някаква версия или разширение на процедурата на Гейл и Шапли. Това води до създаването на нов клон на икономиката, известен като пазарен дизайн. Важно е да се отбележи, че в този контекст терминът “пазар” не предполага задължителното наличие на ценова система. Всъщност паричните трансфери са изключени при голяма част от най-важните приложения.

Наградените през 2012 г. изследвания използват както некооперативната (некоалиционна), така и кооперативната (коалиционна) теория на игрите. Некооперативната теория е предмет на изследванията на нобеловите лауреати Джон Харшани, Джон Наш и Райнхарт Зелтен (1994 г.) и Робърт Ауман и Томас Шелинг (2005 г.). Отправна точка на анализа в нея е подробното описание на даден стратегически проблем, пред който е изправен вземащият решения индивид. Обратното, кооперативната теория на игрите изследва въпроса за това как групи (“коалиции”) от индивиди могат да задоволят интересите си, работейки заедно - отправната точка на анализа тук е описанието на това, което може да постигне всяка коалиция. Сред учените с най-голям принос за разработването на тази теория е Лойд Шапли.

В много отношения кооперативният и некооперативният подход се допълват. Двете характеристики от ключово значение за пазарния дизайн са стабил-

ността, която насърчава групите доброволно да участват на пазара, и съвместимостта със стимулите, която пречи на стратегическото му манипулиране. Понятието за стабилност произлиза от кооперативната теория на игрите, а съвместимостта със стимулите идва от теорията за икономическите механизми, част от некооперативната теория на игрите, за която през 2007 г. Нобеловата награда получават Леонид Хурвиц, Ерик Маскин и Роджър Майерсън.

Контролираните лабораторни експерименти често се използват в областта на дизайна на пазарни институции. Върнън Смит печели наградата за 2002 г. за изследванията си в областта на експерименталната икономика. Алвин Рот е друг основен изследовател в тази сфера.

Съчетаването на теория на игрите, емпирични наблюдения и контролирани експерименти води до разработването на емпирични изследвания със съществени практически приложения. Доказателствата, получени от реалното използване на новосъздадени или преустроени институции, имат важен ефект върху взаимодействието и обратната връзка - откриването на практически проблем при прилагането може да задейства теоретична работа и провеждане на нови експерименти, които в крайна сметка водят до промяна в дизайна на пазарни институции. Въпреки че тези елементи оформят едно интегрирано цяло, те ще бъдат разгледани поотделно, като се започне от някои основни теоретични концепции.

Първа теория: Стабилност

Гейл и Шапли (Gale and Shapley, 1962) изследват стабилните разпределения в контекста на специфичен модел, описан в следващата част. Първо обаче ще бъде разгледана идеята за стабилността от по-общата гледна точка на кооперативната теория на игрите.

Кооперативни игри с прехвърлими ползи

Тук ще бъдат представени някои основни дефиниции от кооперативната теория на игрите.¹ Да разгледаме едно множество $N = \{1, 2, \dots, n\}$ с n индивиди ("играчи"), например търговци на пазара. Група индивиди, които работят заедно, формират коалиция. Всяка игра с коалиционна форма и прехвърлими ползи определя "стойността" $v(S)$ за всяка коалиция $S \subseteq N$. Стойността е икономическият излишък (сума пари), която коалицията S може да генерира, използвайки собствените си ресурси. Ако се формира коалиция S , членовете ѝ могат да поделят излишъка $v(S)$ по какъвто начин желаят, а ползата за всеки член е равна на неговия дял от излишъка. Това е прехвърлима полза. Функцията v се нарича характерна функция. Две специфични коалиции са: $\{i\}$, съставена от само един член и $i \in N$, както и общата коалиция N , в която участие взимат всички играчи.

¹ Формалният апарат на кооперативната теория на игрите е въведен с класическото изследване на Фон Нойман и Моргенщерн (Von Neumann and Morgenstern, 1944).

Кооперативната теория на игрите изучава стимулите на индивидите за формиране на коалиции, при положение, че всякакви потенциални конфликти на интереси в рамките на една коалиция могат да бъдат уреждани с обвързващи споразумения. Подобни споразумения принуждават членовете на коалицията да предприемат действия, максимизиращи излишъка за коалицията, и именно този максимизиран излишък е нейната стойност. Трудности възникват обаче, когато излишъкът зависи и от действия на лица, които не членуват в коалицията. Тогава стойността на коалицията може да бъде определена по последователен начин, ако се приеме, че нечленуващите в нея играчи ще се опитват да максимизират собствената си печалба (Huang and Sjöström, 2003, Kóczy, 2007).

При игри с прехвърлими ползи се приема, че играчите могат свободно да прехвърлят ползите помежду си, правейки странични плащания. В определени области обаче тези плащания са ограничени и ползите не са (перфектно) прехвърлими. Например в Националната програма за съчетаване на стажовете (NRMP), разгледана по-нататък, заплатите са фиксирани преди отварянето на пазара (Roth, 1984a). В други случаи като даряването на човешки органи страничните плащания се смятат за "несъвместими" (Roth, 2007). Кооперативната теория на игрите може да се приложи и в тези случаи, тъй като теорията на игрите с непрехвърлима полезност е добре развита.

Стабилност и ядро

Нека x_i е печалбата на индивида i , а $x = (x_1; x_2; \dots; x_n)$ е векторът на печалба. Ако членовете на дадена коалиция S могат да използват собствените си ресурси, за да подобрят положението си, тогава може да се каже, че тя се подобрява спрямо x или блокира x . Когато ползите са прехвърлими, коалицията S може да се подобри спрямо x , ако:

$$(1) \quad \sum_{i \in S} x_i < v(S)$$

И наистина, ако неравенство (1) е вярно, S може да произведе излишък $v(S)$ и след това да го разпредели така, че всички членове изрично да подобрят положението си, като по този начин те остават под вектора на печалба x . Тогава разпределението на x е нестабилно.

Дадено разпределение е стабилно, когато не може да бъде подобрено от никоя коалиция.² Така при прехвърлими ползи векторът на печалбата x е стабилен, ако:

$$\sum_{i \in S} x_i \geq v(S)$$

² Стабилността има различни дефиниции в литературата. Тук тя се разглежда само като стабилност спрямо всяко възможно коалиционно отклонение.

за всяка коалиция $S \subseteq N$. Наборът от всички стабилни вектори на печалба се нарича ядро.

Въпреки че въведохме понятието “стабилност” в контекста на игрите с прехвърлими ползи, дефиницията се пренася по недвусмислен начин и при игрите с непрехвърлими ползи. По принцип разпределението е стабилно, ако никоя коалиция не може да подобри положението си над неговите стойности. Или никоя коалиция, използвайки собствените си ресурси, не може да стигне до резултат, който е предпочитан от всичките ѝ членове.³

Идеята за стабилност в кооперативната теория на игрите отговаря на идеята за равновесието на Наш в некооперативната теория на игрите. В последната равновесието на Наш е положение, от което никой индивид не може да се отклони и не може да подобри състоянието си. В кооперативната теория стабилното разпределение е положение, от което никоя коалиция не може да се отклони и да подобри положението на членовете си. От икономическа гледна точка стабилността формализира един важен аспект на идеализираните пазари без търкания. Ако индивидите разполагат с неограничено време и възможности да сключват сделки едни с други, резултатът трябва да е стабилен, защото в противен случай ще има стимули да се формира коалиция, която да подобри положението на членовете си. Тази основна идея произлиза от изследването на Еджуърт (Edgeworth, 1881) и се подразбира в анализа на стабилния набор от решения на фон Нойман и Моргенщерн (von Neumann and Morgenstern, 1944). Д. Б. Джили (Gillies, 1953a, b; 1959) и Шапли (Shapley, 1953c; 1955) са първите, които изрично разглеждат ядрото като независимо решение. Лабораторните експерименти, в които субектите трябва да стигнат до съгласие без формализиран процес за отправяне и приемане на предложения, доказват хипотезата, че крайното споразумение ще е част от ядрото (Berl, McKelvey, Ordeshook and Winer, 1976).

Следващият пример показва как се идентифицират стабилните разпределения, както и че ядрото (т.е. наборът от стабилни разпределения) е нещо доста голямо.

Пример 1

Партньорство, състоящо се от старши партньор (Мери) и двама младши партньори (Питър и Пол) генерира доход от 135 единици. Ако Мери напусне съдружието, тя може да печели сама 50: $v(\{Мери\}) = 50$. Всеки от младшите съдружници би могъл да печели сам 10: $v(\{Питър\}) = v(\{Пол\}) = 10$. Мери заедно с един от двамата младши

³ При игрите с непрехвърлима полезност може да съществува разлика между слабо и силно подобрение. Според най-разпространената дефиниция коалицията може да подобри състоянието си по отношение на разпределението, ако всичките ѝ членове изрично подобряват положението си. Резултатите, получени от Рот и Постълуайт (Roth and Postlewaite, 1977) обаче предполагат, че понякога е по-добре да се използва по-разширено изискване: коалицията може да подобри състоянието си по отношение на разпределението, ако някои от членовете ѝ изрично са по-добре и никой от тях не е изрично по-зле. Ако подобрението се определи в този по-широк смисъл, за някои членове може да е безразлично дали участват в коалицията, но все пак се предполага, че това е така.

Нобелова награда за постижения в областта на икономическите науки за 2012 г.

партньори могат да печелят $90 - v(\{Мери, Питър\}) = v(\{Мери, Пол\}) = 90$. Дватама младши съдружници могат да печелят съвместно $25 - v(\{Питър, Пол\}) = 25$. Общата коалиция има стойност от 135 и ползите са прехвърлими, така че членовете могат да поделят 135 по какъвто начин искат. Каква е максималната и минималната печалба на Мери при стабилно разпределение? Тя трябва да вземе най-малко 50, а всеки младши съдружник – най-малко 10, за да имат стимул да участват. Така стабилността изисква

$$x_{Мери} \geq 50; x_{Питър} \geq 10; x_{Пол} \geq 10.$$

Трябва да се имат предвид и коалициите с по двама играчи: двамата младши партньори могат да подобрят разпределението си, ако заедно получават над 25, докато коалиция на Мери с единия от тях ще подобри разпределението, ако взима над 90. Тогава стабилността изисква:

$$(2) \quad x_{Питър} + x_{Пол} \geq 25; x_{Мери} + x_{Питър} \geq 90; x_{Мери} + x_{Пол} \geq 90.$$

Тези неравенства, заедно с бюджетното ограничение на партньорството $x_{Мери} + x_{Питър} + x_{Пол} = 135$, означават, че минималният доход на Мери е 50, а максималният - 110.⁴

Винаги ли съществуват стабилни разпределения?

Пример 1 показва, че ядрото може да е много голямо. В други случаи е възможно ситуацията да е обратната и ядрото да е дори празно. За да демонстрираме това, нека приемем, че Пример 1 е променен така, че излишъкът, генериран от голямата коалиция, е само 101. Това налага бюджетно ограничение $x_{Мери} + x_{Питър} + x_{Пол} = 101$. Но ако добавим и трите неравенства (2), които също трябва да бъдат изпълнени, получаваме, че стабилността изисква $2(x_{Мери} + x_{Питър} + x_{Пол}) \geq 205$. Така излишъкът от 101 е твърде малък, за да позволява стабилно разпределение. По принцип, ако излишъкът не е достатъчен, може да е невъзможно той да бъде разпределен по стабилен начин. Бондарева (Bondareva, 1963) и Шапли (1967) поотделно извеждат точна формула за това колко излишък трябва да е наличен, за да не бъде празно ядрото при игрите с прехвърлими ползи. Техните резултати са пригодени и за игри без прехвърлими ползи от Скарф (Scarf, 1967) и Билера (Billera, 1970). Шапли (1971) доказва, че ядрото никога не е празно, ако играта е конвексна (т.е. когато стойността на граничния принос на всеки играч в коалицията нараства, когато към нея се присъединяват нови членове).⁵

Ядро и конкурентно равновесие

Еджуърт (Edgeworth, 1881) е първият, който твърди, че ако някои търговци не са задоволени от това, което са получили на пазара, те могат да преговарят, т.е. да се оттеглят от него и да търгуват помежду си (като не е задължително това да става по пазарни цени). Кривата на договорите е набо-

⁴ Най-важното еднозначно решение в кооперативната теория на игрите е стойността на Шапли (Shapley, 1953a). За Мери тя е 80 - средата на интервала 50-110, и е "най-разумният компромис".

