

Мартина Макариева*

МОДЕЛИРАНЕ НА КРИВАТА НА ДОХОДНОСТ В НЕРАЗВИТ ФИНАНСОВ ПАЗАР: СЛУЧАЯТ НА БЪЛГАРИЯ

Направен е опит за моделиране на кривата на доходност в неразвит и неликвиден финансов пазар с помощта на параметричния модел Nelson-Siegel-Svensson. Изследването установява, че неликвидните финансови пазари изглежда не намаляват или не изкривяват способността на модела да се използва като инструмент за получаване на ясна картина по отношение на формата и динамиката на кривата на доходност. Чрез извадково и извънизвадково представяне на модела е илюстрирано как той може да предостави консистентна рамка за прогнозиране на кривата на доходност при различни макроикономически сценарии, които могат да бъдат широко използвани за симулации при провеждане на различни политики.

JEL: C51; C53; E44

Ключови думи: крива на доходност; прогнозиране; анализ на сценарии; стохастични модели

Изследването на срочната структура на лихвите е от голямо значение за централните банки и за хората, създаващи политики. То има двойна роля – от една страна, осигурява незабавна информация, свързана с взетите решения в паричната политика, а от друга, дава съвременни сведения за пазарните очаквания, за оценките на инвеститорите по отношение на риска и за техния отговор при промени в икономическите условия. По този начин срочната структура на лихвите може да послужи като индикатор и ранно предупреждение за подобряване или влошаване в макроикономическата среда.

Основна част от емпиричната литература, посветена на моделирането на кривата на доходност, засяга най-развитите финансови пазари, а анализите, проучващи срочната структура на лихвите в неликвидни и неразвити финансови пазари, са много по-ограничени. В такава среда, където пазарът на държавните ценни книжа е все още незрял, моделирането на кривата на доходност представлява голямо предизвикателство, главно поради наличието на пазарни данни в контекста на ограничено предлагане на ценни книжа и къси времеви серии. Ето защо в тези случаи интерпретацията на изчислените криви на доходност изисква по-голямо внимание.

Във връзка с това целта тук е да представим динамичния модел на Nelson-Siegel-Svensson (DNSS), базиран на крива на доходност, в условията на неразвит финансов пазар, както е случаят на България. Тъй като факторите на кривата на доходност са ненаблюдаеми величини, моделът е изчислен чрез метод на пространствено състояние. Уравнението на състоянието, представящо факторите на кривата на доходност във времето чрез векторен авторегресионен модел (VAR(1)), и уравнението за наблюдение трансформират факторите на кривата на доходност в изчислени доходности по ценни книжа с нулев купон чрез

* Докторант в Стопанския факултет на СУ „Св. Кл. Охридски“, martina.ivanowa@gmail.com

матрицата на лоудингите (или т. нар. функционални коефициенти). С помощта на извадково и извънизвадково представяне на DNSS модела е направен опит да се оцени колко добре включването на макроикономически променливи може да обясни динамичното развитие на доходностите във времето при различни икономически развития в нивото на инфлация и индустриалното производство. Включените в модела макропроменливи не оказват влияние върху крос-секшън връзката между наблюдаваните доходности за различни матуритети в една точка във времето. Важно е да се подчертае, че целта на предложената рамка не е да предостави водещи прогнози. Поради това не трябва да се смята, че тези прогнози „разгадават“ пазара и могат да служат за краткосрочни и средносрочни инвестиционни решения. По-скоро изследването илюстрира как избраният подход за моделиране може да създаде консистентна рамка за прогнозиране на кривата на доходност при много или малко реалистични макроикономически сценарии, които могат да се прилагат за политически симулации, алтернативни схеми и анализи на чувствителността.

Въз основа на представената извадкова и извънизвадкова прогноза се стига до две заключения. Първото е, че DNSS моделът изчислява добри стойности за кривата на доходност в извадкова и извънизвадкова среда, без обаче резултатите да бъдат твърде впечатляващи. Второ, при различни макроикономически сценарии кривата на доходност променя формата си в съответствие с макроикономическата теория – плоска във времена на слаб икономически растеж и с положителен наклон в периоди на експанзия. Тези изводи показват, че разглежданият модел е добър инструмент, когато се прави опит да се формира ясна картина по отношение на формата и динамиката на кривата. Неликвидният финансов пазар изглежда не намалява или не изкривява това значително.

Преглед на литературата

Срочната структура на лихвите представя връзката между доходността до падежа на набор от ценни книги и тяхната срочност до падежа. Тя представлява описателна мярка на крос-секшън от цените на ценни книги, наблюдавани в определен период. Афин (линейни) моделите, описващи срочната структура на лихвите, разкриват стилизирани свойства на времевите редове на лихвените проценти от кривата на доходност. Всеки такъв модел предполага, че кривата на доходност е линейна функция на малък брой общи фактори, което предполага несигурност в модела. Тези фактори, често наричани „променливи от устойчиво състояние“, представят случаен процес, ограничен от допускането за липса на арбитраж в анализирания финансов пазар. Декомпозицията на доходностите на латентни фактори (или т.нар. пространствени променливи) се базира на една или друга статистическа техника¹ (вж. например Nelson and Siegel, 1987; Svensson,

¹ Anderson et al. (1996, p. 25) категоризират съществуващите методологии за изчисляване на кривата на доходност на база цени/доходности на облигации в две групи: (1) подходи, които правят предположения за промени в променливите на състоянието и методите за ценообразуване на

1994; Kenz, Litterman, Scheinkman, 1994; Duffie and Kan, 1996), което осигурява ясен алгоритъм за симулиране на кривата на доходност. При нейното моделиране много централни банки и практики често прилагат фактор-базирания модел на Nelson-Siegel (DNS), който използва три параметъра (фактора): ниво, наклон и извивка. Сред предпочитаните е също и разширеният модел на Nelson-Siegel-Svensson (DNSS) (Svensson, 1994), където е добавен четвърти параметър (фактор) с цел да се увеличи гъвкавостта на модела и да се подобри извадковото представяне. Подходът на Nelson-Siegel е доразвит в динамичния модел на Diebold и Li (2006), които представят параметрите като вариращи във времето фактори. Това позволява да се представи движението на кривата на доходност чрез динамиката на трите фактора от DNS.

Голяма част от цитираната литература е свързана с развитите финансови пазари, но напоследък все по-голямо внимание се отделя на анализа на кривата на доходност в неразвити и неликвидни финансови пазари. През последното десетилетие опити за изчисляване на ценни книги с нулев купон и за моделиране на кривата на доходност са правени по отношение на финансовите пазари в Словения, Хърватия, Чехия, Унгария и други страни, като изследванията използват няколко подхода. И тук обаче най-често срещаната рамка са методологиите на Nelson-Siegel и Nelson-Siegel-Svensson поради тяхната простота, която не влияе на способността на модела да изчислява крива на доходност сравнително добре (вж. табл. 1)

Таблица 1

Преглед на избрани изследвания за моделиране на кривата на доходност в неразвити финансови пазари

Пазар	Изследване	Анализиран модел
Индия	Virmani (2006)	NelsonSiegel и Svensson
	Dutta et al. (2005)	Svensson B сплайн и изглаждащ сплайн
	Subramanian (2001)	NelsonSiegel и Svensson B кубичен сплайн и изглаждащ сплайн
Тайван	Chou et al. (2009)	NelsonSiegel и Svensson
Словения	Grum (2006)	NelsonSiegel и Svensson B сплайн и изглаждащ B сплайн Merrill Lynch експоненциален сплайн
Хърватия	Zoricic(2012)	NelsonSiegel и Svensson
Чехия	Kucera and Komarkova (2019)	Bliss bootstrap метод
	Hladíková and Radová (2012)	NelsonSiege модел
	Kladívko (2010)	Nelson и Siegel модел
Унгария	Reppa (2009)	NelsonSiegel модел

активи, използвайки или равновесни, или арбитражни аргументи; (2) модели, които се основават на статистическа техника, където кривата на доходност се описва чрез изглаждане на данните, получени от цените на облигациите.