⁵ Пример 1 е пример за конвексна игра.

рът резултати, които не могат да бъдат дестабилизиращи при предоговаряне. Както отбелязва Шубик (Shubik, 1959), кривата на договорите на Еджуърт съответства на ядрото в икономиката. Еджуърт предполага, че в пазари с достатъчен брой търговци тази крива ще е приблизително равна на конкурентното равновесие и доказва своята хипотеза за казус с две стоки и два типа търговци. Дебрю и Скарф (Debreu and Scarf, 1963) доказват хипотезата на Еджуърт при по-обобщени допускания: ако икономиката е изградена така, че броят на всички видове търговци стане достатъчно голям, ядрото ще е приблизително равно на набора от конкурентни предимства (вж. също Shubik, 1959). По този начин, без да се налага да се прецизират правилата, според които работи търговията, ядрото дава ключова теоретична обосновка на конкурентното равновесие.

Има обаче редица ситуации, които съществено се различават от перфектната конкуренция. Примерите в това отношение са свързани с проблеми на колективния избор (като избора на нивото на осигуряване на определено публично благо), както и със съчетаването в рамките на пазарите, което ще бъде описано по-нататък. Некооперативният подход към такива проблеми включва детайлното анализиране на институциите и прилагането на решение от типа на равновесието на Наш. Кооперативният подход от своя страна може да прави предвиждания независимо от фините детайли на институциите. По-конкретно, ако агентите имат неограничени възможности за договаряне, крайният резултат трябва да бъде стабилен, защото всеки нестабилен резултат ще бъде отхвърлен от някоя коалиция, която може да подобри състоянието си при неговото наличие. Сега ще бъде описано как Шапли и колегите му прилагат тази идея при разнообразни модели за съчетаване на пазарни агенти.

Втора теория: Съчетаване в рамките на пазара

В множество пазари стоките са частни, но същевременно са неделими и хетерогенни, а традиционното допускане за перфектна конкуренция не може да бъде спазено. Важни примери са пазарите на квалифицирана работна ръка. Тъй като никъде няма двама работници с абсолютно еднаква квалификация, пазарът за всеки отделен пакет услуги може да е доста тънък. В такива пазари участниците трябва да бъдат съчетавани по подходящ начин, за да могат да търгуват помежду си.

Двустранно съчетаване

Да разгледаме един пазар с два отделни набора агенти – например купувачи и продавачи, или работници и фирми, или ученици и училища, които трябва да бъдат съчетани едни с други, за да осъществят сделка. Гейл и Шапли (1962) изучават подобни пазари с двустранно съчетаване. Те изключват страничните плащания – заплатите (или другите характеристики за съчетаване) не са обект на преговори.

● *Стабилно съчетаване*

Нека едната страна на пазара се състои от студенти по медицина, а другата – от болнични отделения. Всяко отделение се нуждае от един стажант, а всеки студент иска едно стажантско място. В този случай съчетаването представлява разпределението на стажантските места сред кандидатите. Разбира се, студентите имат предпочитания за определени отделения, които от своя страна имат предпочитания при избора на студенти. За удобство нека допуснем, че предпочитанията са твърди (т.е. няма равенства). Приема се също, че съчетаването не е допустимо за даден агент, когато е по-лошо от това да остане без стажантско място.

По принцип съчетаването е стабилно, когато никоя коалиция не може да го подобри. В този конкретен модел стабилното съчетаване трябва да удовлетвори следните две условия: първо, никой от агентите не приема съчетаването за недопустимо; второ, никоя двойка студент-отделение няма да предпочете да бъде съчетана пред това да остане със сегашния си партньор. Първото условие е условие за индивидуална рационалност, а второто – за стабилност по двойки. Условието предполага, че нито дадена единична коалиция, нито някоя двойка отделение-студент може да подобри съчетаването. (Това са единствените условия, които трябва да се вземат предвид в този модел.)⁶

● *Алгоритъмът Гейл-Шапли*

Гейл и Шапли (1962) създават алгоритъм с отложено приемане за намирането на стабилно съчетаване. Агентите от едната страна на пазара, например болничните отделения, правят предложения на тези от другата страна – студентите по медицина. Всеки студент преглежда офертите, които получава, задържа тази, която предпочита (ако тя е приемлива), и отхвърля останалите. Много важен аспект на алгоритъма е, че привлекателните оферти не се приемат веднага, а се задържат – “отложено приемане”. Всяко отделение, чиято оферта е отхвърлена, може да направи ново предложение на различен студент. Процесът продължава, докато всички отделения спрат да отправят повече оферти, като в същото време всички студенти приемат предложенията, които са задържали.

В този процес всяко отделение започва с предложение към най-предпочитания студент, т.е. към този, когото най-много иска за стажант. Ако офертата се отхвърли, то отправя нова към поставения под номер две студент и т.н. По този начин по време на действието на алгоритъма очакванията на отделението намаляват, защото то прави оферти на все по-ниско поставени в списъка на предпочитанията си студенти (като, разбира се, не се предлага на

⁶ Гейл и Шапли (1962) определят, че стабилно съчетаване по двойки съществува тогава, когато никоя коалиция, състояща се от един агент от всяка страна на пазара, не може да е по-добра (т.е. стабилност по двойки). От гледна точка на специфичната структура на модела им това е равнозначно на намиране на съчетаване в ядрото.

неприемливи кандидати). Обратното, понеже студентите винаги задържат най-желаната оферта, която са получили, и тъй като предложенията не могат да бъдат оттегляни, тяхната задоволеност расте постоянно по време на действието на алгоритъма. Когато намалените очаквания на отделенията съвпадат с увеличилите се стремежи на студентите, алгоритъмът спира да работи.

Пример 2

Четирима студенти по медицина кандидатстват за стажове в четири болнични отделения – хирургия (*S*), онкология (*O*), дерматология (*D*) и педиатрия (*P*). Приема се, че всички възможни съчетавания са допустими (т.е. са по-добри от това някой да остане несъчетаван). Студентите имат следните предпочитания по отношение на стажовете:

- 1: $S > O > D > P$
- 2: $S > D > O > P$
- 3: $S > O > P > D$
- 4: $D > P > O > S$

Така хирургията е най-предпочитаният стаж, поставена на първо място от трима от студентите. Всяко отделение има нужда от по един стажант. Те от своя страна имат следните предпочитания по отношение на студентите:

- S*: $4 > 3 > 2 > 1$
- O*: $4 > 1 > 3 > 2$
- D*: $1 > 2 > 4 > 3$
- P*: $2 > 1 > 4 > 3$

Стажовете се разпределят с помощта на алгоритъма на Гейл-Шапли, като отделенията оправят оферти на студентите. Всяко отделение прави своето първо предложение на най-предпочитания кандидат – студент 1 получава такава от *D*, студент 2 – от *P*, а студент 4 – от *S* и *O*. Студент 4 предпочита *O* пред *S*, така че задържа предложението на *O* и отхвърля това на *S*. На втория етап *S* предлага стаж на студент 3. Сега всеки от студентите има стаж и алгоритъмът спира. Разпределението е следното:

$$1 \rightarrow D; 2 \rightarrow P; 3 \rightarrow S; 4 \rightarrow O$$

Гейл и Шапли (1962) доказват, че алгоритъмът с отложено приемане е стабилен, т.е. винаги има за резултат стабилно съчетаване. За да се разбере това, трябва да се обърне внимание, че в Пример 2 алгоритъмът разпределя студент 2 в най-малко предпочитаното от него отделение – *P*, което е единственото, което му отправя оферта. В отделения *D*, *S* и *O* са разпределени студенти, които те предпочитат пред студент 2 – в противен случай, биха предложили стаж на студент 2, преди да офертират назначените в тях стажанти. Така, дори и отделенията да имаха възможност да заменят назначените си стажанти със студент 2, те не биха пожелали да го направят. По същата логика всяко отделение, което даден студент предпочита повече от това, в което е назначен, няма да избере него пред назначения си стажант, така че съчетаването е стабилно по двойки. Индивидуалната рационалност в

Пример 2 е съвсем тривиална, тъй като няма неприемливи съчетавания, но и по принцип положението би било същото, защото студентите биха отхвърлили всички неприемливи предложения, а отделенията не биха отправяли оферти на неприемливи кандидати. Случаят, когато всяко отделение се нуждае от един стажант, отговаря на “модела на брака” на Гейл и Шапли.

Случаят, когато отделенията може да искат повече от един стажант, пък е техният “модел на прием в колеж”. Гейл и Шапли (1962) показват как резултатите за модела на брака могат да се използват и в модела за прием в колеж. По-специално те показват, че една версия на алгоритъма с отложено приемане създава стабилно съчетаване, дори и ако отделенията искат да наемат повече от един стажант.⁷

Алгоритъмът дава живо доказателство за този проблем при двустранното съчетаване – тъй като винаги прекратява действието си при положение на стабилно съчетаване, то такова съществува. Всъщност обикновено е налице повече от едно стабилно съчетаване. Гейл и Шапли (1962) доказват, че интересите са поляризирани, защото различните стабилни резултати благоприятстват едната или другата страна на пазара,⁸ което предизвиква един доста деликатен въпрос – в чия полза работи алгоритъмът?

● *Кой печели най-много?*

В Пример 2 крайното разпределение благоприятства болничните отделения повече, отколкото студентите.⁹ По принцип версията на алгоритъма с оферти от работодателя, когато той предлага съчетаването (както е в Пример 2), създава оптимално от негова гледна точка такова – всички работодатели получават най-доброто възможно стабилно съчетаване, но за всички кандидати то е най-лошото. Симетричната версия на алгоритъма с оферти от кандидатите пък води до стабилно от тяхна гледна точка съчетаване (за което всички кандидати са съгласни, че е най-добро, но всички работодатели смятат за най-лошо). Това показва как интересите на кандидатите се противопоставят на тези на работодателите, както и как могат да бъдат създавани стабилни институции за систематично облагодетелстване на едната страна на пазара.

Пример 3

Предпочитанията са същите като в Пример 2, но сега студентите имат инициативата да отправят оферти. Студенти 1, 2 и 3 започват с предложения към S, а

⁷ В модела за прием в колеж Гейл и Шапли (1962) не уточняват специално предпочитанията на работодателите. Това е направено в по-късни изследвания (вж. Roth, 1985).

⁸ Тази идея следва от по-общия факт, че наборът от стабилни съчетавания е с математическата структура на решетка (Knuth, 1976).

⁹ Отдели P, D и O получават най-желания стажант, а S - класирания се втори. Единственият студент, назначен в отдела който предпочита, е 3. Студенти 1 и 4 са разпределени в отделите, които те поставят на трето място, а студент 2 - в отдела, който смята за най-лошия възможен избор.

студент 4 – към *D*. Понеже *S* предпочита студент 3, то отхвърля предложенията на студенти 1 и 2. Във втория етап 1 предлага на *O*, а 2 – на *D*. Тъй като *D* предпочита 2 пред 4, то отхвърля офертата на 4. В третия етап 4 офертира *P*. Сега всяко отделение има стажант и алгоритъмът спира действието си. Крайното разпределение е:

$$1 \rightarrow O; 2 \rightarrow D; 3 \rightarrow S; 4 \rightarrow P$$

Може да се провери дали студентите изрично предпочитат подобно разпределение пред това от Пример 2, освен за студент 3, който е назначен в *S* и в двата случая. Отделенията определено са в по-лошо положение, отколкото в Пример 2, освен *S*, което получава студент 3 и в двата случая.