Изчислените криви на доходност по методологията на Nelson-Siegel и нейните вариации се оказват доста добри независимо от държавата, в която се прилагат. Прогнозите, базирани се на тези модели, обаче не правят пряка връзка между развитието на кривата на доходност и каквито и да е бъдещи динамики в макроикономическите променливи, а това е важно не само за инвеститорите, но и за създателите на политики, за да се разбере как кривата на доходност реагира на макроикономическите шокове.

В тази връзка Ang и Piazzesi (2003) модифицират стандартната рамка на трифакторния афин (линеен) модел на Nelson-Siegel, добавяйки два макроикономически фактора. Авторите установяват, че включените от тях променливи подобряват факторите от кривата на доходност, като обхващат до 85% от варирането в лихвите. Вдъхновени от тези резултати, редица изследвания (вж. например Hordahl et al., 2006; Ang, Piazzesi and Wei, 2006; Evans and Marshall, 2007; Rudebusch and Williams, 2008) допълнително анализират различни подходи за съвместно моделиране на срочната структура и макроикономическите условия и констатират, че макрофакторите оказват значително влияние върху кривата на доходност. Сериозни доказателства за ефектите на макропроменливите върху бъдещото движение в кривата и доста слабо потвърждение за обратно влияние намират Diebold, Rudebusch и Aruoba (2006)².

Повечето анализи в рамките на модела DNS са фокусирани върху връзката между латентните фактори на кривите на доходността и паричната политика, инфлацията и реалната активност (вж. например Diebold, Rudebusch and Aruoba, 2006; Carriero, Favero and Kaminska, 2006; Dewachter and Lyrio, 2006; Hordahl, Tristani and Vestin, 2006; Rudebusch and Wu, 2008; Hoffmaister, Roldós and Tuladhar, 2010). Много е вероятно този подход да е тясно свързан с обширната литература за силата на наклона на кривата на доходност (и може би извивката) за прогнозиране на колебанията в реалната икономическа активност и инфлацията. В нашето проучване, следващо подхода на няколко централни банки и практикуващи финансови пазари, динамичният модел на Nelson-Siegel-Svensson (DNSS) е използван в опит да се моделира българската крива на доходност и да се получат безусловни и условни прогнози извън извадката. Допълнително е изследвано дали формата и позицията на кривата на доходност в неразвит финансов пазар са в съответствие с макроикономическата теория при различни макроикономически сценарии.

Моделът на Nelson-Siegel-Svensson и техники за изчисляване

Diebold и Li (2006) представят динамичен модел за кривата на доходност чрез факторизиране на спот лихвата на Nelson-Siegel (NS), както следва:

$$y_n(\tau) = \beta_{0n} + \beta_{1n} \left(\frac{1 - e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} \right) + \beta_{2n} \left(\frac{1 - e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} - e^{-\lambda\tau} \right) \quad (1)$$

² За преглед на макрофинансовата литература вж. Gürkaynak and Wright (2012).

В динамичния модел на Nelson-Siegel (DNS) $y_n(\tau)$ представя кривата на доходност (или спот лихвата), която се наблюдава във времеви период n за матуритет τ . $\beta_{0n}, \beta_{1n}, \beta_{2n}$ са вариращите във времето параметри³, които включват нивото (L), наклона (S) и начупеността (C) на кривата на доходност за всеки период във времето n . DNS разделя кривата на доходност на три динамични латентни фактора ($\beta_{0n}, \beta_{1n}, \beta_{2n}$) и фактор лоудинги $[1 \frac{1-e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} \frac{1-e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} - e^{-\lambda\tau}]$. Латентните фактори оформят динамиката на кривата на доходност във всеки период във времето n , а лоудингите определят спот лихвите за всеки матуритет τ в определен времеви период. Факторът β_0 (L), наречен „дългосрочен“, управлява дългосрочното ниво на кривата на доходност. Лоудингът пред β_0 (L) е равен на 1 за всички матуритети. При нарастване на матуритетите уравнение (1) предполага, че кривата на доходност конвергира към β_0 . Лоудингът пред фактор $\beta_1(S) - (1 - e^{-\lambda\tau})/\lambda\tau$, има максимална стойност 1 при най-късите матуритети и монотонно затихва към нула при тяхното нарастване. По този начин колкото по-малък е матуритетът, толкова по-бързо кривата на доходност конвергира към $\beta_0 + \beta_1$. Факторът $\beta_1(S)$ е наречен „краткосрочен“, тъй като е близко обвързан с наклона на кривата на доходност, което, както е обяснено от Diebold (2006) представлява спот лихвата по десетгодишните книжа минус спот лихвата по тримесечните книжа ($y_n(120) - y_n(3)$). Факторът $\beta_2(C)$ има лоудинг, който е нула в най-краткосрочния матуритет, увеличава се до средносрочния край на кривата на доходност и после се понижава обратно при преминаване към дългосрочните лихви. В такъв смисъл този фактор, наречен „средносрочен“, е свързан с извивката на кривата на доходност и се дефинира като $(2y_n(24) - y_n(3) - y_n(120))$. Параметърът λ^4 и β_2 управляват възможното наличие на „гърбица“ в кривата на доходност. По-специално λ определя в кой матуритет „гърбицата“ се наблюдава, докато β_2 задава магнитута на нейната посока. Трите фактора – $\beta_0, \beta_1, \beta_2$, описани съответно като дългосрочен, краткосрочен и средносрочен, могат да бъдат интерпретирани в динамичен смисъл като ниво, наклон и извивка (Diebold and Li, 2002).

С цел да се увеличи гъвкавостта на кривата на доходност Svensson (1994, 1995) и Soderlind и Svensson (1996) добавят още два параметъра. По този начин спот лихвата на динамичния модел на Nelson-Siegel-Svensson (NSS) се дефинира като:

$$y(\tau) = \beta_0 + \beta_1 \left(\frac{1 - e^{-\lambda_1\tau}}{\lambda_1\tau} \right) + \beta_2 \left(\frac{1 - e^{-\lambda_1\tau}}{\lambda_1\tau} - e^{-\lambda_1\tau} \right) + \beta_3 \left(\frac{1 - e^{-\lambda_2\tau}}{\lambda_2\tau} - e^{-\lambda_2\tau} \right) \quad (2)$$

Параметрите $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \lambda_1, \lambda_2$ в NSS имат същата интерпретация като тези в модела на Nelson-Siegel, където обаче допълнителните два параметъра

³ При случай на крос-секшън среда β_s са параметри, а при времеви редове те са променливи.

⁴ Diebold and Li (2006) фиксират параметъра λ във времето на стойност 0,069 с цел да намалят волатилността на факторите, правейки модела по-лесно предсказуем.

β_3 и λ_2 определят съответно магнитута и мястото на възможна втора „гърбица“ в кривата на доходност.