Един “социален плановик” би могъл да отхвърли и двете версии на стабилно съчетаване в полза на такава, която да задоволи някакъв критерий за справедливост или някаква версия на правилото на мнозинството (Gärdenfors, 1975). На практика обаче обикновено дизайнът на алгоритъма облагодетелства кандидатите. От гледна точка на приема в колежи Гейл и Шапли (1962) подкрепят оптималността за кандидатите, основавайки се на тезата, че колежите съществуват заради студентите, а не обратното.

•Съвместимост със стимулите

Може ли алгоритъмът Гейл-Шапли да помогне на участниците да намират стабилно съчетаване в реално съществуващи пазари? Отговорът на този въпрос изисква анализ от гледна точка на некооперативната теория на игрите, т.е. подробен анализ на правилата, които управляват процеса на съчетаването и стимулите за стратегическо поведение.

Алгоритъмът на отложено приемане беше обяснен като децентрализиран процес, включващ кандидатстване, оферти, отхвърляне и приемане. Всъщност обаче той се управлява от клирингова къща по централизиран начин. Всеки кандидат подава реда на предпочитанията си, т.е. собственото си подреждане на работодателите от най-силно до най-слабо предпочитани. Работодателите също подават предпочитанията си относно кандидатите. На тази база клиринговата къща преминава през етапите на алгоритъма. На езика на теорията на икономическите институции клиринговата къща задейства механизъм на разкриване, един вид виртуален пазар, на който не се проявяват проблемите на някои реални пазари (вкл. описаните по-нататък разнищване и задръстване). Механизмът на разкриването предизвиква игра с едновременни ходове, в която всички участници подават реда на предпочитанията си, като са напълно запознати с начина, по който алгоритъмът съчетава набора от подадените редове в определено разпределение. Тази игра с едновременни ходове може да бъде изследвана с помощта на теорията на некооперативните игри.

Всеки механизъм на разкриване е съвместим със стимулите (като преобладаваща стратегия), ако откровеността е преобладаваща стратегия. По този начин участниците винаги смятат за оптимално да подадат истинските си редове на предпочитания. Алгоритъмът с предложение от работо-

дателя, разглеждан като механизъм на разкриване, е съвместим със стимулите на работодателите – никой работодател или група работодатели не може да спечели от грешното представяне на предпочитанията си (Dubins and Freedman, 1981; Roth, 1982a).¹⁰

Механизмът обаче не е съвместим със стимулите на кандидатите. За да разберем това, ще разгледаме алгоритъма с предложение от работодателите в Пример 2. Нека всички участници са откровени освен студент 4, подаващ $D > P > S > O$, което обаче е манипулация или стратегическа лъжа относно истинските му предпочитания - $D > P > O > S$. Крайното разпределение ще е това от алгоритъма с предлагане от кандидатите, така че манипулацията на студент 4 го поставя в изрично по-добро положение.¹¹ Това потвърждава, че откровеността не е преобладаваща стратегия за кандидатите. И наистина Рот (1982а) доказва, че не съществува механизъм за стабилно съчетаване, при който откровеността относно предпочитанията е преобладаваща стратегия за всички кандидати. Важно е да се отбележи обаче, че въпреки манипулацията от страна на студент 4 крайното разпределение е стабилно при истинските предпочитания. Освен това то е недоминирано равновесие по Наш резултат, което показва един основен факт относно алгоритъма Гейл-Шапли, доказан от Рот (1984b) - всички недоминирани равновесия по Наш резултати от игра с манипулация на предпочитанията са стабилни при истински предпочитания.¹²

Полезността на резултата на Рот (1984b) е ограничена от факта, че за кандидатите може да е трудно да идентифицират най-добрите за тях отговори, което е задължително изискване по дефиницията за равновесие на Наш. Например, ако студент 4 знае, че останалите студенти са откровени, но не е наясно какви са истинските им предпочитания, тогава той не би могъл да предвиди събитията, описани в Бележка 11, и затова не може да е сигурен, че тази конкретна манипулация е печеливша. Този извод предполага, че в големи и разнообразни пазари, където участниците имат много ограничена информация за предпочитанията на другите, възможностите за

¹⁰ По-точно никоя коалиция от работодатели не може да се подобри в по-тесния смисъл – всеки член да е изрично по-добре (за описание на надеждността на този резултат вж. Roth and Sotomayor, 1990, част 4).

¹¹ Нека разгледаме как ще се промени Пример 2, ако предпочитанията на студент 2 са $D > P > S > O$. Тогава, когато студент 4 получи покани едновременно от O и S , той отказва на O . Във втория кръг O ще направи предложение на студент 1, който има оферта от D , но предпочита O и поради това отказва на D . В трети кръг D оправя предложение на студент 2, който е получил такова от P , но предпочита D и поради това отказва на P . В четвърти кръг P предлага на студент 1, който има оферта от O и отказва на P . В пети кръг P прави предложение на студент 4, който има оферта от S и сега отказва на S . В шести кръг S оправя оферта на студент 3. Тук алгоритъмът прекъсва – крайното разпределение е $1 \rightarrow O$; $2 \rightarrow D$; $3 \rightarrow S$; $4 \rightarrow P$.

¹² Ако се приеме, че коалициите заедно могат да манипулират отчетите си, вниманието може да се ограничи върху недоминирани равновесия на Наш, които са стабилно доказателство (Ma, 1995). Резултатът на Рот (1984b) е валиден и при това положение.

стратегически манипулации са доста малки. Рот и Ротблум (Roth and Rothblum, 1999) доказват, че когато информацията на кандидата е достатъчно незначителна, той не може да спечели с подаването на поредност на предпочитания, която разменя местата на двама работодатели в истинските му предпочитания. За него обаче би могло да е изгодно да се преструва, че някои допустими работодатели са недопустими.

Рот и Перансън (Roth and Peranson, 1999) използват компютърни симулации с произволно генерирани данни, както и с данни от NRMP, за да изследват ползите от стратегическите манипулации в алгоритъм с отложено приемане. Получените резултати предполагат, че при големи пазари много малко агенти от която и да е от участващите в тях страни могат да имат полза от манипулирането на алгоритъма. По-късни изследвания изясняват как точно ползите от стратегически манипулации изчезват при големите пазари (Immorlica and Mahdian, 2005, Kojima and Pathak, 2009).

Подобен е и въпросът дали, ако участниците имат непълна информация, съществува равновесие на Бейс-Наш (като откровеността не е задължителна), при което резултатът винаги да е стабилен за истинските предпочитания. Рот (1989) доказва, че това не може да е вярно за никой механизъм, при положение, че и двете страни на пазара се държат стратегически.¹³ Механизмът с отложено приемане с предложение от кандидата обаче е съвместим със стимулите за кандидатите, така че ако работодателите не се държат стратегически, откровеността е равновесие на Бейс-Наш, което има за резултат стабилно съчетаване.¹⁴ Дори и двете страни на пазара да имат стратегическо поведение, липсата на съвместимост на стимулите оказва по-малко влияние в големи пазари, където, както откриват Рот и Перансън (1999), потенциалните ползи от стратегически манипулации са ограничени. При определени условия откровеността и на двете страни е приблизително равновесие за механизъм с отложено приемане с предложение от кандидата в достатъчно голям пазар (Kojima and Pathak, 2009).

● *Регулиране на цените и заплатите*

Шапли и Шубик (Shapley and Shubik, 1971) разглеждат версия на модела Гейл-Шапли с прехвърлими ползи, наречена игра на прехвърлянето. Когато работодателите са съчетавани с работници, прехвърлимите ползи означават, че специфичните за съчетаването заплати ендогенно се приспособяват, за да се изчисти пазарът. Шапли и Шубик (1971) доказват, че ядрото при игра

¹³ Този негативен резултат важи при всички механизми, а не само при тези на разкриване. Доказателството на Рот (1989) обаче почива върху принципа на разкриването, според който без загуба на обобщеност анализът може да бъде ограничен до механизми на разкриване, съвместими със стимулите.

¹⁴ Механизмът на разкриване, който намира оптималното за кандидатстващия стабилно съчетаване, е (доминантна стратегия) съвместим със стимулите на кандидатите в "модела за прием на колеж", при който работодателят наема повече от един човек (Roth, 1985a).

на прехвърлянето не е празно, както и че конкуренцията за съчетаване налага строги граници на набора от разпределения в ядрото. При прехвърлими ползи всяко разпределение в ядрото трябва да включва съчетаване, което максимизира общия излишък. Това съчетаване е уникално по произход. По принцип обаче заплатите не се определят по еднакъв начин, като така се създава поляризация на интересите, подобна на модела Гейл-Шапли. Съществуват оптимални за работодателите и за работниците стабилни разпределения и те се характеризират съответно с най-ниските и най-високите възможни изчистващи пазара заплати. Ядрото на играта на прехвърляне включва идеята за свободна конкуренция, която напомня на традиционния конкурентен анализ. Всъщност в този модел има точно съответствие между ядро и конкурентно равновесие.

Шапли и Шубик (1971) не създават алгоритъм за постигането на стабилно разпределение при прехвърлими ползи, но Крофърд и Кноер (Crawford and Knoer, 1981) доказват, че един обобщен алгоритъм Гейл-Шапли може да изпълни тази задача (вж. също Demange, Gale and Sotomayor, 1986). Във версията с предложения от работодателя всеки стартира с оферта за ниска заплата към предпочитания от него кандидат. Всеки кандидат, който получи повече от едно предложение, задържа най-предпочитаното и отхвърля останалите. Работодателите, чиито оферти са отхвърлени, продължават да правят предложения, като или предлагат по-висока заплата на същия кандидат, или се насочват към друг. Процесът винаги води до стабилно разпределение, оптимално за работодателя. Келсо и Крофърд (Kelso and Crawford, 1982) и Рот (1984c; 1985b) обобщават още повече тези резултати. Първите двама автори въвеждат допускането, че работодателите, които имат предпочитания към набор от работници, ги разглеждат като заменяеми. При това допускане алгоритъм с отложено приемане с предлагане от работодателя също води до стабилно разпределение, оптимално за работодателя, а версията с предложение от кандидата - до стабилно разпределение, оптимално за кандидата (Kelso and Crawford, 1982; Roth, 1984c).¹⁵

При наличието на странични плащания алгоритъмът с отложено приемане може да се разглежда като симултанен английски търг с много обекти, при който никой от тях не е продаден, преди да свърши наддаването за всички обекти. Тъй като обектите за продажба са заменяеми, процесът предизвиква разпределение в ядрото, оптимално за наддаващия. Рот и Сотомайор (Roth and Sotomayor, 1990, Part III) разглеждат връзката между съчетаването и търговете, а Хатфийлд и Милгром задълбочават тези

¹⁵ Ако работодателите искат да наемат повече от един работник, алгоритъмът с предложение от работодателя им дава възможност да правят повече от една оферта на всеки етап. За да се разбере защо заменяемостта е необходимо условие за функционирането на този алгоритъм, трябва да се отбележи, че това допускане гарантира, че ако едно предложение е отхвърлено от даден работник, работодателят няма да пожелае да оттегли предходните си оферти към други работници.

изследвания (Hatfield and Milgrom, 2005). Вариан (Varian, 2007) и Еделман, Островски и Шварц (Edelman, Ostrovsky and Schwarz, 2007) доказват, че играта на прехвърлянето е естествена рамка за анализ на търгове, използвани от търсачките в интернет за продажба на рекламно място.

Едностранно съчетаване

Шапли и Скарф (Shapley and Scarf, 1974) изследват едностранен пазар, в който набор от търговци разменят неделими стоки (например парцели земя) без възможност за странични плащания. Всеки агент първоначално притежава една стока. По-късно Абдулкадирооглу и Съонмец (Abdulkadirooğlu and Sönmez, 1999) обобщават модела, позволявайки в началото някои агенти да не притежават нито една стока, а някои стоки да нямат собственик.

Шапли и Скарф (1974) доказват, че алгоритъмът на най-добър търговски цикъл, посветен на Дейвид Гейл, винаги води до стабилно разпределение. Алгоритъмът работи по следния начин: При първото наддаване всеки агент показва най-предпочитаната от него стока. Това може да бъде описано чрез графика със стрелки, които показват кой агент чия стока предпочита. В тази графика трябва да съществува поне един цикъл, т.е. набор от агенти, които могат да придобият предпочитаните от тях стоки чрез взаимна размяна. Когато размените се осъществят, съответните агенти и стоки се отстраняват от пазара. Процесът се повтаря с оставащите агенти и стоки, докато не се разпределят всички стоки. Алгоритъмът е описан в следващия пример.

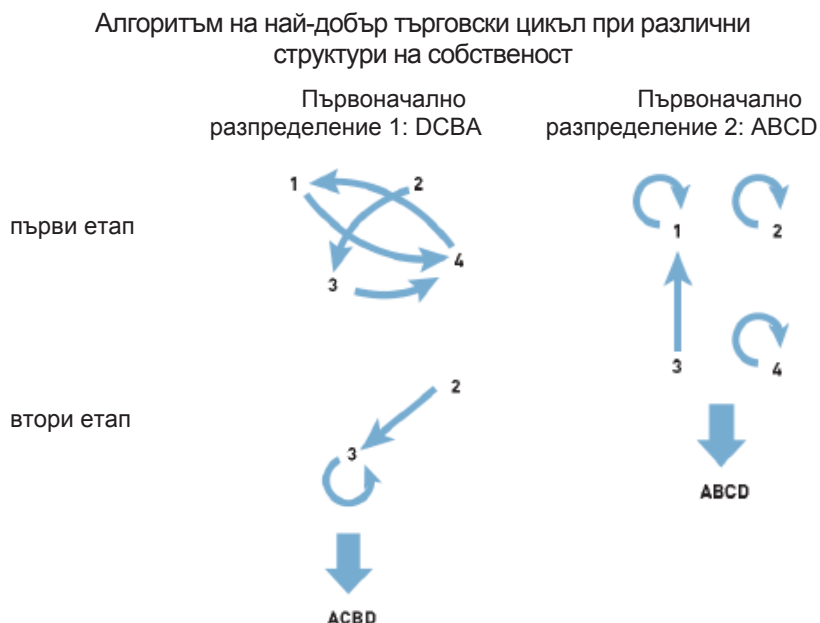
Пример 4

Има четирима агенти - 1, 2, 3, и 4, и четири стоки - A, B, C, и D. Агентите имат следните предпочитания:

- 1: $A > B > C > D$
- 2: $B > A > D > C$
- 3: $A > B > D > C$
- 4: $D > C > A > B$.

На фиг. 1 със стрелки са показани съответните предпочитания при две алтернативни начални структури на собственост. В лявата част началното разпределение (наддаване) е DCBA, т.е. агент 1 притежава стока D, агент 2 - стока C, и т.н. В първи етап агент 1 показва, че предпочитаната от него стока е притежание на агент 4, а 4 - че предпочитаната от него стока принадлежи на 1. Така агенти 1 и 4 образуват цикъл. Те разменят стоките си и са отстранени заедно със стоки D и A. Сега остават агенти 2 и 3 със стоки C и B. Във втория етап и 2, и 3 показват, че предпочитат стоката на 3 от двете оставащи. Така процесът приключва при крайно разпределение ACBD, което е стабилно – никое съдружие от търговци не може да преразпредели началните си притежания така, че положението на всички да се подобри. Дясната част на фигурата показва, че ако началното разпределение беше ABCD, нямаше да се осъществи търговия.

Фигура 1



Рот и Постълуайт (Roth and Postlewaite, 1977) доказват, че ако предпочитанията за стоките са изрични и ако изричността се дефинира в смисъла на слабите подобрения (вж. Бележка 3), за всяко начално наддаване съществува уникално стабилно разпределение. Например, ако началната структура на собственост в Пример 4 е *DCBA*, коалицията, състояща се от агенти 1 и 4, може да придобие предпочитаните си стоки чрез проста взаимна размяна. Оттук всеки стабилен резултат би трябвало да даде *A* на 1 и *D* на 4. Стока *C* не може да бъде взета от агент 3, защото той може да откаже да търгува. Така че уникалното стабилно разпределение е *ACBD*. Обратното, при начална структура на собственост *ABCD*, агенти 1, 2 и 4 ще блокират всеки резултат, при който те не притежават предпочитаните си стоки (които вече са тяхна собственост), така че *ABCD* е единственото стабилно разпределение.

Механизъмът на разкриване, който избира уникално стабилно разпределение, съчетан с алгоритъма на най-добър търговски цикъл при подадени редове на предпочитания и зададена структура на собственост, е преобладаващо стратегически съвместим със стимулите за всички участници (Roth, 1982b). Всъщност това е единственият механизъм на разкриване, който е ефективен по Парето, индивидуално рационален и съвместим със стимулите (Ma, 1994). Някои важни реално съществуващи проблеми на разпределението са формализирани чрез модела на Шапли и Скарф (1974). Подобен е проблемът за разпределението на човешки органи, който ще бъде разгледан по-нататък. Друг такъв

проблем е разпределението на местата в държавните училища. При него не съществува начална система на собственост, въпреки че някои ученици може да имат определени предимства в дадени училища. Абдулкадирооглу и Съонмец (2003) адаптират най-добрия търговски цикъл към проблема за избор на училище, но съществува и друг подход – предпочитанията на училищата относно учениците да се включат чрез алгоритма Гейл-Шапли, което също ще бъде разгледано.

Доказателства: Пазарът на лекари

Изследванията на стабилните разпределения и стабилните алгоритми са важни теоретични приноси през 60-те и 70-те години на XX век, но едва в началото на 80-те години е открито практическото им значение. Основният принос е изследването на Рот от 1984 г. (Roth, 1984a), което разглежда пазара на току-що завършили лекари в САЩ и доказва убедително, че един стабилен алгоритъм е подобрил неговото функциониране. За Рот този труд отваря вратата към участие в истински дизайн на пазарни институции, което той започва да прави през 90-те години. Рот провежда също и емпирични изследвания на други здравни пазари, отчитайки и анализирайки как някои региони във Великобритания прилагат различни алгоритми (Roth, 1991a). Това още повече затвърждава мястото на стабилните алгоритми. Общите доказателства, представени от Рот, са основополагащи.

Централизираните механизми за съчетаване като този на пазара на завършили лекари в САЩ имат ясно определени “правила на играта”, известни и на участниците, и на икономистите, които го изучават. Познаването на правилата позволява да бъдат тествани предвиждания от теорията на игрите както на терен, така и чрез лабораторни експерименти. Освен това правилата могат да бъдат променени, за да се подобри функционирането на пазара (вж. по-нататък). Ето защо тези видове механизми на съчетаване са проучени основно и вече са напълно разбираеми. Обект на редица изследвания са и други пазари с ясно установени правила, като основен пример са търговете. Всъщност, както вече беше споменато, теориите на съчетаването и на търговете са тясно свързани.

Тази част започва с описание на пазара за лекари в САЩ, след което се проследява регионалният пазар на лекари във Великобритания. Разгледана е и важността на доказателствата относно функционирането на алгоритмите за съчетаване, получени чрез лабораторни експерименти.

Пазарът на новозавършили лекари в САЩ

Рот (1984a) изучава еволюцията на този пазара. Студентите от медицинските университети в САЩ обикновено започват работа като специализанти (стажанти) в болници, където са съществена част от работната сила. В началото на XX век пазарът на лекари е доста децентрализиран. През 40-те години конкуренцията за студенти по медицина кара болниците да предлагат специализации все по-лесно, в някои случаи дори две години преди завършване на образо-

ванието. Това т.нар. *разнищване* (*unraveling*) има множество негативни последици. Съчетаването се случва, преди студентите да успеят да покажат колко квалифицирани могат да станат и дори преди да знаят с какъв вид медицина искат да се занимават. Пазарът страда и от *задръстване* (*congestion*) – когато дадена оферта бъде отхвърлена, вече е късно за отправяне на нова. Задръстеният пазар не може да се изчисти, защото не е възможно да има достатъчен брой предложения, за да се осигури търговия, полезна за всички. За да могат да правят повече оферти, болниците налагат строги срокове, които карат студентите да вземат решения, без да знаят какви други предложения биха могли да се появят.

След изследването на Рот (1984а) подобни проблеми на разнищване и задръстване са открити на множество пазари, в т.ч. тези на току-що завършилите бизнес-школи, юридически и медицински университети в САЩ, Канада и Великобритания, стажове по клинична психология, специализации по стоматология и оптометрия в САЩ, както и пазара на завършилите университет в Япония (Roth and Xing, 1994). Когато се търгува с неделими и хетерогенни стоки, както е на пазарите за квалифицирана работна ръка, предложения трябва да се отправят към конкретни индивиди, а не към целия пазар. Проблемът за координиране на времето на подаване на офертите може да превърне един чисто децентрализиран пазар в задръстен и разнищен, а резултатът вероятно няма да е стабилен. Рот и Ксинг (1994) описват как пазарните институции се оформят под влиянието на такива провали, а на базата на откритията си те създават и теоретичен модел (вж. също Roth and Xing, 1997).

В отговор на провала на пазара на лекари в САЩ в началото на 50-те години на миналия век е създадена централизирана клирингова къща, която сега се нарича Национална програма за съчетаване на специализациите (NRMP). Тя съчетава доктори и болници с помощта на алгоритъм, за който Рот (1984а) открива, че на практика е еквивалентен на алгоритъма Гейл-Шапли с отложено приемане с предложение от работодателя. Въпреки че участието е доброволно, на практика всички специализанти се разпределят с помощта на този алгоритъм в продължение на няколко десетилетия. Рот (1984а) твърди, че успехът на NRMP се дължи на факта, че алгоритъмът й има за резултат стабилни съчетавания. Ако резултатът е нестабилни съчетавания, лекарите и болниците не биха имали стимул да участват в него, формирайки предпочитаното си съчетаване самостоятелно (един лекар би могъл просто да влезе в контакт с предпочитаните си болници и да провери дали имат интерес да го наемат).¹⁶

¹⁶ Също както в оригиналния модел на Гейл и Шапли (1962) единственото, от което се интересува NRMP, е да намери съчетаване. Заплатите се определят от работодателите, преди да се разпределят свободните работни места, така че те се разглеждат като екзогенни спрямо процеса на съчетаване. Крофърд (2008) твърди, че е напълно възможно в този процес да бъде въведено гъвкаво заплащане, като се използва обобщен алгоритъм с отложено приемане от типа, разглеждан от Крофърд и Кноер (1981). Вж. също Бълоу и Левин (Bulow and Levin, 2006).

Когато един пазар има успешен дизайн, на него са склонни да участват голям брой агенти, като по този начин създават “дебел” пазар с много възможности. Начинът, по който липсата на стабилност може да породи неудовлетвореност и да намали броя на участващите, е илюстриран в Пример 2. Един нестабилен алгоритъм би могъл да разпредели студент 1 в педиатрията. Но ако дерматологичното отделение разбере, че най-предпочитаният от него стажант е назначен в отделение, което той желае по-малко от дерматологията, ще има основателно право на недоволство. Един стабилен алгоритъм не би позволил подобно нещо. Затова е по-вероятно да има по-високо участие, като по този начин се създават повече възможности за добро съчетаване, което от своя страна би засилило нивото на участие. Рот и колегите му идентифицират този цикъл в множество реално съществуващи пазари, както и при контролирани лабораторни експерименти.

Регионални медицински пазари във Великобритания

Рот (1990, 1991а) показва, че през 60-те години на XX век великобританските регионални пазари на лекари изпитват същите проблеми, които са имали в САЩ през 40-те години. Всеки регион въвежда собствен алгоритъм за съчетаване. Някои от тях са стабилни, други – не (табл. 1). Клиринговите къщи в Единбург и Кардиф въвеждат алгоритми, които практически са еквивалентни на този с отложено приемане, и ги използват успешно с десетилетия. Същевременно Бирмингам, Нюкасъл и Шефилд бързо загърбват нестабилните си алгоритми.