В модела на Diebold и Li (2006) (уравнение 1), който представлява вариант на модела Nelson-Siegel, факторите „ниво“, „наклон“ и „извивка“ следват векторен авторегресионен процес от първи ред VAR(1), и като такъв моделът може да се представи в система от пространствено състояние. По този начин филтърът на Калман⁵ може да се използва⁶ с цел да се оцени кривата на доходност във всеки момент във времето чрез изчисляване на динамиката на факторите:

Уравнение на наблюдението (измерването) на процеса:

$$Y_n = H \cdot F_n + \varepsilon_n \quad (3)$$

Уравнение на състоянието:

$$F_n = k + A \cdot F_{n-1} + \eta_n \quad (4)$$

Уравнението на наблюдението Y_n представлява вектор от доходности във времеви период n за различни матуритети $\tau = (\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_T)$ и представя точно афин (линейна) взаимовръзката между пазарните спот лихви и ненаблюдаемите пространствени променливи. Матрицата H , съдържаща фактор лоудингите, се състои от вектора с Nelson-Siegel (или Nelson-Siegel-Svensson) фактори F_n , които се дефинират, като се наложи ограничение да следват гладкия модел, предложен от Diebold и Li (2006). В четирифакторния модел на Nelson-Siegel-Svensson матрицата на лоудингите H представлява:

$$H = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1 - e^{-\lambda_1 \tau_1}}{\lambda_1 \tau_1} & \frac{1 - e^{-\lambda_1 \tau_1}}{\lambda_1 \tau_1} - e^{-\lambda_1 \tau_1} & \frac{1 - e^{-\lambda_2 \tau_1}}{\lambda_2 \tau_1} - e^{-\lambda_2 \tau_1} \\ 1 & \frac{1 - e^{-\lambda_1 \tau_2}}{\lambda_1 \tau_2} & \frac{1 - e^{-\lambda_1 \tau_2}}{\lambda_1 \tau_2} - e^{-\lambda_1 \tau_2} & \frac{1 - e^{-\lambda_2 \tau_2}}{\lambda_2 \tau_2} - e^{-\lambda_2 \tau_2} \\ & & \vdots & \\ 1 & \frac{1 - e^{-\lambda_1 \tau_T}}{\lambda_1 \tau_T} & \frac{1 - e^{-\lambda_1 \tau_T}}{\lambda_1 \tau_T} - e^{-\lambda_1 \tau_T} & \frac{1 - e^{-\lambda_2 \tau_T}}{\lambda_2 \tau_T} - e^{-\lambda_2 \tau_T} \end{pmatrix}$$

В уравнението на състоянието k е вектор от средни стойности на параметрите и матрицата A съдържа авторегресионните параметри. Ортогоналните Гаусови бели процеси η_t и ε_t се дефинират по следния начин:

$$\begin{pmatrix} \eta_t \\ \varepsilon_t \end{pmatrix} \sim WN \left(\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} Q & 0 \\ 0 & N \end{pmatrix} \right)$$

Следвайки примера на Diebold и Li (2006), се приема, че смущенията η_t на уравнението, представящо динамиката на факторите, са корелирани и по

⁵ За повече подробности по отношение на филтъра на Калман вж. Harvey (1989).

⁶ Вграденият в Matlab инструментариум за изчисляване на State-Space Model (SSM) и филтър на Калман са използвани при изчисляване на модела. Благодаря на Ken Nyholm, че сподели своя код в Matlab за ръководство си „A Practitioners Guide to Yield Curve Modelling (2019)“, чиято модифицирана версия е използвана в представеното проучване.

този начин съответната ковариационна матрица Q е недиагонална. Въпреки това по отношение на уравнението на наблюдението (3) ε_t са идиосинкратични компоненти. Моделът предполага, че матрицата N е диагонална, така че отклоненията на доходността в различните матуритети от кривата на доходност са некорелирани.

Модел на кривата на доходност с макрофактори

Теоретично има силна връзка между макроикономическите променливи и кривата на доходността. Diebold и Li (2006) и Diebold (2006) установяват, че съществува определена връзка между факторите на кривата на доходност (L_n , S_n и C_n) и някои макроикономически променливи. Diebold и Li (2006) например твърдят, че коефициентът на фактора „ниво“ (L_n) е силно корелиран с инфлацията, динамиката на фактора „наклон“ отразява колебанията на производството и факторът „извивка“ не е свързан с никоя макроикономическа променлива. Обръщайки внимание на откритието на Diebold и Li (2006), потвърдено и от други проучвания, за да се обясни по-добре динамичното развитие на факторите на кривата на доходност, в уравнение (4) са включени годишната базисна инфлация и индексът на индустриалното производство. Общото представяне в пространствено състояние на DNS модела позволява прибавянето им като екзогенни променливи сред коефициентите на кривата на доходност в уравнение (4). Включвайки тези макроикономическите променливи, системата в модела в пространствено състояние може да се представи по следния начин:

Уравнение на наблюдението (измерването) на процеса:

$$Y_n = H \cdot F_n + \varepsilon_n \quad (5)$$

Уравнение на състоянието:

$$F_n = k + A \cdot F_{n-1} + Q \cdot M_n + \eta_n \quad (6)$$

Уравнението за наблюдението (5) остава непроменено, а уравнението на състоянието (6) се променя, за да включи матрицата Q , която съдържа коефициенти, отчитащи връзката между факторите на кривата на доходност и избраните макроикономически променливи във времето n $M_n = [HICP, IPI]'$. Четирите ненаблюдаеми фактора на кривата на доходност на Nelson-Siegel-Svensson в момент n са събрани в F_n^y . Съвместното развитие на факторите на кривата на доходност и макроикономическите променливи е описано в неограничен VAR (1) процес. В съответствие с тази спецификация на модела нивото, наклонът и първият и вторият фактор на кривата на доходност (F_n^y) се влияят едновременно от двете крос-секшън доходности и макроикономическите променливи.

В модела на NSS факторите в уравнение (6) са изчислени чрез Калман филтър, което е полезно, когато променливите на състоянието не са директно наблюдаеми. Основното средство за справяне със стандартни модели, представени в пространствено състояние, е филтърът на Калман, който рекурсивно предсказва стойностите на ненаблюдаемите стойности на пространствените

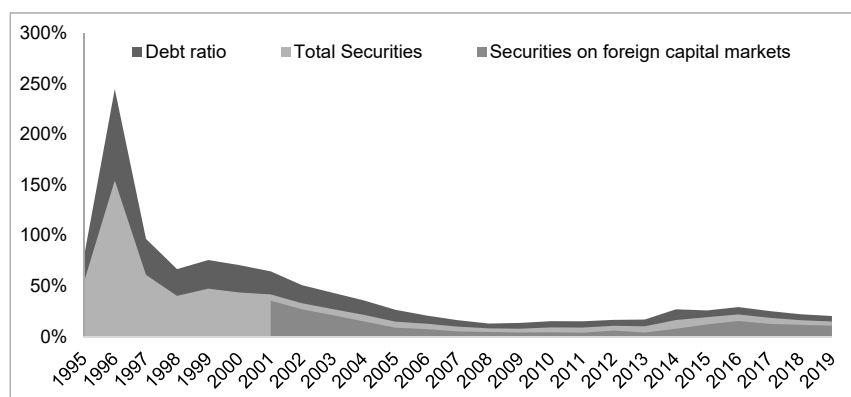
променливи при условие, че са налични лихвени проценти по ценни книжа с нулев купон (уравнение на наблюдението). Тези рекурсивни прогнози след това се използват, за да се построи и максимизира логаритмичната функция на правдоподобие, за да се намери оптимален набор от параметри за системата от уравнения. Чрез изглаждането на Калман се изчисляват условни очаквания за пространствените променливи при налични оценки за параметрите.⁷

Пазарът на ценни книжа в България

През 2001 г. България стартира поредица от дългосрочни операции за намаляване на дълга си по брейди облигации и за подобряване на позицията си на чуждестранните капиталови пазари (фиг. 1).

Фигура 1

Съотношение дълг към БВП и състав на държавните ценни книжа*



* Динамика на дълга към БВП и декомпозиция на държавния дълг на общо ценни книжа и на ценни книжа, емитирани на чуждестранните капиталови пазари.

Източник: ЕЦБ, раздел „Държавна финансова статистика“; Министерство на финансите – месечни бюлетени за дълга на сектор „Държавно управление“; собствени изчисления.