Таблица 1

Стабилни и нестабилни (централизирани) механизми*

Пазар	Стабилност	В употреба
<i>Американски медицински пазар</i>		
НСМП	Да	Да (нов дизайн от 1998 г.)
Медицински специализации	Да	Да (около 30 пазара)
<i>Великобритански регионални медицински пазари</i>		
Единбург (1969)	Да	Да
Кардиф	Да	Да
Бирмингам	Не	Не
Единбург (1967)	Не	Не
Нюкасъл	Не	Не
Шефилд	Не	Не
Кеймбридж	Не	Да
Болници в Лондон	Не	Да
<i>Други пазари в здравеопазването</i>		
Стоматологични специализации	Да	Да
Остеопатии (преди 1994)	Не	Не
Остеопатии (след 1994)	Да	Да
Фармацевти	Да	Да
<i>Други пазари и процеси на съчетаване</i>		
Канадски адвокати	Да	Да (освен в Британска Колумбия след 1996 г.)
Сестрински общества	Да (в равновесие)	Да

*Възпроизведена от Рот (Roth, 2002, Table 1).

Експериментални доказателства

Емпиричните доказателства подкрепят хипотезата, че стабилните алгоритми за съчетаване могат да предотвратят неуспехите на пазарите (Roth and Xing, 1994, Roth, 2002, Niederle, Roth, and Sönmez, 2008). Успехът или провалът на пазарните институции се влияят от много условия. Целта на дизайнерите на пазари е да изолират ролята на конкретен механизъм и да сравнят функционирането на различни механизми при едни и същи условия. Това обаче е трудно постижимо в реални условия. Например възможно великобританските регионални пазари на лекари да се различават по много параметри, които не могат да бъдат контролирани от икономистите. Затова дизайнерите се обръщат към контролирани лабораторни експерименти за оценка и сравнение на функционирането на механизмите.

Кейгъл и Рот (Kagel and Roth, 2000) сравняват алгоритмите, използвани в Единбург и Кардиф, с нестабилния "съчетаващ по приоритет" алгоритъм от Нюкасъл.¹⁷ В техния експеримент има централизиран механизъм за съчетаване на разположение на субектите, но те могат да изберат и съчетаване по децентрализиран начин без помощта на механизма. Когато се прилага съчетаване по приоритет, експерименталният пазар започва да се различава и много съчетавания се формират извън механизма. Използването на механизма с отложено приемане не води до подобно различаване. Това дава експериментални доказателства в полза на хипотезата на Рот, че алгоритъмът на съчетаване сам по себе си и неговата стабилност в частност имат значителен принос за функционирането на пазара.

Два региона – Кеймбридж и Лондон, показват аномалии спрямо хипотезата на Рот. В тях алгоритмите за съчетаване решават линеен проблем на програмирането, като не дават стабилен резултат. Въпреки това тези пазари не показват признаци на различаване и нестабилните механизми остават в употреба (вж. табл. 1). В експериментите изглежда, че механизмите за линейно програмиране не работят по-добре от съчетаването по приоритет, което предполага, че някои специфични за Кеймбридж и Лондон условия може да са предотвратили различаването там (Unver, 2005). Рот (1991a) твърди, че тези пазари всъщност са толкова малки, че определен социален натиск може да предотврати различаването.

В един американски пазар на лекари (гастроентерология) стабилният алгоритъм е изоставен след шок в предлагането и търсенето на работни

¹⁷ Нестабилните алгоритми на Бирмингам и Шефилд ползват метод, подобен на алгоритъма на Нюкасъл. При съчетаването по приоритет ранжирането на кандидата и това на работодателя заедно определят "приоритета" на кандидата от гледна точка на работодателя. По този начин най-силното съчетаване по приоритет е такова, при което и двете страни са се поставили на първо място. Освен че са нестабилни, подобни методи не са съвместими със стимулите; решението кой да бъде поставен на първо място е сложен стратегически проблем. Подобен проблем е разгледан по-нататък във връзка с "Бостънския механизъм" (който сам по себе си е вид алгоритъм за съчетаване по приоритет).

места. Лабораторните експерименти на МакКийни, Нидерле и Рот (McKinney, Niederle and Roth, 2005) предполагат, че този пазар се проваля, основно защото работодателите са знаели за външния шок, а работниците – не. Шокове, за които и двете страни на пазара знаят, не предизвикват същите проблеми. Това води до хипотезата, че един алгоритъм ще е неуспешен само при много специфични условия. През 2006 г. Рот и Нидерле помагат на Американската асоциация по гастроентерология да въведе отново алгоритъм за съчетаване с отложено приемане, а Нидерле, Проктър и Рот (Niederle, Proctor and Roth, 2008) описват първите доказателства за полезността на нововъведения механизъм.

Дизайн на пазарни институции

Описаните теории и емпирични доказателства дават възможност да се разберат функциите на пазарите, необходимите условия за успешната им работа и какво ще се случи, ако тези условия бъдат нарушени. Сега ще бъде разгледано как тези идеи са използвани за подобряване на функционирането на пазарите. Разбира се, при истинските пазари съществуват идиосинкратични проблеми, които липсват в теоретичните модели. Реално съществуващите институции трябва да са строги спрямо агентите, които правят грешки, не разбират правилата, имат различни първични схващания и т.н. Те трябва също да са подходящи за историческия и социалния контекст и, разбира се, да зачитат юридическите и моралните ограничения, според които се организират сделките. Предвид историческите ограничения и преобладаващите социални норми, дребномащабните постепенни промени на съществуващите механизми могат да бъдат предпочитани пред пълното преустройство.

В тази част са описани приложения на теорията – първо, пазарът на лекари в САЩ; второ, дизайнът на процедурите за училищен прием; трето, един случай на едностранно съчетаване (размяната на бъбреци).

Преустройство на пазара на лекари

Както беше посочено, трудовете на Рот демонстрират защо по-старата децентрализирана система се проваля, както и защо новият алгоритъм (с отложено приемане), приет от NRMP, работи по-добре. Рот и Перансън (Roth and Peranson, 1999) обаче откриват, че променената структура на медицинския пазар на труда причинява нови усложнения, които водят до промяна на алгоритъма от NRMP. До 60-те години на XX век все повече семейни двойки завършват заедно медицински университети и често се опитват да прескочат алгоритъма, като директно се свързват с болниците. Една семейна двойка може да се разглежда като сложен агент, който иска две работни места с едно и също географско местоположение, а предпочитания му нарушават допускането за заместимост. Рот (1984а) доказва, че в пазар, в който някои от агентите са семейни двойки, е възможно въобще да не съществува стабилно

съчетаване. Дизайнът на съчетаване и търгове при наличието на допълнителни субекти е важна тема в модерната литература.

● *Нужда от промяна – алгоритъмът Рот-Перансън*

През 90-те години е поставена под съмнение самата легитимност на алгоритъма на NRMP. По-конкретно, твърди се, че алгоритъмът, който поначало е бил с предлагане от работодателя, дава предимство на болниците за сметка на студентите.

Персоналът в медицинските университети, отговорен за консултирането на студентите относно постъпването им на работа, започва да докладва, че много студенти не вярват, че NRMP действа в техен интерес, както и че обсъждат възможността за различно по вид стратегическо поведение (Roth and Peranson, 1999, p. 749).

Основната теория на двустранното съчетаване показва, че алгоритъм с предлагане от работодателя не е съвместим със стимулите на кандидатите, т.е. че е теоретично възможно те да извлекат ползи от манипулирането или спекулирането с него. Обратно, версията с предлагане от кандидатите е съвместима с техните стимули. Поради комплексността на пазара на труда на лекари, заедно с условностите, свързани и с кандидатите, и с позициите, основната теория не може да бъде приложена директно. Изчислителни експерименти обаче показват, че от нея могат да се извлекат полезни идеи дори и в тази усложнена среда (Roth and Peranson, 1999). Като цяло изглежда е имало силни аргументи за замяната на действащия алгоритъм с такъв с предлагане от кандидатите.

През 1995 г. Алвин Рот е нает от управителния съвет на NRMP, за да ръководи създаването на нов алгоритъм. Целта е да се въведе механизъм, който да има за резултат възможно най-благоприятни за кандидатите стабилни съчетавания и същевременно да отговаря на специфичните условия на медицинския пазар (Roth and Peranson, 1999, p. 751). Новият алгоритъм, създаден от Рот и Перансън, е с предлагане от кандидатите, модифициран така, че да е пригоден и за семейни двойки – потенциалната нестабилност, породена от наличието на двойки, е адресирана последователно чрез използването на алгоритъма за верижна нестабилност на Рот и Ванде Вате (1990). Компютърните симулации показват, че алгоритъмът Рот-Перансън би бил донякъде по-добър за кандидатите от този на NRMP с предлагане от работодателя (Roth and Peranson, 1999), както и че на практика би било невъзможно да се извлекат ползи от стратегическо манипулиране на новия алгоритъм (Roth, 2002).

След въвеждането на новия алгоритъм през 1997 г. с негова помощ се съчетават по над 20 000 лекари на година (Roth and Peranson, 1999; Roth, 2002). Подобен дизайн се възприема и в трудовите пазари на току-що завършили кадри и за други професии (вж. табл. 2). Емпиричните доказателства свидетелстват, че резултатите са стабилни дори и при наличието на семейни двойки.

Таблица 2

Пазари на труда, приели дизайна на клирингова къща на Рот и Перансон след 1998 г., и дата на започване на използването на някакъв вид централизирана клирингова къща*

- Постдокторски стоматологични специализации в САЩ
 - Орална и лицево-челюстна хирургия (1985)
 - Специализации за общопрактикуващи (1986)
 - Разширено обучение по обща стоматология (1986)
 - Педиатрична стоматология (1989)
 - Ортодонтология (1996)
- Стажове по психология в САЩ и Канада (1999)
- Специализации по невропсихология в САЩ и Канада (2001)
- Стажове по остеопатия в САЩ (преди 1995)
- Специализации по фармацевтична практика в САЩ (преди 1994)
- Юридически стажове в Алберта, Канада (1993)
- Медицински стажове в САЩ (NPJIAF) (1952)
- Медицински стажове в Канада (CaRMS) (преди 1970)
- Услуги по съчетаване по специалности (SMS/NRMP):
 - Трансплантационна коремна хирургия (2005)
 - Детско-юношеска психиатрия (1995)
 - Чревна и ректална хирургия (1984)
 - Комбинирана мускулно-скелетна програма за съчетаване (CMMP)
 - Хирургия на ръката (1990)
 - Програма за съчетаване по медицински специалности (MSMP)
 - Сърдечно-съдови болести (1986)
 - Гастроентерология (1986-1999; рестартирала през 2006)
 - Хематология (2006)
 - Хематология / Онкология (2006)
 - Инфекциозни болести (1986-1990; рестартирала през 1994)
 - Онкология (2006)
 - Белодробна и спешна медицина (1986)
 - Ревматология (2005)
 - Минимално-инвазивна и стомашно-чревна хирургия (2003)
 - Акушерство / Гинекология
 - Възпроизводствена ендокринология (1991)
 - Гинекологична онкология (1993)
 - Ембрионална медицина (1994)
 - Гинекология и реконструктивна хирургия (2001)
 - Очна пластична и реконструктивна хирургия (1991)
 - Педиатрична кардиология (1999)
 - Педиатрична шокова медицина (2000)
 - Педиатрична спешна помощ (1994)
 - Педиатрична хематология / онкология (2001)
 - Педиатрична ревматология (2004)
 - Педиатрична хирургия (1992)
 - Спортна медицина (1994)
 - Радиология
 - Интервенционна радиология (2002)
 - Неврорадиология (2001)
 - Педиатрична радиология (2003)
 - Хирургична първа помощ (2004)
 - Гръдна хирургия (1988)
 - Съдова хирургия (1988)

*Възпроизведена по Рот (Roth, 2008a, Table 1).

Училищен прием

Много ученици посещават единственото училище в района, където живеят. Понякога обаче те имат потенциален достъп до голям брой учебни заведения. При съчетаването на ученици и училища трябва да се вземат предвид предпочитанията на учениците и техните родители, както и други важни фактори (например сегрегацията). Уместно ли е училищата да се разглеждат като стратегически агенти с предпочитания за учениците? Някои училища може да предпочитат ученици с висока посещаемост, други - да се интересуват основно от оценките, и т.н. Ако училищата, както и кандидатите, се разглеждат като стратегически агенти, възниква проблем на двустранно съчетаване.

В теоретичните модели на Балински и Съонмец (Balinski and Sönmez, 1999) и Абдулкадироглу и Съонмец (2003) местата в класовете се разпределят сред кандидатите, но училищата не се разглеждат като стратегически агенти. Въпреки това идеите от модела за двустранно съчетаване могат да бъдат използвани. На определен кандидат може да бъде дадено предимство в определено училище (например, ако живее наблизо, ако има брат или сестра в него или ако показва добър резултат на държавен изпит). В този случай за училището може да се каже, че има предпочитания спрямо учениците от гледна точка на това, че по-предпочитани са тези с по-висок приоритет. Тогава стабилността е свързана с идеята, че ако ученик 1 има по-висок приоритет от ученик 2 в училище S , а ученик 2 посещава училище S , ученик 1 трябва да избере училище, което харесва поне колкото S (а може би самото него).

Важна разлика между този и описания двустранен модел е, че подреждането по приоритет на учениците може да се базира на обективно проверими критерии. В такива случаи проблемът със съвместимостта на стимулите не е задължително да се появи от гледна точка на училищата. Освен това редът на приоритетите нямат същото отношение към благосъстоянието, както при обичайните такива. Тези доводи предполагат използването на алгоритъм с отложено приемане и предложение от страна на кандидата, който не само е напълно съвместим със стимулите му, но е и оптимален за него (т.е. всеки кандидат го предпочита пред всяко друго стабилно съчетаване).¹⁸ Общественият гимназий в Ню Йорк започват да използват версия на алгоритъма с отложено приемане през 2003 г., а системата на обществените училища в Бостън - друга версия през 2005 г.¹⁹

¹⁸ За експериментални доказателства относно механизмите за избор на училище вж. Chen and Sönmez (2006), Featherstone and Niederle (2011) и Pais and Pintér (2008).

¹⁹ Проблемите, пред които са изправени пазарните дизайнери при тези два пазара, са доста различни. В Ню Йорк системата за избор на училище работи при наличието на двустранен пазар, в който училищата са активни играчи. В Бостън те са пасивни и приоритетите се определят централизирано.

Преди 2003 г. кандидатите за обществените училища в Ню Йорк е трябвало да подредят петте най-предпочитани от тях и тези списъци са изпращани на училищата, които решават кои ученици да приемат, да отхвърлят или да включат в списъци за изчакване. Процесът се повтаря в още два етапа. Учениците, които не са попаднали в никое училище след третия етап, се разпределят чрез административна процедура. Тази процедура води до задръстване, защото кандидатите нямат достатъчно възможности да изразят предпочитанията си, а училищата - да отправят оферти. Пазарът не успява да се изчисти – чрез административната процедура около 30 000 ученици се оказват в училище, към което не са изразили предпочитание (Abdulkadirooğlu, Pathak and Roth, 2005).

Освен това процесът не е съвместим със стимулите. Има по-голяма вероятност училищата да приемат ученици, които са ги поставили на първо място в своята подредба. Така, ако за даден ученик шансът да бъде приет в най-предпочитаното от него училище е малък, най-добрата му стратегия би била да запише по-реалистичен избор като първо желание. През 2003 г. Рот и колегите му А. Абдулкадироглу и П. А. Патак помагат да се преустрои процесът на прием. Новата система използва алгоритъм с отложено приемане с предложение от кандидата, модифициран така, че да отчете нормите и навиците в Ню Йорк. Този алгоритъм е съвместим със стимулите на кандидатите, т.е. за тях е оптимално да вписват действителните си предпочитания, като по такъв начин се елиминира задръстването. През първата година с новата система се налага само около 3000 ученици да се съчетаят с училища, за които не са изразили предпочитание – намаление с 90% спрямо предходните години.

Преди 2005 г. системата на обществените училища в Бостън (BPS) използва алгоритъм с клирингова къща, познат като “Бостънски механизъм”. Този алгоритъм най-напред се опитва да съчетае колкото се може повече кандидати с първия им избор, след това съчетава останалите с втория им избор и т.н. (Abdulkadirooğlu, Pathak, Roth and Sönmez, 2005). Очевидно, ако за даден кандидат е много трудно да влезе в най-предпочитаното си училище, при този тип механизъм е по-добре като първи избор да се определи по-малко популярно училище. Това поставя кандидатите в неприятно стратегическо положение – за да изиграят системата по оптимален начин, те трябва да знаят в кои училища приемът е реалистичен за тях. Онези, които просто съобщават истинските си предпочитания, имат необосновано ниски резултати. Дори ако някак си всеки намери най-добрата стратегия за отговор, всяко равновесие по Наш би било доминирано по Парето от истинското равновесие на механизма с отложено приемане с предложение от кандидата (Ergin and Sönmez, 2006). Към Рот и колегите му А. Абдулкадироглу, П. А. Патак и Т. Сънмец е отправена молба да дадат съвет за създаването на нов алгоритъм за клиринговата къща на BPS. През 2005 г. се въвежда алгоритъм с отложено приемане с предложение от кандидата. Тъй като той е съвместим със стиму-

лите на кандидатите, отпада необходимостта от стратегическо поведение. Ню Йорк и Бостън са последвани и от други системи на училищата в САЩ, които въвеждат подобни алгоритми - скорошен пример е системата на публичните училища в Денвър.²⁰

Размяна на бъбреци

В някои важни ситуации от реалния живот страничните плащания са невъзможни по юридически или морални причини. Например в повечето държави е незаконно да се разменят човешки органи (като бъбреци) за пари. Органите трябва да бъдат разпределени сред нуждаещите се от трансплантация по някакъв начин. Някои пациенти може да разполагат с донор, желаещ да дари бъбрек, например съпруг, който е готов да дари бъбрека си на жена си. Директното донорство понякога е невъзможно поради медицински причини като несъвместимост на кръвната група. Въпреки това, ако пациент *A* е склонен (но е несъвместим) донор с група *A'*, а пациент *B* е склонен (но несъвместим) донор с група *B'*, тогава, ако *A* е съвместим с *B'*, а *B* – с *A'* е възможна размяна – *A'* дарява на *B*, а *B'* – на *A*. Макар и доста рядко, такива двустранни размени на бъбреци са извършвани през 90-те години на миналия век.

Рот, Съонмец и Юнвер (Roth, Sönmez and Ünver, 2004) забелязват сходствата между размяната на бъбреци и описания едностранен модел на Шапли-Скарф, особено с версията му, представена от Абдулкадироглу и Съонмец (Abdulkadiroğlu and Sönmez, 1999). Важна разлика е, че докато всички стоки в модела Шапли-Скарф могат да бъдат разпределени едновременно, някои пациенти, чакащи за трансплантация на бъбрек, трябва да се поставят в списък за изчакване с надеждата в бъдеще да се появят подходящи за тях донори.²¹ Рот, Съонмец и Юнвер (2004) пригаждат алгоритъма на най-добрия търговски цикъл така, че да допуска възможността за наличието на списък за изчакване. Лекарите определят най-подходящия бъбрек, т.е. конкретната възможност от списъка за изчакване, за всеки пациент. Ако има

²⁰ В различни части на света се прилагат разнообразни видове процедури на съчетаване. Braun, Dwenger, Kübler и Westkamp (2012) описват двуетапната процедура, която се използва от Германската централна клирингова къща за разпределение на кандидатите за медицински и сходни специалности. Първоначално 20% от всички места в университетите са запазени за кандидати с много добри оценки, а други 20 – за тези, които са завършили средно образование най-отдавна. Тези места се разпределят с помощта на Бостънския механизъм. Във втория етап всички оставащи места се разпределят посредством алгоритъм с отложено приемане с предложение от страна на университетите. Авторите използват лабораторни експерименти за изучаване на стимулите за стратегическа манипулация на тази двуетапна процедура. За повече информация относно алгоритми за съчетаване в Европа вж. <http://www.matching-in-practice.eu/>.

²¹ Проблемите на разпределението на бъбреци са доста по-динамични от приложенията, разглеждани в предишните раздели. Докато свободните работни места и местата в училищата могат да бъдат разпределяни веднъж годишно, това очевидно не е възможно при разпределението на бъбреци, което поражда интерес към теоретични изследвания относно подбирането на точния момент на сделките (Ünver, 2010).

цикъл, бъбреците се разменят в съответствие с него. Например три двойки пациент-донор – A, A' ; B, B' и C, C' , могат да оформят цикъл, който да има за резултат тристранна размяна (A получава бъбрек от B' , B – от C' , а C – от A'). Правилата позволяват “вериги”, при които например A получава бъбрек от B' , докато B е поставен с висок приоритет в списъка за изчакване (а друг пациент получава бъбрека от A'). Рот, Съонмец и Юнвер (2004) създават ефективни и съвместими със стимулите правила за избор във веригата.

Двустранната размяна между A, A' и B, B' изисква “двойно съвпадение на нуждите” – A' трябва да има това, което иска B , а B' – това, което иска A . Клирингова къща с база данни на двойки пациент-донор, която прилага по-сложни многостранни размени, би могла да разшири пазара, т.е. да повиши броя на възможните трансплантации. Това е особено важно, ако има множество пациенти, съвместими само с малък брой донори (Ashlagi and Roth, 2012). Сложните многостранни размени обаче може да не са изпълними по чисто логистични причини. Рот, Съонмец и Юнвер (2005b) доказват колко ефективни резултати с добри характеристики по отношение на стимулите могат да бъдат намерени чрез реални начини на изчисление, при положение че са възможни само двустранни размени. Значими ползи могат да бъдат постигнати и при размени, включващи три двойки пациент-донор (Saidman et al., 2006, Roth, Sönmez, and Ünver, 2007).

В част от регионалните програми за размяна на бъбреци в САЩ започват да се прилагат по-сложни размени. Сред ранните опити в това отношение е програмата за размяна на бъбреци на Нова Англия, създадена от Рот, Съонмец и Юнвер съвместно с д-р Франк Делмонико и д-р Сюзан Седман (Roth, Sönmez, and Ünver, 2005a). Напоследък интересът се концентрира върху дълги вериги, включващи “алтруистични донори”, които проявяват желание да дарят бъбрек, без да имат предвид конкретен пациент. Подобни вериги са по-малко засегнати от логистични проблеми, защото трансплантациите не трябва да се извършват едновременно (Roth et al., 2006).

Изследването на размяната на бъбреци подчертава един важен елемент от дизайна на пазарни институции. Специфичните сфери на приложение разкриват нововъзникващи проблеми, свързани например със семейните двойки в NRMP, с приоритетите при избор на училище или логистичните проблеми и тези със списъците за изчакване при размяната на бъбреци. Новите проблеми насърчават провеждането на нови теоретични изследвания, което от своя страна води до нови сфери на приложение, и т.н. Алвин Рот има съществени приноси във всички части на този повтарящ се процес.