Първата българска емисия еврооблигации, емитирана през ноември 2001 г., се приема добре от инвеститорите – има голямо търсене не само у нас, но и от страна на Германия, Великобритания, Италия и Гърция. През следващата 2002 г. България продължава с мащабните операции по реструктуриране, като издава нови глобални облигации, всички с фиксирани лихвени проценти, а приходите от тези емисии се използват за обратно изкупуване и обмен на остатъка по брейди облигации. След това издаването на глобални ценни книжа на чуждестранните капиталови пазари е прекратено и се възобно-

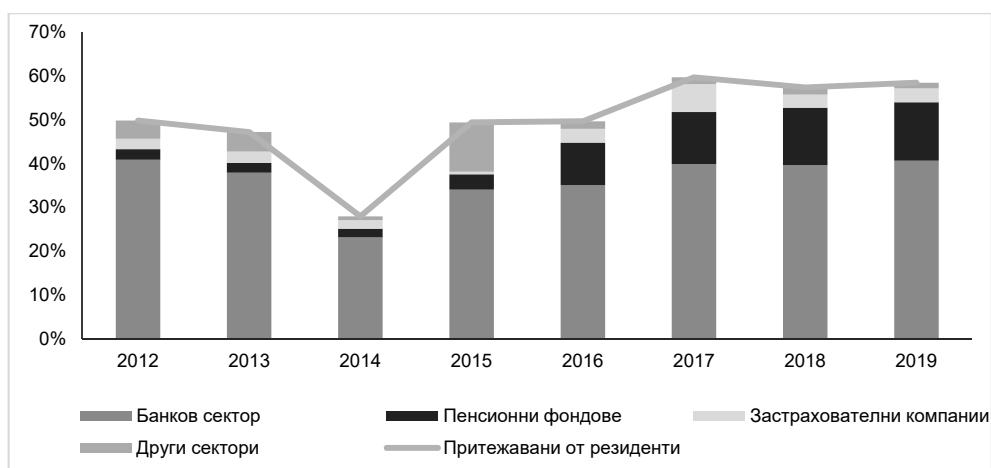
⁷ Kim и Nelson (1960) предоставят детайлно обяснение на моделите в пространствено състояние и филтъра на Калман.

вява едва през 2012 г. с 5-годишна облигация. През следващите години българското присъствие на чуждестранните капиталови пазари е доста ограничено с емитиране на държавни ценни книжа в малък диапазон от падежи в съответствие със стратегията за управление на дълга на правителството (10-годишни книжа през 2014 г., 7-, 12- и 20-годишни през 2015 г. и 7- и 12-годишни през 2016 г.).

Инвеститорската база на българските облигации, емитирани на чуждестранните пазари и държани от български резиденти, е представена на фиг. 2

Фигура 2

Български ценни книжа, издадени на международните капиталови пазари и притежавани от български резиденти – секторна разбивка* (2012-2019 г.)



* Дял на държавните облигации, емитирани на международните капиталови пазари, които се държат от български резиденти, и разбивка на този дял по няколко икономически сектора.

Източник: Министерство на финансите – месечни бюлетини за дълга на сектор „Държавно управление“; собствени изчисления.

От представените данни се вижда, че през разглеждания период дялът на притежаваните облигации от резиденти се поддържа относително стабилен на около 50%. Изключение е 2014 г., когато общият обем на глобалните облигации се увеличава с издаването на 10,5-годишна еврооблигация. През 2012-2019 г. големи институционални инвеститори са вътрешният банков сектор, следван от институционалните пенсионни фондове и пенсионноосигурителните дружества. Българските банки поддържат своя дял относително стабилен, което предполага, че предпочитанията на инвеститорите („предпочитан хабитат“) за притежаване на облигации с определени характеристики са останали до голяма степен стабилни през годините. Вторите по величина институционални купувачи

на български глобални облигации са пенсионните фондове и пенсионноосигурителните дружества, които през годините бавно балансират портфолиото си към закупуване на българските еврооблигации.

По отношение на вътрешния пазар в годините след 2000 г. вторичният пазар на държавни ценни книжа е доминиран от облигации със срок до падежа 3, 5, 7 и 10 години. Въпреки това обемът на регистрираните транзакции е неравномерен през различните периоди от годината. През 2000-2019 г. тенденция към най-активна търговия се наблюдава в дните на придобиване на нови държавни ценни книжа и по време на изплащането на главница и лихва във връзка с падежа на държавни ценни книжа. Все пак има и месеци без сключени сделки за някои матуриретни сегменти. Във връзка с това в опита си да изградим криви на доходност с нулеви купони за българските еврооблигации, в изследването се опираме на информация за държавните облигации, емитирани на чуждестранния капиталов пазар, при които ежедневните данни за търговията са достъпни от Блумбърг.

Данни, използвани за изчисляване на кривата на доходност

За да се извърши оценка на динамичния модел на Nelson-Siegel-Svensson, проучването използва доходности от облигации с нулеви купони, които са взети към края на месеца за следните падежи на кривата на доходност {12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108, 120, 144, 180, 240, 360} месеца. Тъй като данните за търговията с вътрешни облигации на вторичния пазар са относително оскъдни, доходността се изчислява въз основа на информация за българските еврооблигации, емитирани на международните капиталови пазари, с дневни данни от Блумбърг. По отношение на извадковата популация от еврооблигации трябва да се отбележи, че едва след емитирането на еврооблигации през март 2015 г. започват да се предоставят непрекъснато 4 или повече точки с данни, което позволява да се изчисли кривата на доходност.

Изчисляването на кривата на доходност с нулев купон обаче е предизвикателство, главно поради липсата на налични пазарни данни в няколко матуриретни сегмента в контекста на ограниченото предлагане на дългови ценни книжа. Както беше посочено, падежната структура на еврооблигациите се основава на Стратегията за управление на държавния дълг и погасителния профил на публичния дълг, които целят да намалят струпването на падежиращи ценни книжа в един период. Следователно еврооблигациите не обхващат всички падежи и по този начин се появяват пропуски в матуриретната структура. Поради това, за да се запълни матуриретната разлика, тук е приложена техника за интерполация и екстраполация. (вж. табл. 1 в Приложението) За получаване на доходности по ценни книжа с нулев купон към края на всеки месец се следва описаната по-нататък процедура:

Дневната крива на доходност е изчислена за периода юни 2015-юни 2020 г., общо 1035 дни с търговия, следвайки широко използвания параметричен метод NSS. Както се предлага от Nyman-Andersen (2018), извадката започва три месеца след емитирането на нови еврооблигации, тъй като през този период

доходностите са склонни да проявяват по-висока променливост от другите матуриретни класове. Същата логика се следва за облигации с остатъчен матурирет, по-малък от три месеца. При оценката на параметрите на NSS (β_i, τ_i) алгоритъмът, базиран на градиент, се прилага в процеса на оптимизация, където грешките на доходността са сведени до минимум. Тъй като проучването разглежда предимно лихвените проценти, то има за цел да минимизира отклонението между прогнозната и наблюдаваната доходност. Решението на задачата за оптимизация е чувствително към началните стойности на стартовите параметри. Фактът, че параметрите имат специфична финансова интерпретация, улеснява избора на началните стойности „близо“ до решението и подпомага сближаването на алгоритъма за оптимизация. По-конкретно, следвайки възприетия подход на германската централна банка, описан в Nyman-Andersen (2018), началните стойности са определени на:

$\beta_0 = (y_t + y_{t-1} + y_{t-2})/3$ (средна доходност на трите ценни книги с най-дълъг матурирет);

$\beta_1 = (y_1 - \beta_0)$; където y_1 е доходността на ценна книга с най-къс матурирет;

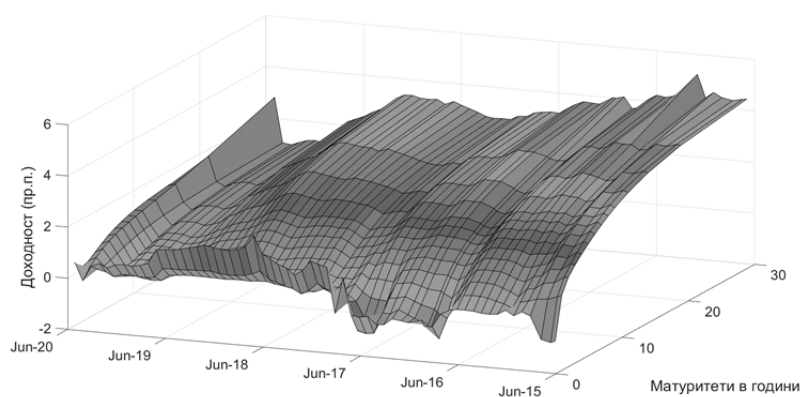
$$\beta_2 = \beta_3 = -1; \tau_1 = \tau_2 = -1.$$

В случай, че алгоритъмът не конвергира до решение, са използвани параметрите от предишния ден, което е често срещана практика. Накрая, следвайки възприетия подход за оценка, са избрани доходностите на ценни книжа с нулев купон в края на всеки месец за хоризонта {12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108, 120, 144, 180, 240, 360} месеца.

В литературата съществува общо съгласие, че кривата на доходност предоставя полезна информация за целите на паричната политика, както и за очакваното развитие на бъдещите краткосрочни лихвени проценти и перспективите за икономическа активност и инфлация. Положителният ѝ наклон ($10Y-1Y$) е свързан с очакването на инвеститорите за бъдещо увеличение на реалната икономическа активност. Фиг. 3 изобразява възходяща крива на доходност за българската икономика през периода юни 2015 - юни 2020 г., включваща по-високи дългосрочни лихвени проценти от краткосрочните, особено във времето юни 2015 - юни 2017 г. През този период инфлацията е сравнително стабилна – тя е отрицателна, като не се наблюдава значима волатилност, и индексът на индустриалното производство показва предимно положителен растеж. През втората половина на 2017 г. доходността на краткосрочните облигации се увеличава, което сигнализира за по-високи бъдещи инфлационни очаквания от страна на пазарните участници. Няколко месеца по-късно инфлацията става положителна и индексът на промишленото производство се свива, а кривата на доходност е с тенденция към изравняване, като през втората половина на 2019 г. до февруари 2020 г. тя е на най-ниското си ниво. През март 2020 г., в обстановка на тежка пандемия, породена от COVID-19, изключително голямата степен на несигурност относно икономическите перспективи води до увеличаване на доходността на облигациите по цялата крива на доходност.

Фигура 3

Крива на доходност за България*



* Кривата на доходност е изчислена въз основа на доходността по еврооблигациите, търгувани на международните капиталови пазари. Данните са за периода юни 2015 - юни 2020 г. за падежи от 1-30 години.

Източник. Собствени изчисления.

Макроикономическите данни за българската икономика – базисна инфлация и индекс на промишленото производство, наблюдавани на месечна честота, се предоставят от Евростат, като се взима годишното изменение (вж. фиг. 4).

Фигура 4

Годишен растеж в индекса на индустриалното производство и базисната инфлация (юни 2015 - юни 2020 г.)



Източник. База данни на Евростат.

Емпирични резултати

Основната цел на изложения модел е да предостави инструмент, даващ възможност за генериране на последователни дългосрочни прогнози за доходност, които биха могли да бъдат от значение при взимане на стратегически решения за разпределение на активите. Резултатите, получени от тази рамка, биха могли да улеснят дискусиата в инвестиционните комитети. Представената методология позволява да се изготвят сценарии за бъдещото развитие на кривата на доходност, обусловени от сравнително реалистични реализации на макроикономически променливи. Във връзка с това е интересно да се анализира колко добре се представя моделът DNSS при извадково и извън-извадково прогнозиране. Параметрите на NSS се изчисляват с помощта на инструментариума на моделите за пространствено състояние (State-Space Model – SSM) и филтъра на Калман, които са вътрешновградени в Matlab. Тъй като използването само на извадково изчисляване като единствен критерий за оценка на получената крива на доходност може да бъде подвеждащо (Bliss, 1996), в анализа на модела е включено също и извън-извадково изчисляване.

Извадково изчисляване на кривата на доходност

Тук извадковото изчисление на кривата на доходност се основава на пространствено представяне на модела DNSS с Калман филтър. От данните в табл. 2 се вижда, че при извадково изчислената крива в такъв модел са налице грешки.

Таблица 2

Извадкова прогноза на кривата на доходност, изчислена чрез модела на NSS*

Матуритет в месеци	12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	144	180	240	360
RMSE	28	24	23	12	3	8	12	12	11	8	2	12	19	10

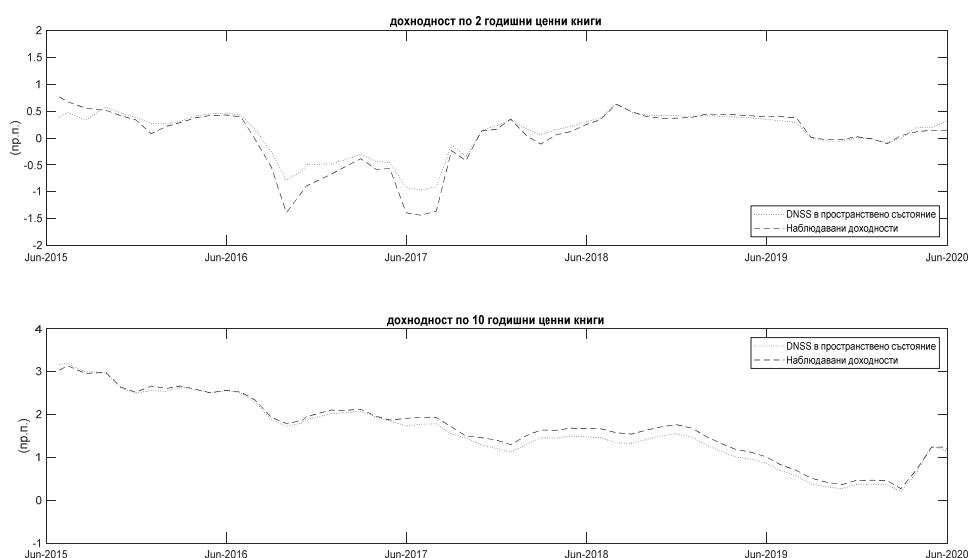
* Параметрите на кривата са изчислени чрез филтър на Калман. Качеството на прогнозата се измерва чрез RMSE, деноминирани в базисни точки.

За да се визуализира разликата между наблюдаваните и моделираните доходности, на фиг. 5 са изобразени действителният и моделираният 2- и 10-годишен сегмент на облигации от българската крива на доходност. Общото наблюдение е, че моделът отговаря на данните сравнително добре, без да е прекалено впечатляващ. Извадково изчислената крива се представя различно за различните падежи. С най-лош падеж от модела на DNSS са краткосрочните облигации (12, 24 и 36 месеца) за разлика от средносрочните и дългосрочните (т.е. вариращите между 5 и 15 години), където филтърът на Калман осигурява по-добри извадкови оценки. Реализират се очакванията, че моделът изчислява по-точно доходности в извадката (т.е. грешката намалява) при наличие на повече дългосрочни еврооблигации. Големите стойности на корен от средна

квадратична грешка (RMSE)⁸ в късия край на кривата на доходност са в съответствие с нашите очаквания, тъй като извадката от еврооблигации, използвана за оценка на доходността с нулев купон, показва по-голяма концентрация на еврооблигациите в средносрочния и дългосрочния матуритетен сегмент и много по-малка на тези в по-краткия матуритет. Освен това прогнозните грешки разкриват неспособността на оценените параметри правилно да изчислят крива на доходност. Това предполага, че грешките могат да показват наличието на идиосинкратична вариация в доходностите, която не се улавя от модела.⁹

Фигура 5

Наблюдавани и изчислени доходности*



* Оценени чрез модел в пространствено състояние, както е описано в уравнение (б).

Броят на факторите на кривата на доходност, за които се предполага, че определят движенията на доходността на облигациите, е от решаващо значение за преценяване на ефективността на извадковото представяне на модела. Тук изборът на рамката на кривата на доходност от четири фактора

⁸ Корен от средна квадратична грешка (RMSE) се изчислява като $\left[mean[(y_{t(i)} - \hat{y}_{t(i)})^2]\right]^{\frac{1}{2}}$, където $y_{t(i)}$ и $\hat{y}_{t(i)}$ са времевите редове за i-тия матуритет.

⁹ В литературата идиосинкратичният шум присъства в случаите на проблеми с ликвидността, несинхронни котировки, грешки в данните за различни облигации и други специфични за облигациите фактори.