Други приноси

Лойд Шапли

Приносите на Шапли включват множество иновативни изследвания в областта на динамичните игри в некооперативната теория на игрите. Теоремата за перфектния народ на Оуман и Шапли (1976) показва, че всеки

допустим вектор на възнаграждение (при него всеки играч получава най-малкия размер, който е в състояние да си гарантира сам) може да бъде подкрепен като стратегически равновесно възнаграждение за повторяема игра, включваща търпеливи играчи. Теорията на повторяемите игри е обобщена от Шапли (1953b), който въвежда идеята за стохастичната игра - при нея действията, избрани в определен период, могат да променят правилата на играта за в бъдеще. Това поставя началото на развитието на множество изследвания (например Mertens and Neuman, 1981). Шапли (1964) доказва, че определен тип динамика на ученето би могъл да не води до равновесна точка – резултат, който стимулира развитието на литературата в областта на ученето в игрите. Шапли и Шубик (Shapley and Shubik, 1977) осъществяват мащабно изследване на стратегическите пазарни игри.

Лойд Шапли е най-значимият изследовател в областта на кооперативната теория на игрите. Шапли и Шубик (1969) задават характеристиките на пазарните игри с прехвърлима полезност и доказват, че те имат запълнени ядра. Шапли (1953a) въвежда и определя приблизително основната концепция за еднозначно решение при кооперативните игри с прехвърлима полезност, наречено днес стойност на Шапли, и доказва, че в конвексните игри тя заема централно място в ядрото (Shapley, 1971). Харшани (Harsanyi, 1963) и Шапли (1969) разширяват приложимостта на тази стойност за игри без прехвърлима полезност.

Стойността на Шапли играе важна роля в развитието на кооперативната теория на игрите и има много приложения. Въпреки че първоначално е въведена като предвиждане за това какво може да получи един играч от дадена игра, често ѝ се дава нормативна интерпретация като справедлив резултат, например, когато разходите са разпределени чрез определена административна процедура (Young, 1994). Книгата на Оуман и Шапли (Aumann and Shapley, 1974) съдържа разширения на основните обосновки, интерпретации и изчисления относно стойността на Шапли в игри с безкраен брой играчи. Тази разработка има множество приложения при проблемите с разпределението на разходите (вж. например Billera, Heath and Raanan, 1978). Тя съдържа също една версия на хипотезата на Еджуърт - в някои големи пазари и стойността на Шапли, и ядрото съвпадат с конкурентното равновесно разпределение. Стойността на Шапли за кооперативни политически игри е позната като индекс на властта на Шапли-Шубик (Shapley and Shubik, 1954) и се използва например, за да се оценява промяната на правомощията, породени от изменения в избирателната система (вж. Hosli, 1993).

Алвин Рот

В книгата на Рот и Сотомайор (Roth and Sotomayor, 1990) е описано състоянието на теорията на двустранното съчетаване преди три десетилетия, като са включени резултатите, получени при самостоятелните и колективните изследвания на Рот. Сред другите теоретични приноси на Рот е

определянето на стойността на Шапли като неутрална по отношение на риска функция на полезността, дефинирана в областта на кооперативните игри с прехвърлима полезност.

Рот (1991b) описва как лабораторните експерименти и наблюденията на терен могат да взаимодействат с теорията на игрите, с което допринася за това икономиката да получи практическо приложение. Чрез собствените си лабораторни експерименти той значително подпомага тази изследователска програма. В серия от експерименти Рот и съавторите му тестват предвижданията на кооперативната теория на сделките (Roth and Malouf, 1979; Roth, Malouf and Murnighan, 1981; Roth and Murnighan, 1982; Murnighan, Roth and Schoumaker, 1988). Доказано е, че моделите на кооперативни сделки предвиждат точно количествените ефекти на промените в отношението към риска. Тези тестове се провеждат с помощта на приспособлението на Рот и Малуф (Roth, Malouf, 1979), което контролира отношението към риска на даден субект чрез използването на лотарийни билети като награда. Чрез промяна на информацията, предоставена на определен субект за печалбите на други субекти, експериментите показват значимостта на ефектите на фокусната точка и на опасенията относно честността. Серия от експерименти на Окс и Рот (Ochs and Roth, 1989) тества предвижданията на кооперативните модели без договаряне. Те са последвани от значимото межкултурно изследване на Рот, Праникар, Окуно-Фудживара и Замир (Roth, Prasnikar, Okuno-Fujiwara and Zamir, 1991), разглеждащо поведението при договаряне в четири различни държави.

Лабораторните експерименти често показват, че субектите променят поведението си с течение на времето. Рот и Ерев (Roth and Erev, 1995) създават модел на затвърждаващо обучение, при който играчите имат склонността да повтарят избор, даващ добри резултати. Този модел се оказва съвместим с реалното поведение в редица експериментални игри. Слоним и Рот (Slonim and Roth, 1998) използват подобен модел, за да обяснят поведението в проста некооперативна игра на договаряне, а Ерев и Рот (Erev and Roth, 1998) показват, че моделът на затвърждаващо обучение може да предвиди поведението предварително (а не просто да го обясни впоследствие). Тази поредица от изследвания доказва, че обяснителната и прогностичната сила на теорията на игрите може да бъде увеличена, ако се вземат предвид реалистични познавателни ограничения.

Заклучение

Лойд Шапли е пионер в развитието на кооперативната теория на игрите. Трудовете му не само затвърждават теоретичната ѝ основа, но и повишават нейната полезност при приложна работа и създаване на политики. Заедно с Д. Гейл, Х. Скарф и М. Шубик той създава теорията за съчетаването в рамките на пазара. При разработването ѝ Гейл и Шапли (1962) изразяват надеждата, че някой ден тя ще намери практическо приложение. Тази надеж-

да е оправдана от множеството последвали изследвания в областта на дизайна на пазарни институции.

Трудовете на Алвин Рот засилват разбирането за това как работят пазарите. Използвайки емпирични, експериментални и теоретични методи, Рот и съавторите му, вкл. А. Абдулкадироглу, П. А. Патак, Т. Съонмец и М. У. Юнвер, изследват институциите, които подобряват работата на пазара, като по този начин показват нуждата от стабилност и съвместимост със стимулите. Това директно води до успешното преустройство на редица значими реално съществуващи пазари.

Допълнителна литература

Просто въведение в кооперативната теория на игрите може да бъде намерено в изследването на Мулен (Moulin, 1995), а Шубик (1984) предлага по-задълбочен анализ на проблема. Проучването на Серано (Serrano, 2009) разглежда основно ядрото и стойността на Шапли, а това на Машлер (Maschler, 1992) – алтернативни идеи за решения при кооперативните игри. За въведение в теорията на съчетаването вж. Рот и Сотомайор (1990) или оригиналната статия на Гейл и Шапли (1962). Относно общите въпроси на дизайна на пазарни институции вж. Рот (2002 и 2008b). Рот (2008b) разглежда историята, теорията и практическите аспекти на алгоритмите с отложено приемане. Съонмец и Юнвер (2011) правят детайлно техническо проучване на устройството на съчетаваните пазари. За най-новите аспекти на развитието на пазарния дизайн вж. блога на Алвин Рот - <http://marketdesigner.blogspot.com/>.

Използвана литература:

- Abdulkadiroğlu, A. and T. Sönmez.* 1999. House allocation with existing tenants. *Journal of Economic Theory* 88: 233-260
- Abdulkadiroğlu, A. and T. Sönmez.* 2003. School choice: A mechanism design approach. *American Economic Review* 93: 729-47.
- Abdulkadiroğlu, A., P.A. Pathak and A.E. Roth.* 2005. The New York City high school match. *American Economic Review* 95: 364-67.
- Abdulkadiroğlu, A., P.A. Pathak, A.E. Roth and T. Sönmez.* 2005. The Boston public school match. *American Economic Review* 95: 368-71.
- Ashlagi, I. and A.E. Roth.* 2012. New challenges in multi-hospital kidney exchange. *American Economic Review* 102: 354-359.
- Aumann, R.J. and L.S. Shapley.* 1974. *Values of Non-atomic Games.* Princeton: Princeton University Press.
- Aumann, R.J. and L.S. Shapley.* 1976. Long term competition - a game theoretic analysis. *Mimeo.*
- Balinski, M. and T. Sönmez.* 1999. A tale of two mechanisms: student placement. *Journal of Economic Theory* 84: 73-94.
- Berl, J.E., R.D. McKelvey, P.C. Ordeshook and M.D. Winer.* 1976. An experimental test of the core in a simple n-person cooperative non side-payment game. *Journal of Conflict Resolution* 20: 453-479.

- Billera, L.* 1970. Some theorems on the core of an n-person game without side-payments. *SIAM Journal on Applied Mathematics* 18: 567-579.
- Billera, L., D. Heath and J. Raanan.* 1978. Internal telephone billing rates - A novel application of non-atomic game theory. *Operations Research* 26: 956-965.
- Bondareva, O. N.* 1963. Some applications of linear programming to the theory of cooperative games. *Problemy Kibernetiki* 10: 119.39 [in Russian]. English translation in *Selected Russian Papers in Game Theory 1959.1965*. Princeton: Princeton University Press, 1968.
- Braun, S., N. Dwenger, D. Kübler and A. Westkamp.* 2012. Implementing quotas in university admissions: An experimental analysis. Working paper, Max Planck Institute for Tax Law and Public Finance, Munich.
- Bulow, J. and J. Levin.* 2006. Matching and price competition. *American Economic Review* 96: 652-668.
- Chen, Y. and T. Sönmez.* 2006. School choice: An experimental study. *Journal of Economic Theory* 127: 2002-2031.
- Crawford V.P.* 2008. The flexible-salary match: A proposal to increase the salary flexibility of the National Resident Matching Program. *Journal of Economic Behavior and Organization* 66: 149.160.
- Crawford V.P. and E.M. Knoer.* 1981. Job matching with heterogeneous firms and workers. *Econometrica* 49: 437-450.
- Debreu, G. and H. Scarf.* 1963. A limit theorem on the core of an economy. *International Economic Review* 4: 234.246.
- Demange, G., D. Gale and M. Sotomayor.* 1986. Multi-item auctions. *Journal of Political Economy* 94: 863-872.
- Dubins, L.E. and D.A. Freedman.* 1981. Machiavelli and the Gale-Shapley algorithm. *American Mathematical Monthly* 88: 485-494.
- Edelman, B., M. Ostrovsky and M. Schwarz.* 2007. Internet advertising and the generalized second-price auction: Selling billions of dollars worth of keywords. *American Economic Review* 97: 242.259.
- Edgeworth, F. Y.* 1881. *Mathematical Psychics*. London: C. Kegan Paul & Co.
- Erev, I. and A.E. Roth.* 1998. Predicting how people play games: Reinforcement learning in experimental games with unique, mixed strategy equilibria. *American Economic Review* 88: 848-881.
- Ergin, H. and T. Sönmez.* 2006. Games of school choice under the Boston mechanism. *Journal of Public Economics* 90: 215-237.
- Featherstone, C. and M. Niederle.* 2011. School choice mechanisms under incomplete information: An experimental investigation. Working Paper, Harvard Business School, Cambridge, MA.
- Gale, D. and L.S. Shapley.* 1962. College admissions and the stability of marriage. *American Mathematical Monthly* 69: 9.15.
- Gärdenfors, P.* 1975. Match making: assignments based on bilateral preferences. *Behavioral Science* 20: 166.173.
- Gillies, D.B.* 1953a. Location of solutions. In *Report of an Informal Conference on the Theory of n-Person Games held at Princeton University March 20-21, 1953*: 11.12. Mimeo, Department of Mathematics, Princeton University.
- Gillies, D.B.* 1953b. Some Theorems on n-Person Games. Ph. D. Thesis, Department of Mathematics, Princeton University (June 1953).

Нобелова награда за постижения в областта на икономическите науки за 2012 г.

Gillies, D.B. 1959. Solutions to general non-zero sum games. In Contributions to the Theory of Games IV. Edited by A.W. Tucker and R.D.Luce. Princeton, N.J.: Princeton University Press.

Harsanyi, J.C. 1963. A simplified bargaining model for the n-person cooperative game. *International Economic Review* 4: 194-220.

Hatfield, J. and P. Milgrom. 2005. Matching with contracts. *American Economic Review* 95: 913-35.