DSS се основава на дела на варирането, който моделът има за цел да обхване чрез оптималния брой избрани фактори (чрез метода на главните компоненти).

Табл. 3 представя общата кумулативна фракция, обяснена от първите четири извлечени главни компонента (PC)/фактори¹⁰.

Таблица 3

Съвместно вариране, обяснено от извлечените фактори от кривата на доходност*

Брой на главните компоненти/фактори	Кумулативна пропорция на дисперсия, включително този компонент (%)
I	80,8
II	92,6
III	99,1
IV	99,7

* Показана е кумулативната част от променливостта, обяснена от основните компоненти, извлечени от данните за кривата на доходност за България. Данните са за периода от юни 2015 г. до юни 2020 г.

Като се има предвид, че тези компоненти обясняват 99,7% от историческото вариране на българските доходности, разумен избор е да се включат четири фактора, т.е. да се използва моделът на DNSS, в анализа на емпиричната факторна структура, която е в основата на доходностите.

Извънизвадкова прогноза

Независимо от извадковото представяне на модела е интересно да се анализира и колко добре се представя извънизвадково изчисление за изготвяне на безусловни и условни прогнози на кривата на доходността. За да се изследва ефективността на прогнозирането на модела DNSS, последният е изчислен рекурсивно и са съставени краткосрочни прогнози, като е използвана разширяваща се извадка от данни от април 2019 г. до юни 2020 г. Най-напред моделът е оценен на базата на по-малка извадка, обхващаща периода юни 2015 - април 2019 г., а след това са направени прогнози за {12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108, 120, 144, 180, 240, 360} месеца за хоризонт от 1 месец до 6 месеца напред. По-нататък към извадката от данни е добавено едно наблюдение и моделът е преоценен, след което е съставен нов набор от прогнози за хоризонта от 1 месец до 6 месеца напред. Този процес се повтаря, докато се покрие цялата извадка.

Прогнозата за RMSE на динамичния модел на NSS и модела на случайно блуждаене е изчислена за всеки период от април 2019 г. до юни 2020 г. Прогнозите за s-месеца напред са генерирани за всеки матуритетен сегмент и RMSE е изчислен за 2-, 5-, 7-, 9- и 10-годишните сегменти на кривата на доходност (вж. табл. 4).

¹⁰ Стъпките за изчисляване на главните компоненти (PCs) са описани в Moody's Analytics (2014).

Таблица 4

Корен от средноквадратични грешки на прогнозите от модела DNSS и модела на случайно блуждаене в базисни точки

Матуритет	Прогнозен хоризонт					
	1 месец	2 месеца	3 месеца	4 месеца	5 месеца	6 месеца
Модел						
24M	16	26	35	35	32	31
60M	46	70	83	94	102	105
84M	47	67	77	84	89	93
108M	46	56	57	60	62	65
120M	48	53	49	50	51	52
Случайно блуждаене						
24M	16	27	36	36	33	32
60M	46	73	87	98	107	109
84M	47	68	78	86	92	97
108M	46	57	58	63	67	72
120M	48	54	52	54	56	58

От табл. 4 ясно се вижда, че RMSE извън извадката на прогнозите на модела DNSS са значително по-високи от аналогичните в извадката. Освен това изчислените прогнозни грешки (RMSE) на моделите във всички матуриетни сегменти показват, че точността на прогнозата на модела значително се влошава, главно в краткосрочния и средносрочния матуриетен сегмент, тъй като прогнозният хоризонт се увеличава. Същевременно е интересно да се отбележи, че RSME на 10-годишните матуриетни сегменти остават доста постоянни през прогнозния хоризонт – около 50 базисни точки. За да се оцени ефективността на модела извън извадката, е изчислен прост модел на случайно блуждаене, който обикновено се приема като еталонен при сравняване на прогнозите за кривата на доходност извън извадката. Моделът на случайно блуждаене се определя като:

$$\hat{y}_{t+h|t}^{(\tau)} = y_t^{(\tau)}$$

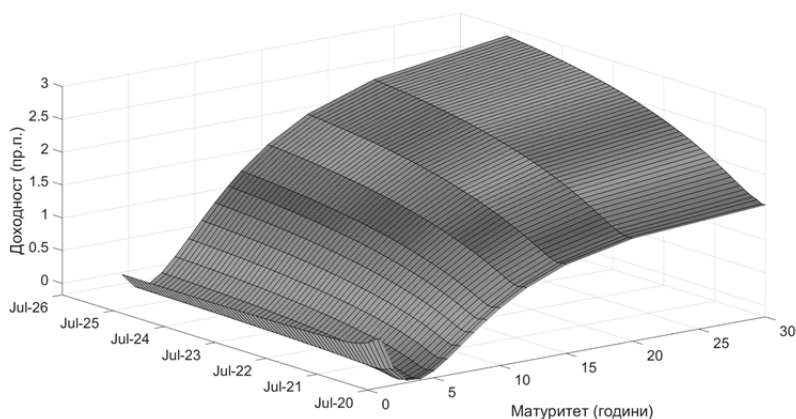
За лихвените проценти този модел предполага проста прогноза без промяна на доходността (y) в даден матуриетен сегмент (τ) от един период до следващия период. Следователно в него прогнозата за h -месеца напред е просто доходността на τ -матуриет облигации в периода t . В общи линии от табл. 4 се вижда, че моделът DNSS се представя малко по-добре, превъзхождайки случайното блуждаене при извънизвадково прогнозиране на динамиката на доходността.

След извънизвадковата оценка на ефективността на модела DNSS на фиг. 6 е представена графична илюстрация на безусловна прогноза на кривата на доходност за следващите 60 месеца. Предвижда се през следващите 5 години тя да се запази с наклон нагоре, като става по-стръмна в края на прогнозния

хоризонт. Доходността на краткосрочните облигации ще се стабилизира близо до нулевата граница, докато дългият край на кривата ще достигне нива, близки до 3%. Тези прогнози обаче трябва да бъдат тълкувани предпазливо, тъй като представените симулации разчитат на крива на доходността с нулев купон, получена от портфейл от еврооблигации с недостатъчни матуритетни сегменти и с относително кратки времеви редове. Въпреки ограничените данни такъв тип симулация може да се смята за добър инструмент за прогнозиране на очаквания диапазон от бъдещи лихвени проценти, но тя определено не е насочена към изготвяне на прогнози за тактически инвестиционни решения, целящи да се създаде превъзходство на дадена бенчмарк стратегия.

Фигура 6

Безусловна прогноза на кривата на доходност*



* Факторите на кривата на доходност са изчислени чрез филтър на Калман.

Условна прогноза

Известно е, че съществува връзка между макроикономиката и формата и местоположението на кривите на доходност и тяхното развитие във времето. Представеният тук DNSS модел предоставя рамка за дългосрочно прогнозиране на кривата на доходност, която зависи от сравнително правдоподобни реализации на макроикономически променливи, както и методология, позволяваща визуално да се представи формата и развитието на кривата при различни макроикономически сценарии. Това е важно по отношение на решенията за дългосрочно разпределение на активите и би улеснило дискусиата в инвестиционните комитети, където се приемат дългосрочни инвестиционни стратегии. По този начин рамката осигурява общ език за търговците, икономистите и висшия мениджмънт.

За да се илюстрират условните прогнози за кривата на доходност, са анализирани два хипотетични макроикономически сценария, при които кривите на доходността се прогнозира за хоризонт от 60 месеца. Тези сценарии се опитват да опишат една бъдеща песимистична или оптимистична икономическа среда.

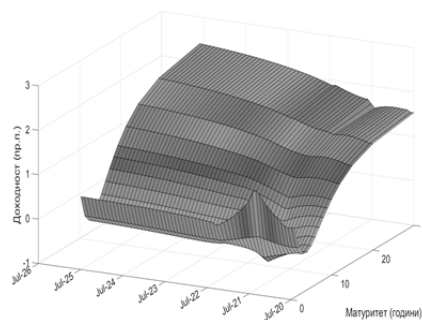
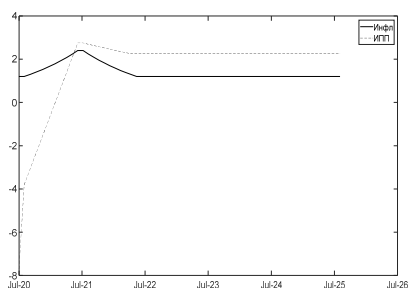
Оптимистичният икономически сценарий предвижда през следващите дванадесет месеца инфлацията да нараства устойчиво до 2,5%, последвано от постепенен спад до 1,2% (фиг. 7). През останалата част от прогнозния период инфлацията ще се стабилизира на около 1,2%. Междувременно през първите 12 месеца от прогнозния хоризонт индустриалното производство ще се възстанови от ниските си нива от кризата през първата половина на 2020 г. и ще се върне към стабилен растеж, достигащ 2,75%. През следващите 12 месеца индустриалното производство постепенно ще се съживи и ще се стабилизира на 2,25%, като ще се запази на това ниво и през останалата част от хоризонта на прогнозата.

Хипотетичният песимистичен сценарий (фиг. 8) предполага през следващите два месеца темпът на растеж на индустриалното производство постепенно да преодолее дълбокия спад от юни 2020 г., но след това отново рязко да се понижи до -7,5%. Очаква се известно бавно възстановяване през втората половина на 2021 г. и първата половина на 2022 г., когато той ще се стабилизира и ще се покачи до 1,2% през останалата част от хоризонта на прогнозиране. В същото време темпът на инфлацията постепенно ще намалява, достигайки почти нула през първите 12 месеца, и бавно ще се повишава и ще се стабилизира до 1,2% в края на прогнозния период.

На фиг. 7 е илюстрирана еволюцията на срочната крива на доходност в зависимост от хипотетичния оптимистичен икономически сценарий. Краткосрочният край на кривата следва отблизо инфлационните движения, представени в този сценарий. Постоянното нарастване на инфлацията през първите 10 месеца води до скок в едногодишните нива на доходност, които достигат до близо 1,5%. Вижда се, че увеличението на инфлацията предизвиква по-значителни промени във фактора „наклон“, което означава, че реакцията на лихвения процент е по-силна в късия край на кривата на доходността, отколкото в дългия. Междувременно след стабилното възстановяване на индикатора на индустриалното производство дългосрочните сегменти първоначално се увеличават, но ефектът върху дългосрочния край на кривата на доходност е по-заглушен. През юли 2021 г., когато инфлацията и индустриалното производство показват първи признаци на забавяне на темпа на растеж, в кривата на доходност се появява „гърбица“, т.е. покачването на средносрочните лихвени проценти е по-значително, отколкото на дългосрочните. В съответствие с литературата това е сигнал за по-ниски очаквания за икономическа активност. По-късно, когато инфлацията и индустриалното производство достигат до постоянен темп на растеж, късият и дългият край на матурирания спектър се стабилизират.

Фигура 7

Оптимистичен икономически сценарий*

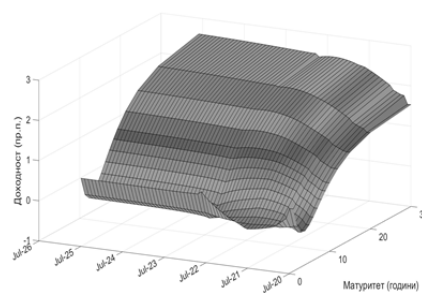
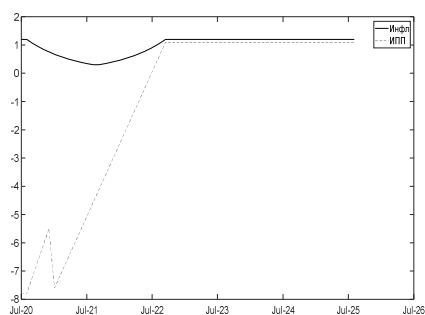


* Лявата част на фигурата представя развитието в макроикономическите променливи при хипотетичен оптимистичен икономически сценарий, а дясната – съответното развитие в кривата на доходност, когато този макросценарий се реализира. Факторите на кривата на доходност са изчислени чрез Калман филтър като прогнози, при условие че е зададена динамиката на макропроменливите.

На фиг. 8 е показано развитието на срочната крива на доходност в зависимост от хипотетичния песимистичен икономически сценарий.

Фигура 8

Песимистичен икономически сценарий



* Лявата част на фигурата представя развитието в макроикономическите променливи при хипотетичен песимистичен икономически сценарий, а дясната – съответното развитие в кривата на доходност, когато този макросценарий се реализира. Факторите на кривата на доходност са изчислени чрез Калман филтър като прогнози, при условие че е зададена динамиката на макропроменливите.

Късият край на кривата във фиг. 8 напълно отразява всички развития в инфлацията. Първоначално едногодишните лихвени проценти намаляват, получавайки отрицателни стойности след спада на инфлацията, а след това късият край на кривата постепенно расте, повлиян от бавното ускоряване на инфлацията. До момента, когато индустриалното производство отчита втори спад, кривата на доходност е по-плоска, като 10-годишните доходности запазват ниски нива от около 1%. По-късно, когато темпът на растеж на индустриалното производство започва да показва признаци на възстановяване от дълбокия спад, предвиден от песимистичния сценарий, в комбинация с бавното възстановяване на инфлацията, дългосрочните лихви започват да се увеличават. По-високи дългосрочни доходности се наблюдават до момента, в който инфлацията и темпът на растеж на индустриалното производство се стабилизират през целия хоризонт за прогнозиране – по този начин се запазва същата форма и позиция на кривата на доходността.

*

Представеният в изследването модел на кривата на доходност в неразвит финансов пазар като този в България, основан на подхода Nelson-Siegel-Svensson, отразява еволюцията на кривата на доходност по отношение на матуритетната структура, както и динамиката ѝ във времето. Рамката е изградена на базата на модела на пространствено състояние с помощта на филтъра на Калман и улеснява изчислението на българската крива на доходност. Като цяло извадковото и извънизвадковото представяне на модела е задоволително. Освен латентните фактори като екзогенни променливи са включени и две допълнителни макроикономически променливи. Това позволява генерирането на условни сценарии за кривата на доходност, представящи очакванията за формата и местоположението ѝ предвид бъдещи промени в ключови макроикономически индикатори.

Доказателствата от проучването сочат, че развитието на оценената крива на доходност, макар и основаваща се на доста кратка историческа извадка поради ограничения на данните за ценните книжа, е в съответствие с макроикономическата теория. Положителният наклон на кривата е свързан с периоди на икономическа експанзия, докато по-плоска крива сигнализира за по-слаба икономическа активност. Резултатите от извънизвадковата прогнозна показват, че представеният модел предоставя обща рамка, която може да обвърже очакванията за бъдещи ключови макроикономически променливи с формата и местоположението на кривата на доходността.

Използвана литература:

Минасян, Г. (2005). *Брейди одисеята на България*. Българска народна банка. Дискусионни материали, статия DP/51/2005.

Analytics, M. (2014). Principal Component Analysis for Yield Curve Modelling, <https://www.moodyanalytics.com/-/media/whitepaper/2014/2014-29-08-pca-for-yield-curve-modelling.pdf>

Anderson et al. (1996). *Estimating and Interpreting the Yield Curve*. Wiley.

Ang, A., Piazzesi, M. and Wei, M. (2006). What Does the Yield Curve Tell us about GDP growth. *Journal of Econometrics*, Vol. 131, pp. 359-403.

Bliss, R. (1996). *Testing Term Structure Estimation Methods*. Working Paper 96-12a. Federal Reserve Bank of Atlanta.

Carriero, A., Favero, C. and Kaminska, I. (2006). Financial factors, macroeconomic Information and the Expectations Theory of the Term Structure of Interest Rates. *Journal of Econometrics*, Vol. 131, N 1-2, pp. 339-358.