Hosli, M. 1993. Admission of European Free Trade Association states to the European Community: effects on voting power in the European Community Council of Ministers. *International Organization* 47: 629-643.

Huang, C.Y. and T. Sjöström. 2003. Consistent solutions for cooperative games with externalities. *Games and Economic Behavior* 43:196-213.

Immorlica, N. and M. Mahdian. 2005. Marriage, honesty, and stability. In Proceedings of the Sixteenth Annual ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms: 53-62. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics.

Kagel, J.H. and A.E. Roth. 2000. The dynamics of reorganization in matching markets: A laboratory experiment motivated by a natural experiment. *Quarterly Journal of Economics* 115: 201-35.

Kelso, A.S. and V.P. Crawford. 1982. Job matching, coalition formation, and gross substitutes. *Econometrica* 50: 1483-504.

Knuth, D. 1976. *Mariages Stables*. Montréal: Les Presses de l'Université de Montréal.

Kóczy, L. 2007. A recursive core for partition function form games. *Theory and Decision* 63: 41-51.

Kojima, F. and P.A. Pathak. 2009. Incentives and stability in large two-sided matching markets. *American Economic Review* 99: 608-27.

Ma, J. 1994. Strategy-proofness and the strict core in a market within divisibilities. *International Journal of Game Theory* 23: 75-83.

Ma, J. 1995. Stable matchings and rematching-proof equilibria in a two-sided matching market. *Journal of Economic Theory* 66: 352-369.

Maschler, M. 1992. The bargaining set, kernel, and nucleolus. In *Handbook of Game Theory with Economic Applications*, Vol. 1. Edited by R. J. Aumann and S. Hart. Elsevier Science.

McKinney, C.N., M. Niederle and A.E. Roth. 2005. The collapse of a medical labor clearinghouse (and why such failures are rare). *American Economic Review* 95: 878-889.

Mertens, J. F. and A. Neyman. 1981. Stochastic games. *International Journal of Game Theory* 10: 53-66.

Moulin, H. 1995. *Cooperative Microeconomics*. Princeton University Press.

Murnighan, J.K., A.E. Roth and F. Schoumaker. 1988. Risk aversion in bargaining: An experimental study. *Journal of Risk and Uncertainty* 1: 101-124.

Niederle, M., D. Proctor and A.E. Roth. 2008. The gastroenterology fellowship match: The first two years. *Gastroenterology* 135: 344-346.

Niederle, M., A.E. Roth and T. Sönmez. 2008. Matching and Market Design. In *New Palgrave Dictionary of Economics*, second edition. Edited by S. N. Durlauf and L. E. Blume. Basingstoke: Palgrave Macmillan.

Ochs, J. and A.E. Roth. 1989. An experimental study of sequential bargaining. *American Economic Review* 79: 355-384.

Pais, J. and Á. Pintér. 2008. School choice and information: An experimental study on matching mechanisms. *Games and Economic Behavior* 64: 303-328.

- Roth, A.E.* 1977. The Shapley value as a von Neumann- Morgenstern utility. *Econometrica* 45: 657-664.
- Roth, A.E.* 1982a. The economics of matching: Stability and incentives. *Mathematics of Operations Research* 7: 617-628.
- Roth, A.E.* 1982b. Incentive compatibility in a market with indivisibilities. *Economics Letters* 9: 127-132.
- Roth, A.E.* 1984a. The evolution of the labor market for medical interns and residents: A case study in game theory. *Journal of Political Economy* 92: 991-1016.
- Roth, A.E.* 1984b. Misrepresentation and stability in the marriage problem. *Journal of Economic Theory* 34: 383-387.
- Roth, A.E.* 1984c. Stability and polarization of interests in job matching. *Econometrica* 52: 47-57.
- Roth, A.E.* 1985a. The college admissions problem is not equivalent to the marriage problem. *Journal of Economic Theory* 36: 277-288
- Roth, A.E.* 1985b. Conflict and coincidence of interest in job matching: Some new results and open questions. *Mathematics of Operations Research* 10: 379-389
- Roth, A.E.* 1989. Two-sided matching with incomplete information about others preferences. *Games and Economic Behavior* 1: 191-209.
- Roth, A.E.* 1990. New physicians: A natural experiment in market organization. *Science* 250: 1524-28.
- Roth, A.E.* 1991a. A natural experiment in the organization of entry level labor markets: Regional markets for new physicians and surgeons in the U.K. *American Economic Review* 81: 415-40.
- Roth, A.E.* 1991b. Game theory as a part of empirical economics. *Economic Journal* 101: 107-114
- Roth, A.E.* 2002. The economist as engineer: Game theory, experimental economics and computation as tools of design economics. *Econometrica* 70: 1341-78.
- Roth, A.E.* 2007. Repugnance as a constraint on markets. *Journal of Economic Perspectives* 21: 37-58.
- Roth, A.E.* 2008a. Deferred acceptance algorithms: History, theory, practice, and open questions. *International Journal of Game Theory* 36: 537-569.
- Roth, A.E.* 2008b. What have we learned from market design? *Economic Journal* 118: 285-310.
- Roth, A.E. and I. Erev.* 1995. Learning in extensive-form games: Experimental data and simple dynamic models in the intermediate term. *Games and Economic Behavior* 8: 164-212.
- Roth, A.E. and M. Malouf.* 1979. Game-theoretic models and the role of information in bargaining. *Psychological Review* 86: 574-594
- Roth, A.E. and J.K. Murnighan.* 1982. The role of information in bargaining: An experimental study. *Econometrica* 50: 1123-1142.
- Roth, A.E. and E. Peranson.* 1999. The redesign of the matching market for American physicians: Some engineering aspects of economic design. *American Economic Review* 89: 748-79.
- Roth, A.E. and A. Postlewaite.* 1977. Weak versus strong domination in a market with indivisible goods. *Journal of Mathematical Economics* 4: 131-137.
- Roth, A.E. and U. Rothblum.* 1999. Truncation strategies in matching markets: In search of advice for participants. *Econometrica* 67: 21-43.

Нобелова награда за постижения в областта на икономическите науки за 2012 г.

Roth, A.E. and M. Sotomayor. 1990. Two-sided Matching: A Study in Game-theoretic Modeling and Analysis. Econometric Society Mono-graph Series, Cambridge: Cambridge University Press.

Roth, A.E. and J.H. Vande Vate. 1990. Random paths to stability in two-sided matching. *Econometrica* 58: 1475-1480.

Roth, A.E. and X. Xing. 1994. Jumping the gun: Imperfections and institutions related to the timing of market transactions. *American Economic Review* 84: 992-1044.

Roth, A.E. and X. Xing. 1997. Turnaround time and bottlenecks in market clearing: Decentralized matching in the market for clinical psychologists. *Journal of Political Economy* 105: 284-329.

Roth, A.E., M. Malouf and J.K. Murnighan. 1981. Sociological versus strategic factors in bargaining. *Journal of Economic Behavior and Organization* 2: 153-177.

Roth, A.E., T. Sönmez and M.U. Ünver. 2004. Kidney exchange. *Quarterly Journal of Economics* 119: 457-88.

Roth, A.E., T. Sönmez and M.U. Ünver. 2005a. A kidney exchange clearinghouse in New England. *American Economic Review* 95: 376-80.

Roth, A.E., T. Sönmez and M.U. Ünver. 2005b. Pairwise kidney exchange. *Journal of Economic Theory* 125: 151-88.

Roth, A.E., T. Sönmez and M.U. Ünver. 2007. Efficient kidney exchange: Coincidence of wants in markets with compatibility-based preferences. *American Economic Review* 97: 828-51.

Roth, A.E., V. Prasnikar, M. Okuno-Fujiwara and S. Zamir. 1991. Bargaining and market behavior in Jerusalem, Ljubljana, Pittsburgh, and Tokyo: an experimental study. *American Economic Review* 81: 1068-1095.

Roth, A.E., T. Sönmez, M.U. Ünver, F.L. Delmonico and S.L. Saidman. 2006. Utilizing list exchange and undirected Good Samaritan donation through "chain" paired kidney donations. *American Journal of Transplantation* 6: 2694-705.

Saidman, S.L., A.E. Roth, T. Sönmez, M.U. Ünver, and F.L. Delmonico. 2006. Increasing the opportunity of live kidney donation by matching for two and three way exchanges. *Transplantation* 81: 773-82.

Scarf, H. 1967. The core of an n-person game. *Econometrica* 35: 50-69.

Serrano, R. 2009. Cooperative games: core and Shapley value. In *Encyclopedia of Complexity and Systems Science*. Edited by R. Meyers. New York: Springer.

Shapley, L.S. 1953a. A value for n-person games. In *Contributions to the Theory of Games*, Vol. 2. Edited by H.W. Kuhn and A.W. Tucker. Princeton, NJ: Princeton University Press.

Shapley, L.S. 1953b. Stochastic games. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the USA* 39: 1095-1100.

Shapley, L.S. 1953c. Open questions. In *Report of an Informal Conference on the Theory of n-Person Games held at Princeton University March 20-21, 1953*: 15. Mimeo, Department of Mathematics, Princeton University.

Shapley, L.S. 1955. Markets as cooperative games. *Rand Corporation Memorandum P-629*, Santa Monica, CA.

Shapley, L.S. 1964. Some topics in two-person games. In *Advances in Game Theory*. Edited by M. Dresher, L. S. Shapley, and A. W. Tucker. Princeton, NJ: Princeton University Press.

Shapley, L.S. 1967. On balanced sets and cores. *Naval Research Logistics Quarterly* 9: 45-8.

- Shapley, L.S.* 1969. Utility comparison and the theory of games. In *La décision: Agrégation et dynamique des ordres de préférence*. Paris: Editions du CNRS.
- Shapley, L.S.* 1971. Cores of convex games. *International Journal of Game Theory* 1: 11-26.
- Shapley, L.S. and H. Scarf.* 1974. On cores and indivisibility. *Journal of Mathematical Economics* 1: 23-37.
- Shapley, L.S. and M. Shubik.* 1954. A method of evaluating the distribution of power in a committee system. *American Political Science Review* 48: 787-792
- Shapley, L.S. and M. Shubik.* 1969. On market games. *Journal of Economic Theory* 1: 9-25.
- Shapley, L.S. and M. Shubik.* 1971. The assignment game I: The core. *International Journal of Game Theory* 1: 111-30.
- Shapley, L.S. and M. Shubik.* 1977. Trade using one commodity as a means of payment. *Journal of Political Economy* 85: 937-968.
- Shubik, M.* 1959. Edgeworth market games. In *Contributions to the Theory of Games IV*. Edited by R.D. Luce and A.W. Tucker. Princeton, N.J.: Princeton University Press.
- Shubik, M.* 1984. *Game Theory in the Social Sciences*. MIT Press.
- Slonim, R. and A.E. Roth.* 1998. Learning in high stakes ultimatum games: an experiment in the Slovak Republic. *Econometrica* 66: 569-596.
- Sönmez, T. and M.U. Ünver.* 2011. Matching, allocation, and exchange of discrete resources. In *Handbook of Social Economics*. Edited by J. Benhabib, A. Bisin, and M. Jackson. The Netherlands: North-Holland.
- Ünver, M.U.* 2005. On the survival of some unstable two-sided matching mechanisms. *International Journal of Game Theory* 33: 239-254.
- Ünver, M.U.* 2010. Dynamic kidney exchange. *Review of Economic Studies* 77: 372-414.
- Varian, H.* 2007. Position auctions. *International Journal of Industrial Organization* 25: 1163-1178.
- Von Neumann, J. and O. Morgenstern.* 1944. *Theory of Games and Economic Behavior*. Princeton, N.J.: Princeton University Press.
- Young, H.P.* 1994. Cost allocation. In *Handbook of Game Theory with Economic Applications*, Vol. 2. Edited by R.J. Aumann and S. Hart. Amsterdam: Elsevier Science.

Превод Едуард Маринов