Chou, J., Su, Y., Tang, H. and Chen, C. (2009). Fitting the term structure of interest rates in illiquid market: Taiwan experience. *Investment Management and Financial Innovations* 6 (1), pp. 101-116.

Dewachter, H. and Lyrio, M. (2006). Macro factors and the term structure of interest rates. *Journal of Money, Credit, and Banking*, Vol. 38, N 1, February, pp. 119-140.

Diebold, F. X. (2006). The Macroeconomy and the Yield Curve: A Dynamic Latent Factor Approach. *Journal of Econometrics*, 131, pp. 309-338.

Diebold, F. X., Rudebusch, G. D. and Aruoba, S. B. (2006). The Macroeconomy and the Yield Curve: A Dynamic Latent Factor Approach. *Journal of Econometrics*, 131, pp. 309-338.

Duffie, D., Kan, R. (1996). A Yield-Factor Model of Interest Rates. *Mathematical Finance*, 6, pp. 379-406.

Dutta, G. S. (2005). Term Structure Estimation in Illiquid Government Bond Markets: An Empirical Analysis for India. *Journal of Emerging Market Finance*, 4 (5), pp. 63-80.

Evans, C. L. & Marshall, D. A. (2007). Economic determinants of the nominal treasury yield curve. *Journal of Monetary Economics*, 54, pp. 1986-2003.

Grum, A. (2006). *The Development of the Slovenian government debt market and estimation of the yield curve: Financial Stability Report*. Expert Papers, Banka Slovenije, Ljubljana.

Gürkaynak R., Wright, J. (2012). Macroeconomics and the Term Structure. *Journal of Economic Literature*, Vol. 50, N 2, June, pp. 331-367, <https://www.aeaweb.org/articles?id=10.1257/jel.50.2.331>

Harvey, A. C. (1989). *Forecasting Structural Time Series Models and the Kalman Filter*. Cambridge University Press.

Hladíková H, Radová, J. (2012). Term Structure Modelling by Using Nelson-Siegel Model. *European Financial and Accounting Journal*, 72(2), pp. 36-55.

Hoffmaister, A., Roldós, J. and Tuladhar, A. (2010). *Yield Curve Dynamics and Spillovers in Central and Eastern European Countries*. International Monetary Fund Working Paper N WP/10/51, February.

Hordahl, P., Tristani, O. and Vestin, D. (2006). A joint econometric model of macroeconomic and term structure dynamics. *Journal of Econometrics*, Elsevier Vol. 131, N 1-2, pp. 405-444.

Kladívko, K. (2010). The Czech Treasury Yield Curve from 1999 to the Present. *Journal of Economics and Finance*, 60(4), pp. 307-335.

Knez, P., Litterman, R. and Scheinkman, J. (1994). Exploration into Factors Explaining Money Market Returns. *Journal of Finance*, 49, pp. 1861-1882.

Kučera, A., Dvořák, M., Komárková, Z. (2019). The Czech Government Yield Curve Decomposition at the Lower Bound. *Czech Journal of Economics and Finance*, N 1, http://journal.fsv.cuni.cz/storage/1427_02_36_kucera_final_issue_1_2019_.pdf69.

Nelson, C. R., Siegel, A. F. (1987). Parsimonious Modelling of Yield Curves. *Journal of Business*, 60(4), pp. 473-489.

Nyholm, K. (2019). *A Practitioners Guide to Yield Curve Modelling.*, <https://www.cambridge.org/core/elements/practitioners-guide-to-discretetime-yield-curve-modelling/6087FE5133D5F93D9BF5B955510BA643>

Nymand-Andersen, P. (2018). *Yield curve modelling and a conceptual framework for estimating yield curves: evidence from the European Central Bank's yield curves.* European Central Bank, Statistics Paper Series, N 27.

Reppa, Z. (2009). *A joint macroeconomic-yield curve model for Hungary.* MNB Working Papers 2009/1. Central Bank of Hungary.

Rudebusch, G. D. and Williams, J. C. (2008). *Forecasting Recessions: The Puzzle of the Enduring Power of the Yield Curve.* Federal Reserve Bank of San Francisco Working Paper No. 2007-16.

Rudebusch, G. D. and Wu, T. (2008). A Macro-Finance Model of the Term Structure, Monetary Policy and the Economy. *Economic Journal*, Vol. 118, pp. 1-21.

Soderlind, P., Svensson, L. E. O. (1996). *New techniques to extract market expectations from financial instruments.* Working Paper WP 5877. National Bureau of Economic Research.

Subramanian, V. (2001). Term Structure Estimation in Illiquid Markets. *Journal of Fixed Income* 11 (1), pp. 77-86.

Svensson L. E. O. (1994). *Estimating and Interpreting Forward Interest Rates: Sweden 1992-1994.* NBER Working Paper N 4871.

Svensson, L. E. O. (1995). Estimating forward interest rates with the Extended Nelson-Siegel method. *Sveriges Riksbank Quarterly Review*.

Virmani, V. (2006). *Assessing NSE's Daily Zero Coupon Yield Curve Estimates: A Comparison with few Competing Alternatives.* Working Paper No 2006-05-05. Indian Institute of Management.

Wan, E. A., and Merwe, R. V. D. (2001). The unscented Kalman. In: *Kalman Filtering, Chapter 7*, pp. 221-280. Wiley.

Zoricic, D. (2012). *Yield curve modeling possibilities on the Croatian financial market.* PhD thesis. University of Zagreb, Croatia Faculty of Economics and Business.

Приложение

Таблица 1

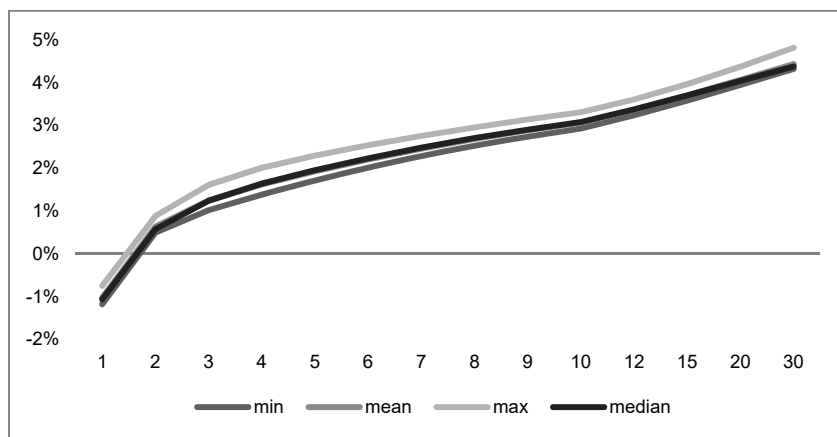
Еврооблигации, включени в изчисляването на кривата на доходност*

Матуритет в години	ИСИН	Дата на издаване	Падеж	Лихвено плащане(%)	Номинална стойност (EUR)
2	XS0802005289	09-07-2015	09-07-2017	4.250	950 000 000
7	XS1208855616	19-03-2015	26-03-2022	2.000	1 250 000 000
7	XS1382693452	14-03-2016	21-03-2023	1.875	1 144 000 000
10	XS1083844503	26-06-2014	03-09-2024	2.950	1 493 000 000
12	XS1208855889	19-03-2015	26-03-2027	2.625	1 000 000 000
12	XS1382696398	14-03-2016	21-03-2028	3.000	850 000 000
20	XS1208856341	19-03-2015	26-03-2035	3.125	900 000 000

* Характеристики на българските еврооблигации, използвани при оценката на кривите на доходност с нулев купон.

Фигура 1

Описателна статистика за прогнозните ценни книжа с нулев купон, взети към края на месеца*



* Изчисленията са направени въз основа на българските еврооблигации, търгувани на международните капиталови пазари. Данните са за периода юни 2015 г. - юни 2020 г., за падежи от 1-30 години.

Източник. Собствени изчисления.

14.10.2020 г.